

Concours Centrale - Supélec 2009

Épreuve : S2I

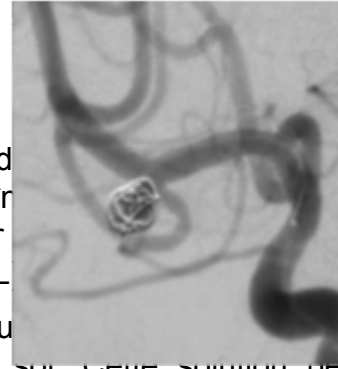
Filière MP

Angiographie « bi-plan »

L'anévrisme est une dilatation locale d'une artère. On estime que 3 à 5% de la population est porteuse d'un anévrisme intracrânien. Cette malformation est considérée comme grave car elle présente un important risque de rupture.

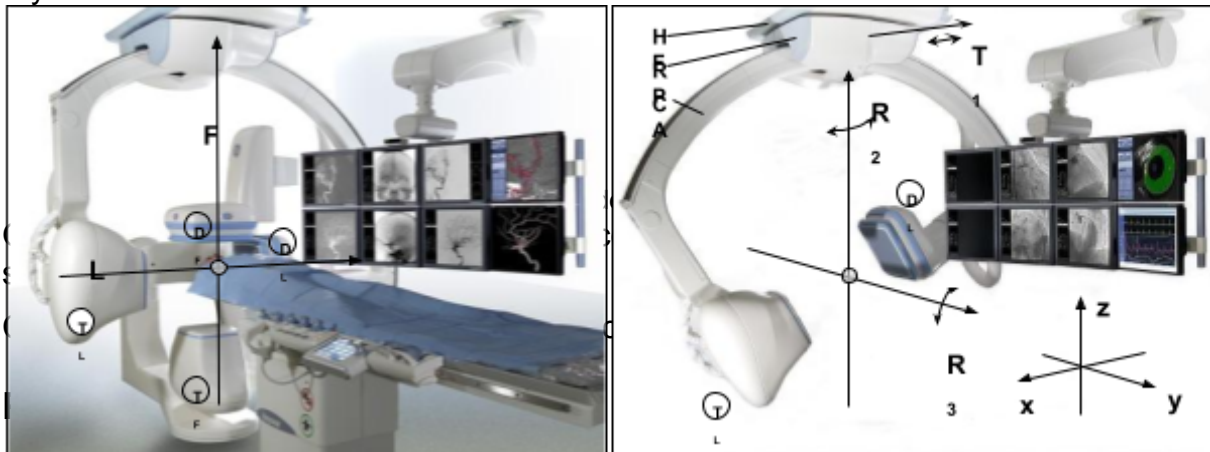
Le traitement endovasculaire permet d'exclure l'anévrisme de la circulation sanguine afin de prévenir une rupture de l'artère. C'est par l'intermédiaire d'un microcathéter qu'est mis en place, à l'intérieur de la poche anévrismale, une ou plusieurs microspires plus communément appelées coils. La taille et la forme de ces coils doivent être adaptées le mieux possible à la taille et à la forme de l'anévrisme.

figure 1



Ces traitements sont réalisés dans une salle de neurointerventionnel. Les systèmes « bi-plan » sont composés de deux chaînes d'imagerie. Une est composée d'un tube à rayons X et un détecteur d'image. Les deux axes sont appelés latéral (L) et frontal (F) (voir figure 2).

La chaîne latérale est pilotée par une armature qui permet de déterminer la taille et la forme de l'anévrisme et d'effectuer le traitement neuroradiologique sur la même installation. Cette technique présente l'avantage de diminuer le temps d'examen donc d'éviter de multiplier les injections de produit de contraste dans le corps du patient ainsi que de limiter les expositions au rayonnement.



Objectif : s'approprier l'environnement dans lequel se situe l'étude proposée.

Q.1. Exposer brièvement, en argumentant, l'intérêt d'un système « bi-plan », pour le traitement d'un anévrisme, par comparaison avec un système « mono-plan ».

L'architecture du LP est basée sur trois solides en liaison cinématique. Un chariot (HF), un plateau de rotation (RP) et une armature en forme de C (CA) (voir figure 3).

Pour pouvoir dégager le patient, le LP peut se translater par rapport au plafond (translation T_1 , voir figure 3).

