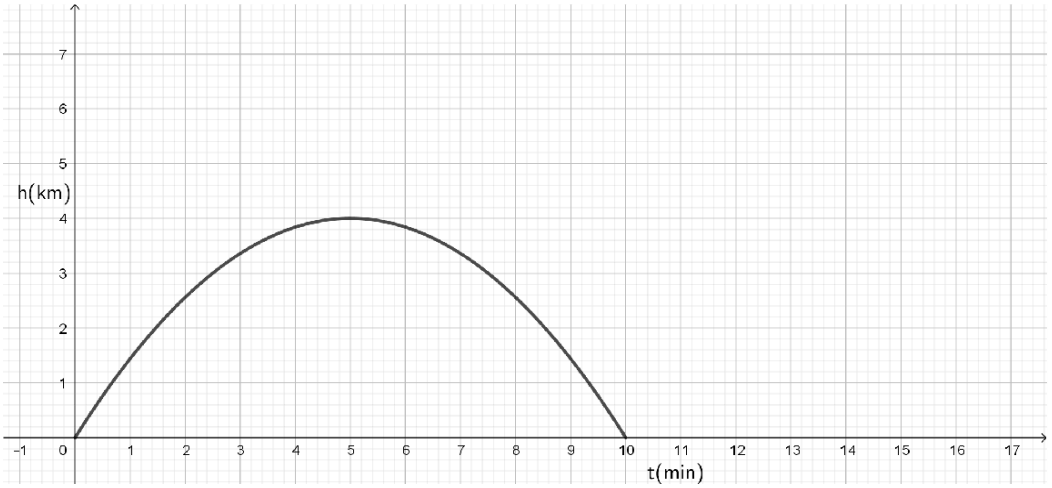
Κεφάλαιο 2ο

2.1 - 2.2

ΘΕΜΑ 2 15787 2.1 - 2.2

Προκειμένου να ελεγχθεί μηχανισμός εκτόξευσης πυραύλων δημιουργήσαμε το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται η απόσταση του πυραύλου από το έδαφος σε συνάρτηση με τον χρόνο.



α) Να βρείτε:

i. Τον συνολικό χρόνο κίνησης του πυραύλου.

ii. Το μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό.

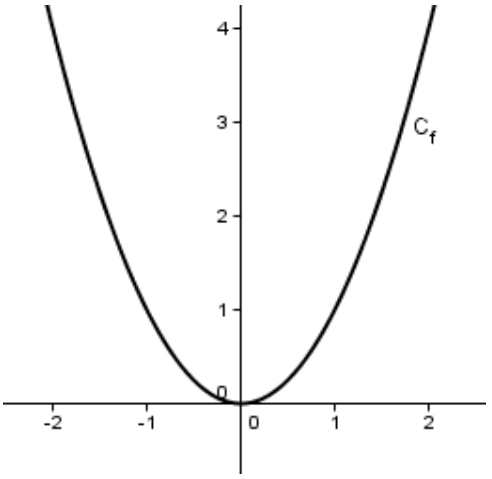
β) Σε επανάληψη του ελέγχου η εκτόξευση πραγματοποιείται από ύψος $1km$.

i. Να μεταφέρεται στην κόλλα σας την αποτύπωση της πρώτης εκτόξευσης και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την δεύτερη.

ii. Το νέο μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό.

ΘΕΜΑ 2 21673 2.1 – 2.2

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$.



α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $\phi(x)$ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την C_f αν την μετατοπίσουμε μια μονάδα, προς τα πάνω.

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $\phi(x)$.

γ) Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της $\phi(x)$.

