

COLEGIO PERITO MORENO CICLO SUPERIOR

MATEMATICA 6 A MES SEPTIEMBRE CLASES 1 Y 2 PROFESORA MARISA DEL MONTE

Marisaestela.delmonte@gmail.com

Septiembre clase 1Y 2 VIDEOS COMPLEJOS VER EN:

<https://youtu.be/GSA3OaKCL1g>

<https://youtu.be/qnhHVUB9BPk>

<https://youtu.be/ZS5YH6WTxX4>

<https://youtu.be/Pf17EZHDizU>

<https://youtu.be/XyS-GuFkVT0>

MES DE SDEPTIEMBRE CLASE 1 OPERACIONES CON COMPLEJOS CONJUGADOS

Asignatura.....

FACULTAD DE
Ingeniería
CURRÍCULUM

Conjugado de un Complejo (VIDEO 2)

Significa cambiar el signo de la parte imaginaria de un número complejo

Complejo

Ejemplo

$(a+b)$ conjugado $(a-b)$

$(-a+b)$ conjugado $(-a-b)$

$(-a-b)$ conjugado $(-a+b)$

en números:

$(4+2i)$ conjugado $(4-2i)$

$(-4+2i)$ conjugado $(-4-2i)$

$(-4-2i)$ conjugado $(-4+2i)$

Si simboliza \bar{z} la z de complejo con una raya horizontal sobre la letra

$z = a+bi \rightarrow$ conjugado

$$\bar{z} = a-bi$$

Dados los siguientes c , hallar:

$$z_1 = 4-i \quad z_2 = 3+i \quad z_3 = 3+2i$$

$$z_4 = -1-2i \quad z_5 = 1+3i$$

$$1) \overline{z_1 \cdot z_1} + \overline{z_2 \cdot z_2} - \overline{z_3 \cdot z_3} =$$

$$2) \overline{z_5 - z_4 - 3z_1} =$$

$$3) \overline{z_3 - z_5} =$$

$$4) (\overline{z_2 + z_3}) \cdot 2\overline{z_1}$$

$$5) [(\overline{z_4 - z_5}) \cdot 3\overline{z_3}] - \overline{2z_1}$$

Solución

1) Significa que debemos resolver el producto entre z_1 y z_2 y al resultado buscar su conjugado

$$\overline{z_1 \cdot z_2} + \overline{z_2 \cdot z_2} - \overline{z_3 \cdot z_3} =$$

① ② ③

HOJA N°... 8.

$$\begin{aligned}
 z_1 \cdot \bar{z}_2 &= (4-i) \cdot (3+i) \\
 &= (12 + 4i - 3i - i^2) \\
 &= 12 + 4i - 3i - (-1) \\
 &= 12 + 4i - 3i + 1 \\
 &= 13 + i \\
 | z_1 \cdot \bar{z}_2 &= 13 - i | \quad \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

$$z_2 \cdot \bar{z}_2 = (3+i) \cdot (3-i)$$

En este caso busco el conjugado de z_2 antes de resolver el producto

$$\begin{aligned}
 z_2 \cdot \bar{z}_2 &= 9 - 3i + 3i - i^2 \\
 | z_2 \cdot \bar{z}_2 &= 9 - (-1) \\
 | z_2 \cdot \bar{z}_2 &= 9 + 1 \\
 | z_2 \cdot \bar{z}_2 &= 10 | \quad \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

$$\bar{z}_3 \cdot z_3 = (3-2i) \cdot (3+2i)$$

$$z_3 \cdot \bar{z}_3 = 9 + 6i - 6i - 4i^2$$

$$z_3 \cdot \bar{z}_3 = 9 - 4(-1)$$

$$z_3 \cdot \bar{z}_3 = 9 + 4$$

$$| z_3 \cdot \bar{z}_3 = 13 | \quad \textcircled{3}$$

$$\underbrace{z_1 \cdot z_2}_{\textcircled{1}} + \underbrace{z_2 \cdot z_2}_{\textcircled{2}} - \underbrace{z_3 \cdot z_3}_{\textcircled{3}} = \\ (13-i) + 10 - 13 =$$

$$13-i+10-13 = |10-i|$$

2) En este ejercicio, al resultado lo busca
nos sue conjugado

Entonces copiamos el resultado del
ejercicio 2 de la Semana 1 de Agosto
y buscamos su conjugado

$$z_5 - z_4 - 3z_1 = -10 + 8i$$

$$\overline{z_5 - z_4 - 3z_1} = |-10 - 8i|$$

$$3) z_3 - \overline{z_5} = (3+2i) - (1-3i)$$

$$z_3 - \overline{z_5} = \overline{3+2i} - \overline{1-3i}$$

$$z_3 - z_5 = |2+5i|$$

$$4) (\overline{z_2 + z_3}) \cdot 2z_1$$

En este ejercicio copio el resultado de
la suma de $z_2 + z_3$ del ejercicio 4) resuel
to en la semana 1, y busco su conjugado
para luego resolver el producto con el
resultado obtenido en $2z_1$ del mismo
ejercicio

HOJA N°... 10.