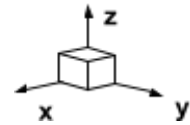
En fonction du type d'examen, il peut être nécessaire d'orienter la chaîne image latérale autour de deux axes orthogonaux (rotations R_2 et R_3 , voir figure 3). Au cours

de chacun de ces deux mouvements, l'axe de prise de vue latéral doit toujours passer par l'iso-centre qui est le lieu de la pathologie à observer.

Il existe un quatrième mouvement (mouvement de l'ascenseur) que nous n'étudierons pas ici.

Q.2. Faire le graphe des liaisons de la chaîne ouverte de 3 solides entre le plafond et l'armature en forme de C (CA).

Puis, effectuer un schéma cinématique en perspective du LP, en respectant la disposition ci-contre des axes :



Le mouvement de translation est nécessaire pour parquer le LP notamment pour faciliter le chargement et le déchargement du patient. Compte tenu des impératifs de sécurité, les conditions d'arrêt à l'approche du patient sont dimensionnantes pour l'ensemble de la transmission qui réalise le mouvement de translation. C'est pourquoi, l'étude va porter plus particulièrement sur l'arrêt au retour de la position parking.

L'objectif de cette étude est de valider une solution permettant de limiter les oscillations de l'armature portant le tube radiogène et le détecteur numérique. On procédera successivement à :

- l'analyse fonctionnelle externe du système de mise en mouvement de translation du LP ;*
- l'analyse fonctionnelle interne du système de mise en mouvement de translation du LP ;*
- l'élaboration de la commande du système de mise en mouvement de translation du LP ;*
- l'élaboration du filtrage de la consigne dans le but de limiter les oscillations de l'armature ;*
- la synthèse des résultats obtenus au regard des critères du cahier des charges.*

Notation : On notera $f(p)$ la transformée de Laplace de la fonction $f(t)$.

Partie 2 : Analyse fonctionnelle externe

Objectif : effectuer une vérification succincte des données du cahier des charges.

Le mouvement de translation du LP est commandé par le médecin à l'aide d'un joystick. La position voulue étant atteinte, le médecin lâche le joystick et déclenche la prise de vue à l'aide d'une pédale de commande. Le client exige que la prise de vue puisse commencer dès la demande d'arrêt.

Cahier des charges client partiel du mouvement de parking

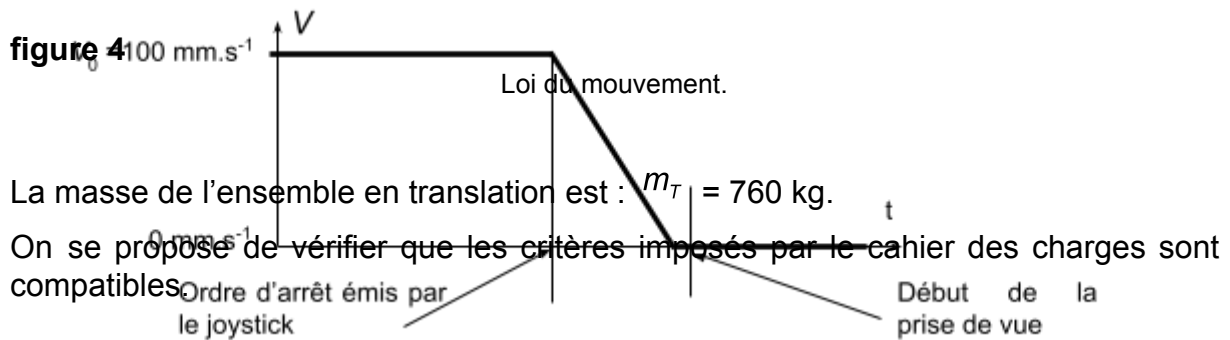
	Fonction de service	Critère	Niveau
FS1	Déplacer le LP en translation dans une zone « éloignée » de l'iso-centre	Être rapide sans mettre en danger le personnel médical	Vitesse 100 mm.s^{-1}
FS2	Pouvoir commencer la prise de vue dès l'arrêt du mouvement de translation.	1. Arrêter le mouvement en temps masqué. Le temps masqué est lié au temps de réaction du médecin. 2. Limiter l'amplitude et la durée des oscillations du LP au niveau de l'iso-centre	1. Temps masqué : durée entre l'émission de la consigne d'arrêt fournie par le joystick et le début effectif de la prise de vue : 0,3 s 2. Premières oscillations < à 1 mm d'un extremum à l'autre < à 0,2 mm d'un extremum à l'autre après 1 s
FS3	Assurer la sécurité du patient	1. Limiter la vitesse de translation du LP à l'approche de l'iso-centre. 2. Limiter la distance d'arrêt du LP, pour ne pas blesser le patient. 3. Dégager le patient en cas de coupure de courant dans l'hôpital	1. Vitesse maximale 100 mm.s^{-1} 2. Distance d'arrêt réglementée < 10 mm 3. Effort de poussée, pour dégager la structure à la main, inférieur à 200 N
FS4	Assurer la sécurité du personnel médical	Limiter les efforts sur un membre du personnel médical qui serait bousculé par le LP en mouvement ou coincé entre un mur et le LP.	Effort maximal exercé pendant le mouvement à vitesse constante : 200 N. Il n'est pas nécessaire d'appliquer ce critère pendant les phases d'accélération et de

