

Câu 1. [2D3-4.3-2] (Hội các trường chuyên 2019 lần 3) Cho $f(x)$ xác định, liên tục trên $[0;4]$

thỏa mãn $f(x) + f(4-x) = -x^2 + 4x$. Giá trị của $\int_0^4 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{32}{3}$.

B. 32.

C. $\frac{16}{3}$.

D. 16.

Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Thủy; Fb: thuy.luu.33886

Chọn C

$$I = \int_0^4 f(x) dx$$

Xét tích phân

Đặt $t = 4 - x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 4$; $x = 4 \Rightarrow t = 0$.

$$I = \int_0^4 f(4-t) dt = \int_0^4 f(4-x) dx$$

Khi đó

$$2I = \int_0^4 f(x) dx + \int_0^4 f(4-x) dx = \int_0^4 [f(x) + f(4-x)] dx$$

Suy ra

$$= \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \Rightarrow I = \frac{16}{3}$$

Vậy $I = \frac{16}{3}$.

Câu 2. [2D3-4.3-2] (HK2 Sở Đồng Tháp) Cho $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^3}$ thì ta được:

A. $I = \frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

B. $I = -\frac{3}{2} \int_0^1 t^2 dt$.

C. $I = -\frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$.

D. $I = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$

Lời giải

Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb:Phan Mạnh Trường

Chọn D

Đặt: $t = \sqrt{1-x^3} \Rightarrow x^3 = 1-t^2 \Rightarrow 3x^2 dx = -2t dt \Rightarrow x^2 dx = -\frac{2}{3} t dt$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 0$. Khi đó:

$$I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^3} dx = -\frac{2}{3} \int_1^0 t^2 dt = \frac{2}{3} \int_0^1 t^2 dt$$

Câu 3. [2D3-4.3-2] (GIỮA-HKII-2019-VIỆT-ĐỨC-HÀ-NỘI)

Biết

$$I = \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$$

trong đó a, b, c là các số thực. Giá trị của biểu thức

$T = a + b + c$ là:

A. $T = 11$.

B. $T = 9$.

C. $T = 10$.

D. $T = 8$.

Lời giải

Tác giả: Hà Quang Trung ; Fb: Ha Quang Trung

Chọn D

$$x^2 + 9 = t \Rightarrow 2x dx = dt \Leftrightarrow x dx = \frac{1}{2} dt$$

Đặt

$$I = \frac{1}{2} \cdot \int_9^{25} \ln t \cdot dt = \frac{1}{2} (t \cdot \ln t - t) \Big|_9^{25} = \frac{1}{2} [(25 \ln 25 - 25) - (9 \ln 9 - 9)] = 25 \ln 5 - 9 \ln 3 - 8$$

Khi đó

$$\text{Suy ra } T = a + b + c = 25 - 9 - 8 = 8.$$

Câu 4. [2D3-4.3-2] (THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI) Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx = 32$.

$$J = \int_0^2 f(2x) dx$$

Tính tích phân

A. $J = 8$.

B. $J = 16$.

C. $J = 32$.

D. $J = 64$.

Lời giải

Chọn B

$$t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt$$

Đặt

Đổi cận:

x	0	2
t	0	4

$$J = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{32}{2} = 16.$$