$$\underline{z_2 + z_3 = 6+3i} \quad \underline{2z_1 = 8-2i \quad (2)}$$

$$\underline{\underline{z_2 + z_3 = 6-3i \quad (1)}}$$

$$\underline{\underline{(z_2 + z_3) \cdot 2z_1 =}}$$

$$(6-3i) \cdot (8-2i) =$$

$$48 - 12i - 24i + 6i^2$$

$$48 - 36i + 6(-1)$$

$$48 - 36i - 6$$

$$= \underline{\underline{42 - 36i}}$$

$$5) \underline{\underline{(z_4 - \bar{z}_5) \cdot 3\bar{z}_3 - 2\bar{z}_1}}$$

En este ejercicio primero resolvemos el conjugado de \bar{z}_5 y luego se lo restamos a z_4 . Luego buscamos el conjugado de \bar{z}_3 y al resultado lo multiplicamos por 3 y z_1 primero lo multiplicamos por 2 y a su resultado le buscamos el conjugado

$$z_5 = 1+3i \quad \underline{\underline{\bar{z}_5 = 1-3i}}$$

$$\bar{z}_3 = 3+i \rightarrow \underline{\underline{\bar{z}_3 = 3-i}} \rightarrow \underline{\underline{3\bar{z}_3}}$$

$$\underline{\underline{3\bar{z}_3 = 3(3-i)}}$$

$$\underline{\underline{3\bar{z}_3 = 9-3i \quad (2)}}$$

HOJA N°...??..

Asignatura.....	$2\bar{z}_1 = 2(4-i) = 8-2i$ <hr/> $2\bar{z}_1 = 8+2i \quad \quad \textcircled{3}$ <hr/> $\left[\underbrace{(z_4 - \bar{z}_5)}_{\textcircled{1}} \cdot \underbrace{3\bar{z}_3}_{\textcircled{2}} \right] - \bar{z}z_1 \quad \quad \textcircled{3}$ <hr/> $z_4 - \bar{z}_5 = (-1-2i) - (1-3i)$ <hr/> $z_4 - \bar{z}_5 = \underbrace{-1-2i}_{\textcircled{1}} - \underbrace{1+3i}_{\textcircled{2}}$ <hr/> $z_4 - \bar{z}_5 = -2+i \quad \quad \textcircled{1}$ <hr/> $\left[\underbrace{(z_4 - \bar{z}_5)}_{\textcircled{1}} \cdot \underbrace{3\bar{z}_3}_{\textcircled{2}} \right] - \bar{z}z_1 \quad \quad \textcircled{3}$ <hr/> $\left[(-2+i) \cdot (9-3i) \right] - (8+2i)$ <hr/> $(-18 + \underbrace{6i + 9i - 3i^2}_{\textcircled{1}}) - (8+2i) =$ <hr/> $[-18 + 15i - 3(-1)] - (8+2i) =$ <hr/> $(-18 + \underbrace{15i + 3}_{\textcircled{1}}) - \underbrace{(8+2i)}_{\textcircled{2}} =$ <hr/> $\underbrace{-15 + 15i - 8 - 2i}_{\textcircled{1}} =$ <hr/> $-23 + 13i \quad \quad \textcircled{1}$
-----------------	--

MES SEPTIEMBRE ACTIVIDAD 1 OPERACIONES CON COMPLEJOS

Datos

$$z_1 = -2-2i \quad z_2 = -3+5i \quad z_3 = 3+2i$$

$$z_4 = -1-i \quad z_5 = 2+i$$

Hallar:

$$1) \underline{3z_1} - \underline{4z_2} - \underline{2z_4}$$

$$2) \underline{[z_2 + z_5]} \cdot \underline{z_3} - \underline{2 \cdot z_1}$$

$$3) \underline{(2z_5 \cdot 2z_3)} + \underline{z_1}$$

$$4) \underline{(2z_4 - z_5)} \cdot \underline{z_2}$$

$$5) \underline{(3z_3 + 2z_2)} - \underline{(z_1 + 2z_5)}$$

$$6) \underline{[(4z_1 \cdot 2z_2) \cdot 2]} - \underline{[(z_3 - z_4) \cdot 3]}$$

$$7) \underline{[(3z_3 \cdot z_1) \cdot z_4]} \cdot \underline{z_2}$$

COLEGIO PERITO MORENO CICLO SUPERIOR

MATEMATICA 6 A MES SEPTIEMBRE CLASES 1 Y 2 PROFESORA MARISA DEL MONTE

Marisaestela.delmonte@gmail.com

MES SEPTIEMBRE CLASE 2 DIVISION DE COMPLEJOS

División de Complejos (VIDEO 3)

Para dividir un número complejo por otro número complejo, debemos multiplicar numerador y denominador por el conjugado del denominador.