ΘΕΜΑ 4 20715 2.1 – 2.2

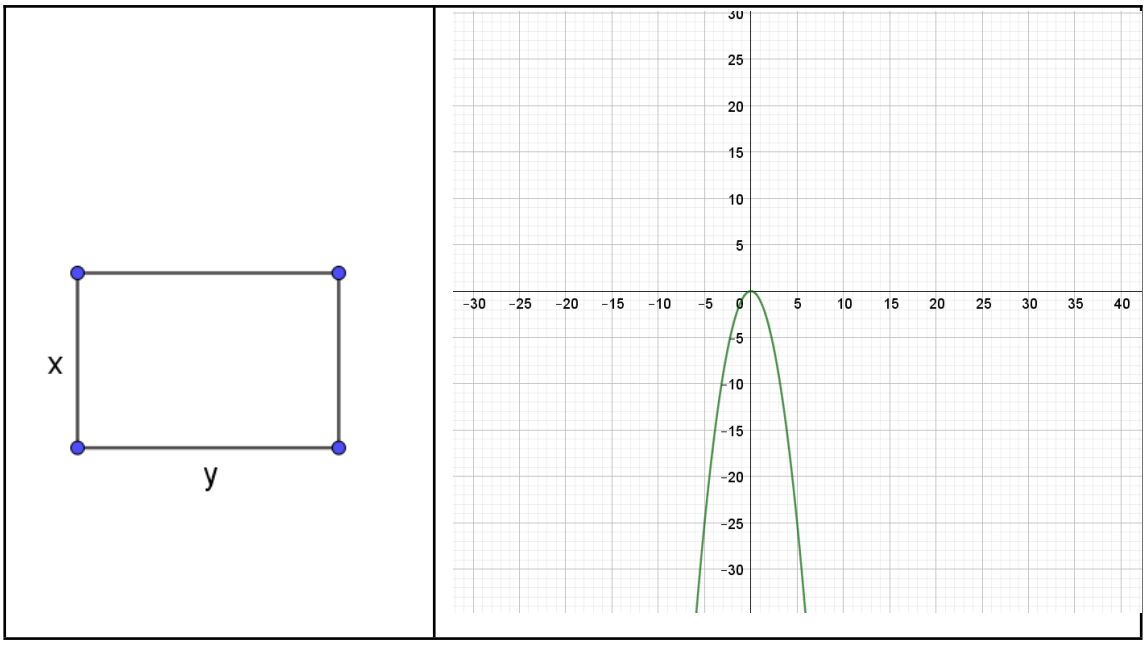
Με συρματόπλεγμα μήκους 20 m θέλουμε να περιφράξουμε οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις x και y, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να εκφράσετε την πλευρά y ως συνάρτηση της πλευράς x και να βρείτε τις δυνατές τιμές της πλευράς x.

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν $\mathrm{E}(x)$ του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x δίνεται από τη συνάρτηση $\mathrm{E}(x) = -(x-5)^2 + 25$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράστασης της συνάρτησης $g(x) = -x^2$. Μετατοπίζοντάς τη κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\mathrm{E}(x)$ και με βάση αυτή, να βρείτε το x έτσι ώστε το εμβαδόν $\mathrm{E}(x)$ του ορθογωνίου να γίνεται μέγιστο.

δ) Για την τιμή του x που βρήκατε στο ερώτημα γ), να βρείτε την πλευρά y και να προσδιορίσετε το είδος του ορθογωνίου.



ΘΕΜΑ 2 21164 2.1

Δίνεται το σημείο $A(-2,8)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας περιττής και γνησίως μονότονης συνάρτησης f.

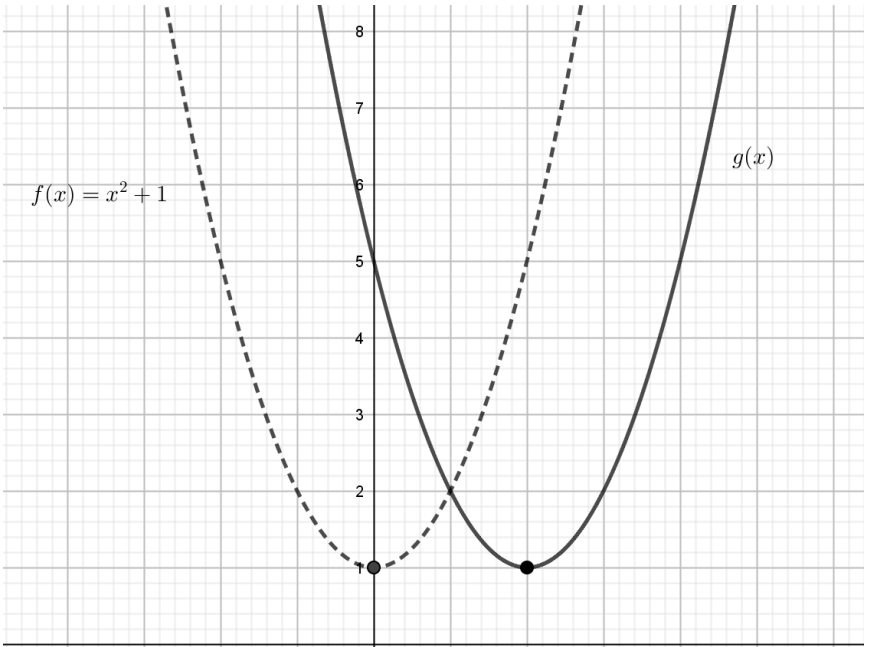
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός ακόμα σημείου, το οποίο να ανήκει στη γραφική παράσταση της f.

β) Να βρείτε αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.

γ) Αν μία από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση f να αιτιολογήσετε ποια μπορεί να είναι:

ΘΕΜΑ 2 20671 2.1 – 2.2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^2+1$ και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $g(x)$ με $x \in \mathbb{R}$.



