

COLEGIO PERITO MORENO CICLO SUPERIOR

MATEMATICA 6 A MES SEPTIEMBRE CLASES 1 Y 2 PROFESORA MARISA DEL MONTE

Marisaestela.delmonte@gmail.com

Septiembre clase 1Y 2 **VIDEOS COMPLEJOS VER EN:**

<https://youtu.be/GSA3OaKCL1g>

<https://youtu.be/qnhHVUB9BPk>

<https://youtu.be/ZS5YH6WTxX4>

<https://youtu.be/Pf17EZHDizU>

<https://youtu.be/XyS-GuFkVT0>

MES DE SEPTIEMBRE CLASE 1 OPERACIONES CON COMPLEJOS CONJUGADOS

Conjugado de un Complejo (VIDEO 2)

Significa cambiar el signo de la parte imaginaria de un número

Complejo

Ejemplo

$$(a+b) \text{ conjugado } (a-b)$$

$$(-a+b) \text{ conjugado } (-a-b)$$

$$(-a-b) \text{ conjugado } (-a+b)$$

en números:

$$(4+2i) \text{ conjugado } (4-2i)$$

$$(-4+2i) \text{ conjugado } (-4-2i)$$

$$(-4-2i) \text{ conjugado } (-4+2i)$$

Se simboliza \overline{z} , la z de Complejo con una raya horizontal sobre la letra

$$z = a+bi \rightarrow \text{conjugado}$$

$$\overline{z} = a-bi$$

Asignatura.....

Dados los siguientes C , hallar:

$$z_1 = 4 - i \quad z_2 = 3 + i \quad z_3 = 3 + 2i$$

$$z_4 = -1 - 2i \quad z_5 = 1 + 3i$$

- 1) $\overline{z_1 \cdot z_2} + \overline{z_2 \cdot z_2} - \overline{z_3 \cdot z_3} =$
- 2) $\overline{z_5 - z_4 - 3z_1} =$
- 3) $\overline{z_3 - z_5} =$
- 4) $\overline{(z_2 + z_3) \cdot 2z_1}$
- 5) $\overline{[(z_4 - z_5) \cdot 3z_3]} - \overline{2z_1}$

Solución

1) Significa que debemos resolver el producto entre z_1 y z_2 y al resultado buscar su conjugado.

$$\underbrace{\overline{z_1 \cdot z_2}}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\overline{z_2 \cdot z_2}}_{\textcircled{2}} - \underbrace{\overline{z_3 \cdot z_3}}_{\textcircled{3}} =$$

FACULTAD DE

Asignatura.....

FACULTAD DE

ie Matrícula

$$\begin{aligned}
 \overline{z_1} \cdot z_2 &= (4-i) \cdot (3+i) \\
 &= (12 + 4i - 3i - i^2) \\
 &= 12 + 4i - 3i - (-1) \\
 &= 12 + 4i - 3i + 1 \\
 &= 13 + i
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\overline{z_1} \cdot z_2 = 13 - i} \quad (1)$$

$$z_2 \cdot \overline{z_2} = (3+i) \cdot (3-i)$$

En este caso busco el conjugado de z_2 antes de resolver el producto

$$z_2 \cdot \overline{z_2} = 9 - 3i + 3i - i^2$$

$$\begin{aligned}
 &= 9 - (-1) \\
 z_2 \cdot \overline{z_2} &= 9 + 1
 \end{aligned}$$

$$\boxed{z_2 \cdot \overline{z_2} = 10} \quad (2)$$

$$\overline{z_3} \cdot z_3 = (3-2i) \cdot (3+2i)$$

$$\overline{z_3} \cdot z_3 = 9 + 6i - 6i - 4i^2$$

$$\overline{z_3} \cdot z_3 = 9 - 4(-1)$$

$$\overline{z_3} \cdot z_3 = 9 + 4$$

$$\boxed{\overline{z_3} \cdot z_3 = 13} \quad (3)$$

Asignatura.....

FACULTAD DE.....

Nº de Matrícula.....

$$\overline{z_1 \cdot z_2} + z_2 \cdot \overline{z_2} - \overline{z_3 \cdot z_3} =$$

(1) (2) (3)

$$(13-i) + 10 - 13 =$$

$$\cancel{13-i} + 10 - \cancel{13} = \boxed{10-i}$$

2) En este ejercicio, al resultado lo busco
años su conjugado

Entonces copiamos el resultado del
ejercicio 2 de la Semana 1 de Agosto
y buscamos su conjugado

$$z_5 - z_4 - 3z_1 = -10 + 8i$$

$$\overline{z_5 - z_4 - 3z_1} = \boxed{-10 - 8i}$$

3) $\overline{z_3 - z_5} = (3+2i) - (1-3i)$

$$z_3 - \overline{z_5} = (3+2i) - (1-3i)$$

$$z_3 - z_5 = \boxed{2+5i}$$

4) $\overline{(z_2 + z_3)} \cdot 2z_1$

En este ejercicio copio el resultado de
la suma de $z_2 + z_3$ del ejercicio 4) resuel-
to en la semana 1, y busco su conjugado
para luego resolver el producto con el
resultado obtenido en $2z_1$ del mismo
ejercicio

HOJA N°...10...