Ejemplo.

$$1) \frac{-5+3i}{2-i} =$$

$$\frac{(-5+3i)}{(2-i)} \cdot \frac{(2+i)}{(2+i)} =$$

$$\frac{-10 - 5i + 6i + 3i^2}{4 + 2i - 2i - i^2} =$$

$$\frac{-10 + i + 3(-1)}{4 - (-1)} =$$

$$\frac{-10 + i - 3}{4 + 1} = \frac{-13 + i}{5} = \boxed{\frac{-13 + i}{5}}$$

$$= \boxed{\frac{-13 + \frac{1}{5}i}{5}}$$

14

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \frac{1+i}{i} = \\
 & \frac{(1+i)}{i} \cdot \frac{-i}{-i} = \\
 & \frac{-i - i^2}{-i^2} = \frac{-i - (-1)}{-(-1)} \\
 & = \frac{-i + 1}{1} = \boxed{1 - i}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad & \frac{-3+5i}{1+i} = \\
 & \frac{(-3+5i) \cdot (1-i)}{(1+i) \cdot (1-i)} = \\
 & \frac{-3 + 3i + 5i - 5i^2}{1 - i + i - i^2} = \\
 & \frac{-3 + 8i - 5(-1)}{1 - (-1)} = \\
 & \frac{-3 + 8i + 5}{1+1} = \frac{2+8i}{2} = \\
 & = \frac{2}{2} + \frac{8i}{2} = \boxed{1 + 4i}
 \end{aligned}$$

15.

$$4) \frac{10 - 5i}{\frac{1}{2} + i} =$$

$$\frac{(10 - 5i) \cdot (\frac{1}{2} - i)}{(\frac{1}{2} + i) \cdot (\frac{1}{2} - i)} =$$

$$\frac{5 - 10i - \frac{5}{2}i - 5i^2}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}i - i^2} =$$

$$\frac{5 - 10i - \frac{5}{2}i - 5(-1)}{\frac{1}{4} - (-1)} =$$

$$\frac{5 - 10i - \frac{5}{2}i + 5}{\frac{1}{4} + 1} =$$

$$\frac{10 - \frac{25}{2}i}{\frac{5}{4}} =$$

Parte Real

$$\frac{10}{\frac{5}{4}} = 10 \cdot \frac{4}{5} = \boxed{8}$$

Parte Imaginaria

$$-\frac{25}{2}i$$

$$-10i - \frac{5}{2}i =$$

$$-\frac{20i - 5i}{2} = \boxed{-\frac{25i}{2}}$$

$$\frac{1}{4} + 1 = \frac{1+4}{4} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

$$\frac{-25i}{\frac{5}{4}} = -\frac{25i \cdot 4}{2} = -\frac{25i \cdot \frac{4}{4}}{\frac{5}{5}} = \boxed{-10i}$$

$$\text{Resultado} \boxed{8 - 10i}$$

COLEGIO PERITO MORENO CICLO SUPERIOR

MATEMATICA 6 A MES SEPTIEMBRE CLASES 1 Y 2 PROFESORA MARISA DEL MONTE

Marisaestela.delmonte@gmail.com

16

$$\begin{aligned}
 & \text{5) } \frac{1+2i}{-\frac{2}{5}-\frac{3}{10}i} = \\
 & \quad \xrightarrow{\text{Multiplicar por el conjugado}} \\
 & \quad \frac{(1+2i)}{\left(-\frac{2}{5}-\frac{3}{10}i\right)} \cdot \frac{\left(-\frac{2}{5}+\frac{3}{10}i\right)}{\left(-\frac{2}{5}+\frac{3}{10}i\right)} \\
 & \quad -\frac{2}{5} + \frac{3}{10}i = 4|5i^2 + 6|10i^2 \\
 & \quad \frac{4}{25} - \frac{6i}{50} + \frac{6i}{50} - \frac{9i^2}{100} = \\
 & \quad -\frac{2}{5} - \frac{1}{2}i + \frac{6}{10}(-1) \\
 & \quad \frac{4}{25} - \frac{9}{100}(-1) = \\
 & \quad -\frac{2}{5} - \frac{1}{2}i - \frac{3}{5} \\
 & \quad \frac{4}{25} + \frac{9}{100} = \\
 & \quad -1 - \frac{1}{2}i = -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}i \\
 & \quad \text{Parte Real: } -\frac{1}{4} \\
 & \quad -\frac{1}{4} = -1 \cdot \frac{1}{4} = -1 \cdot 4 = \boxed{-4} \\
 & \quad \text{Parte Imaginaria: } -\frac{1}{2} \\
 & \quad -\frac{1}{2}i : \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}i \cdot \frac{4}{2} = \boxed{-2i} \\
 & \quad \text{Resultado: } \boxed{-4 - 2i} \\
 & \quad \frac{4}{25} + \frac{9}{100} = \frac{16+9}{100} = \frac{25}{100} = \boxed{\frac{1}{4}}
 \end{aligned}$$

MES SEPTIEMBRE ACTIVIDAD 2 DIVISION DE COMPLEJOS

$$1) \frac{-2-i}{1-2i}$$

$$2) \frac{6+4i}{1+i}$$

$$3) \frac{13+26i}{-3+2i}$$

$$4) \frac{1+2i}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i}$$

$$5) \frac{-1-5i}{-\frac{1}{2} + 3i}$$

$$6) \frac{-3+6i}{\frac{-1-1i}{3}}$$

$$7) \frac{4-6i}{\frac{-3-1i}{2}}$$