α)

i. Είναι η f άρτια ή περιττή συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ii. Έχει η f μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β)

i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f προέκυψε η γραφική παράσταση της g ;

ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g .

ΘΕΜΑ 4 20642 2.1 – 2.2

Έστω $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ μια γνησίως μονότονη και περιττή συνάρτηση και $g(x) = e^x - 1,\ x \in \mathbb{R}$. Αν η γραφική παράσταση C_f της f διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$, τότε:

α) Να βρείτε το $f(1)$ και να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

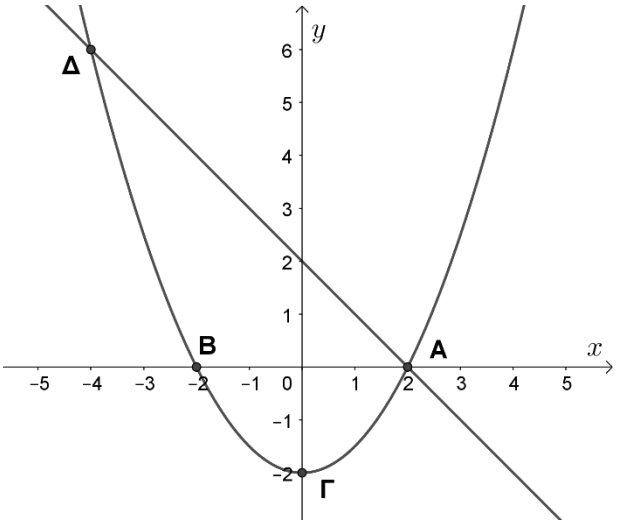
β) Να αποδείξετε ότι η C_f διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$.

γ) Να βρείτε το πρόσημο των τιμών της συνάρτησης f και να αιτιολογήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g έχουν μοναδικό κοινό σημείο το Ο.

δ) Έστω $f(x) = -2x^3$. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης h της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την C_f αν την μετατοπίσουμε 2 μονάδες αριστερά και μια μονάδα πάνω.

ΘΕΜΑ 4 14924 1.1 – 2.2

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ και της ευθείας $g(x) = -x + 2$.



α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία $\mathrm{A},\ \mathrm{B},\ \Gamma$, να βρείτε τις τιμές των $\alpha,\ \beta,\ \gamma$.

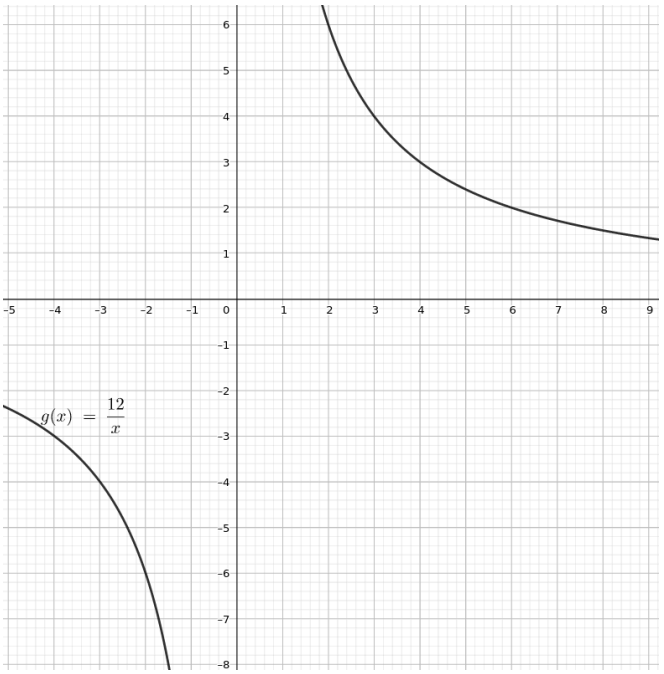
β) Αν $\alpha = \frac{1}{2},\ \beta = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής.

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά $4,5$ μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

<u>ΘΕΜΑ 4 14980 1.2 – 2.2 ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ</u>

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{12}{x-1}$ και η παραβολή $(C): y = (x - 2)^2$.

α) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{12}{x}$ τη γραφική παράσταση της f. Πώς προκύπτει η μία γραφική παράσταση από την άλλη;



β) Δίνεται ότι το σύστημα (Σ): $\{y = \frac{12}{x-1}\ y = (x-2)^2$ έχει μοναδική λύση. Να λύσετε το σύστημα (Σ).

γ) Να λύσετε το σύστημα (Σ'): $\{y = \frac{12}{x-\sqrt{2022}}\ y = \left(x - \left(1 + \sqrt{2022}\right)\right)^2$, ως προς (x, y) .