Asignatura.....

$$z_2 + z_3 = 6 + 3i \quad 2z_1 = \boxed{8 - 2i} \text{ (2)}$$

$$\overline{z_2 + z_3} = \boxed{6 - 3i} \text{ (1)}$$

$$\begin{aligned} & \left(\overbrace{z_2 + z_3}^{(1)} \right) \cdot \underbrace{2z_1}_{(2)} = \\ & (6 - 3i) \cdot (8 - 2i) = \\ & 48 - 12i - 24i + 6i^2 \\ & 48 - 36i + 6(-1) \\ & 48 - 36i - 6 \\ & = \boxed{42 - 36i} \end{aligned}$$

5) $\left[(z_4 - \overline{z_5}) \cdot 3\overline{z_3} \right] - \overline{2z_1}$

En este ejercicio primero resolvemos el conjugado de z_5 y luego se lo restamos a z_4 . Luego buscamos el conjugado de z_3 y al resultado le multiplicamos por 3 y z_1 primero lo multiplicamos por 2 y a su resultado le buscamos el conjugado

$$z_5 = 1 + 3i \quad \boxed{\overline{z_5} = 1 - 3i}$$

$$z_3 = 3 + i \rightarrow \boxed{\overline{z_3} = 3 - i} \quad \rightarrow 3\overline{z_3} =$$

$$3\overline{z_3} = 3(3 - i)$$

$$\boxed{3\overline{z_3} = 9 - 3i} \text{ (2)}$$

trícula FACULTAD DE

$$2z_1 = 2(4-i) = 8-2i$$

$$\overline{2z_1} = 8+2i \quad (3)$$

$$\left[\underbrace{(z_4 - \bar{z}_5)}_{(1)} \cdot \underbrace{3\bar{z}_3}_{(2)} \right] - \underbrace{2\bar{z}_1}_{(3)}$$

$$z_4 - \bar{z}_5 = (-1-2i) - (1-3i)$$

$$z_4 - \bar{z}_5 = -1-2i - 1+3i$$

$$\overline{z_4 - \bar{z}_5} = -2+i \quad (1)$$

$$\left[\underbrace{(z_4 - \bar{z}_5)}_{(1)} \cdot \underbrace{3\bar{z}_3}_{(2)} \right] - \underbrace{2\bar{z}_1}_{(3)}$$

$$\left[(-2+i) \cdot (9-3i) \right] - (8+2i)$$

$$(-18 + 6i + 9i - 3i^2) - (8+2i) =$$

$$[-18 + 15i - 3(-1)] - (8+2i) =$$

$$(-18 + 15i + 3) - (8+2i) =$$

$$-15 + 15i - 8 - 2i =$$

$$\boxed{-23 + 13i}$$

MES SEPTIEMBRE ACTIVIDAD 1 OPERACIONES CON COMPLEJOS

Dados

$$z_1 = -2 - 2i \quad z_2 = -3 + 5i \quad z_3 = 2 + 2i$$
$$z_4 = -1 - i \quad z_5 = 2 + i$$

Hallar:

- 1) $(3\overline{z_1} - 4\overline{z_2}) - 2\overline{z_4}$
- 2) $[(z_2 + z_5) \cdot z_3] - 2 \cdot \overline{z_1}$
- 3) $(2z_5 \cdot 2\overline{z_3}) + z_1$
- 4) $(2\overline{z_4} - \overline{z_5}) \cdot z_2$
- 5) $(3\overline{z_3} + 2\overline{z_2}) - (\overline{z_1} + 2\overline{z_5})$
- 6) $[(4\overline{z_1} \cdot 2\overline{z_2}) \cdot 2] - [(z_3 - z_4) \cdot 3]$
- 7) $[(3\overline{z_3} \cdot \overline{z_1}) - z_4] \cdot z_2$

COLEGIO PERITO MORENO CICLO SUPERIOR

MATEMATICA 6 A MES SEPTIEMBRE CLASES 1 Y 2 PROFESORA MARISA DEL MONTE

Marisaestela.delmonte@gmail.com

MES SEPTIEMBRE CLASE 2 DIVISION DE COMPLEJOS

División de Complejos (VIDEO 3)

Para dividir un número complejo por otro número complejo, debemos multiplicar numerador y denominador por el conjugado del denominador.

