

Application 1 :

1- La vitesse angulaire d'un point M d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe est

$$\dot{\theta} = 10 \text{ rad.s}^{-1}, \text{ et son abscisse angulaire à l'origine des dates est } \theta_0 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} :$$

a- Calculer l'accélération angulaire du point M, en déduire la nature de son mouvement,

b- Écrire l'expression de l'abscisse angulaire du point M en fonction du temps,

2- L'expression de l'abscisse angulaire d'un point N d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est :

$$\theta(t) = 3t^2 + 2t - \frac{\pi}{2}; t \text{ est en (s) et } \theta \text{ en rad} :$$

a- Déterminer l'expression de la vitesse angulaire du point N, calculer sa valeur à $t = 2s$,

b- Déterminer l'expression de l'accélération angulaire du point N, en déduire la nature de son mouvement.

Application : Etude d'un système en translation et en rotation :

On considère le système mécanique suivant :

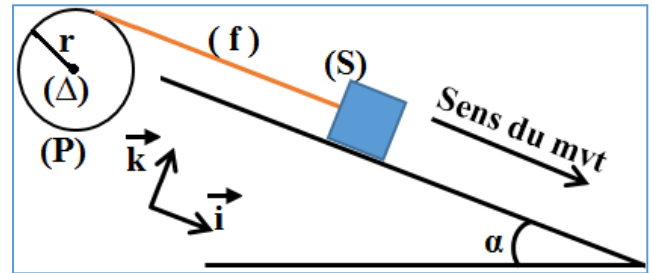
Une poulie (P) de rayon r ; de masse m_0 de moment

d'inertie $J_{\Delta} = \frac{1}{2} m_0 r^2$, pouvant tourner autour de l'axe horizontal (Δ) passant par son centre.

On enroule sur la gorge de cette poulie un fil (f)

inextensible de masse négligeable. Le fil ne glisse pas sur la poulie. A l'extrémité libre du fil, on accroche un solide

(S) de masse m . le solide (S) est capable de glisser sans frottement sur le plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Dans un référentiel lié à la terre considéré Galiléen, on libère le système, la poulie tourne autour de l'axe (Δ) et le solide (S) glisse sans frottement sur le plan incliné.



a- Montrer que T_0 l'intensité de la force appliquée par le fil sur la poulie est $T_0 = J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}$

b- Montrer que $a_x = \frac{2mg \cdot \sin(\alpha)}{2m + m_0}$, en déduire la nature du mouvement du corps (S) et celle de la poulie (P),

c- Etablir les équations horaires du mouvement du corps (S) et celle de la poulie (P),

1- Expression du moment d'inertie de quelques solides :

2- Disque	Anneau	Tige		Cylindre	Sphère
$J_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2$	$J_{\Delta} = m r^2$	$J_{\Delta} = \frac{1}{3} m L^2$	$J_{\Delta} = \frac{1}{12} m L^2$	$J_{\Delta} = \frac{1}{2} m r^2$	$J_{\Delta} = \frac{2}{5} m r^2$

Exercice d'application :

Une poulie (P) de rayon $R = 8 \text{ cm}$ et de moment d'inertie $J_{\Delta} = 96 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$ est mobile sans frottement autour de l'axe horizontal (Δ) passant par son centre.

On enroule sur la gorge de cette poulie un fil inextensible de masse négligeable.

A l'extrémité libre du fil, on accroche un solide (S) de masse $m = 100 \text{ g}$.

Le solide (S), se trouve à une hauteur $h = 4,4 \text{ m}$, au-dessus du sol.

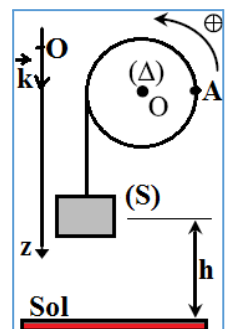
On abandonne le système à lui-même sans vitesse initiale à l'instant de date $t_0 = 0 \text{ s}$.

1- Exprimer a_z , la composante de l'accélération du solide (S), en fonction m , g , r et J_{Δ} ,

2- Calculer la valeur de a_z , en déduire la nature du mouvement du solide (S),

3- Déduire la valeur de $\ddot{\theta}$, en déduire la nature du mouvement de poulie,

4- Une seconde après le début du mouvement, le fil supportant le solide (S) se détache de la poulie :



- a- Avec quelle vitesse et au bout de combien de temps le solide (S) atteint-il le sol ?
- b- Quelle est la nature du mouvement ultérieure de la poulie (après détachement du fil) ?
- c- Ecrire l'équation horaire de ce mouvement. On prendra comme origine des abscisses $\theta_0 = \pi \text{ rad}$.
- d- On applique à la poulie un couple de freinage de moment M_f constant. La poulie s'arrête après avoir effectué 10 tours en mouvement de rotation uniformément retardé. Calculer le moment du couple de freinage.