Ejemplo.

$$1) \frac{-5+3i}{2-i} =$$

$$\frac{(-5+3i)}{(2-i)} \cdot \frac{(2+i)}{(2+i)} =$$

$$i^2 = -1$$

$$\frac{-10 - 5i + 6i + 3i^2}{4 + 2i - 2i - i^2} =$$

$$\frac{-10 + i + 3(-1)}{4 - (-1)} =$$

$$\frac{-10 + i - 3}{4 + 1} = \frac{-13 + i}{5} = \left[\frac{-13}{5} + \frac{i}{5} \right]$$

$$= \left[-\frac{13}{5} + \frac{1}{5}i \right]$$

14

$$2) \frac{1+i}{i} =$$

$$\frac{(1+i) \cdot (-i)}{i \cdot (-i)} =$$

$$\frac{-i - i^2}{-i^2} = \frac{-i - (-1)}{-(-1)}$$

$$= \frac{-i + 1}{1} = \boxed{1 - i}$$

$$3) \frac{-3+5i}{1+i} =$$

$$\frac{(-3+5i) \cdot (1-i)}{(1+i) \cdot (1-i)} =$$

$$\frac{-3 + 3i + 5i - 5i^2}{1 - i^2 - i^2} =$$

$$\frac{-3 + 8i - 5(-1)}{1 - (-1)} =$$

$$\frac{-3 + 8i + 5}{1+1} = \frac{2+8i}{2} =$$

$$= \frac{2}{2} + \frac{8i}{2} = \boxed{1 + 4i}$$

15.

$$4) \frac{10 - 5i}{\frac{1}{2} + i} =$$

$$\frac{(10 - 5i) \cdot (\frac{1}{2} - i)}{(\frac{1}{2} + i) \cdot (\frac{1}{2} - i)} =$$

$$\frac{5 - 10i - \frac{5}{2}i - 5i^2}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}i - i^2} =$$

$$\frac{5 - 10i - \frac{5}{2}i - 5(-1)}{\frac{1}{4} - (-1)} =$$

$$\frac{5 - 10i - \frac{5}{2}i + 5}{\frac{1}{4} + 1} =$$

$$\frac{10 - \frac{25}{2}i}{\frac{5}{4}} =$$

$$\frac{-10i - \frac{5}{2}i}{\frac{5}{4}} = \frac{-\frac{20i - 5i}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{-\frac{25i}{2}}{\frac{5}{4}}$$

Parte Real 4

$$\frac{10}{\frac{5}{4}} = \frac{10 \cdot 4}{5} = \boxed{8}$$

Parte Imaginaria

$$\frac{-\frac{25i}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{-\frac{25i}{2} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5}} = \frac{-\frac{25i}{2} \cdot \frac{4}{5}}{1} = \boxed{-10i}$$

Resultado $\boxed{8 - 10i}$

COLEGIO PERITO MORENO CICLO SUPERIOR

MATEMATICA 6 A MES SEPTIEMBRE CLASES 1 Y 2 PROFESORA MARISA DEL MONTE

Marisaestela.delmonte@gmail.com

Marisaestela.delmonte@gmail.com

5) $\frac{1+2i}{-\frac{2}{5}-\frac{3}{10}i} =$ 16

$$\frac{(1+2i) \cdot (-\frac{2}{5} + \frac{3}{10}i)}{(-\frac{2}{5}-\frac{3}{10}i) \cdot (-\frac{2}{5} + \frac{3}{10}i)}$$

$$\frac{-\frac{2}{5} + \frac{3}{10}i - \frac{4}{5}i^2 + \frac{6}{10}i^2}{\frac{4}{25} - \frac{6}{50}i + \frac{6}{50}i - \frac{9}{100}i^2} =$$

$$\frac{-\frac{2}{5} - \frac{1}{2}i + \frac{6}{10}(-1)}{\frac{4}{25} - \frac{9}{100}(-1)} =$$

$$\frac{-\frac{2}{5} - \frac{1}{2}i - \frac{3}{5}}{\frac{4}{25} + \frac{9}{100}} =$$

$$\frac{-1 - \frac{1}{2}i}{\frac{1}{4}} = -4 - \frac{1}{2}i$$

Parte Real $\frac{-1}{\frac{1}{4}} = -1 : \frac{1}{4} = -1 \cdot 4 = \boxed{-4}$

Parte imaginaria $\frac{-\frac{1}{2}i}{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}i : \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}i \cdot 4 = \boxed{-2i}$

Resultado $\boxed{-4 - 2i}$

Resultado: $\boxed{-4 - 2i}$

MES SEPTIEMBRE ACTIVIDAD 2 DIVISION DE COMPLEJOS

1) $\frac{-2-i}{1-2i}$

2) $\frac{6+4i}{1+i}$

3) $\frac{13+26i}{-3+2i}$

4) $\frac{1+2i}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i}$

5) $\frac{-1-5i}{\frac{-1+3i}{2}}$

6) $\frac{-3+6i}{\frac{-1-i}{3}}$

7) $\frac{4-6i}{\frac{-3-i}{2}}$