			décélération contrôlées à l'approche de l'iso-centre.
--	--	--	---

Dans un premier temps, on va négliger les oscillations du LP. On le considèrera donc comme un solide indéformable.

Soient :

- o V la vitesse de translation du LP par rapport au plafond, avec $\vec{V}_{(LP / Plafond)} = V \cdot \vec{y}$, $V > 0$;
- o $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié au plafond supposé galiléen.



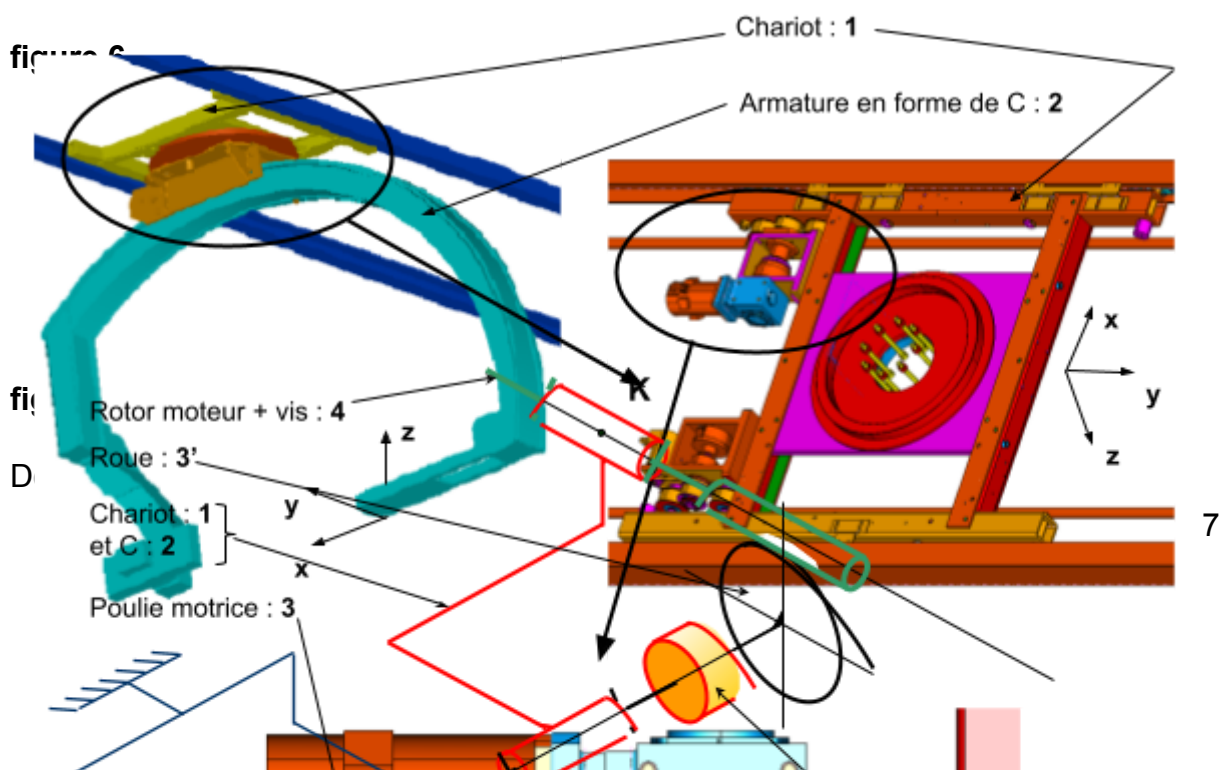
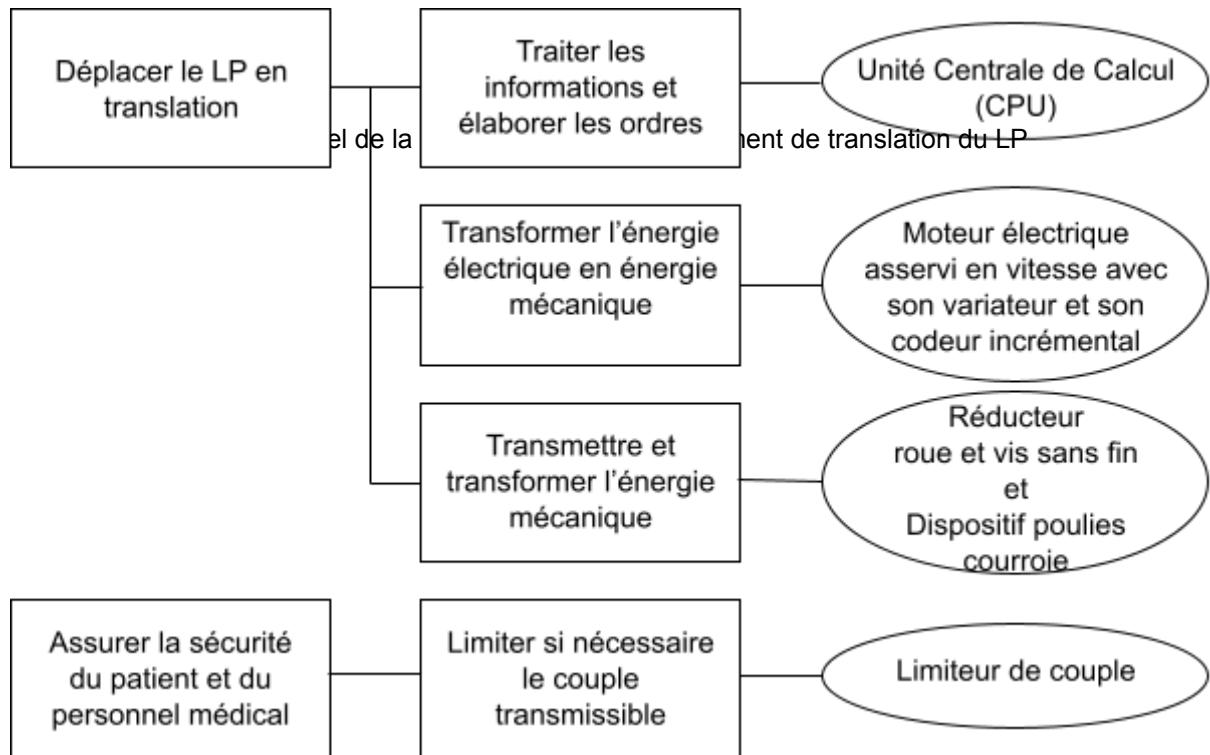
- Q.3.** Soit $\vec{F}_a = F_a \cdot \vec{y}$ la résultante de l'action mécanique exercée par la motorisation sur le LP. Déterminer F_a pour que l'accélération satisfasse à la fois le critère 2 lié à la fonction de service FS3 et le critère 1 lié à la fonction de service FS2.
- Q.4.** La force de poussée exercée par la chaîne d'action pour déplacer le LP en translation, ne doit pas dépasser 200 N pour respecter le critère lié à la fonction de service FS4. La force de poussée trouvée précédemment est-elle compatible avec ce critère ?

Partie 3 : Analyse fonctionnelle interne.

Objectif : valider la solution retenue pour pallier l'incompatibilité des critères du cahier des charges.

La solution retenue par les ingénieurs de G.E. Healthcare est de placer un limiteur de couple dans la chaîne d'action.

La chaîne d'action est décrite par le FAST partiel figure 5, la figure 6 ainsi que par le schéma cinématique de la figure 7.



Poulie motrice	Dispositif roue et vis sans fin
Rayon de la poulie motrice 3 : $R_p = 31,8 \text{ mm}$	$\frac{\omega_{3'/1}}{\omega_{4/1}} = -r = -\frac{1}{50}$ Rapport de réduction :

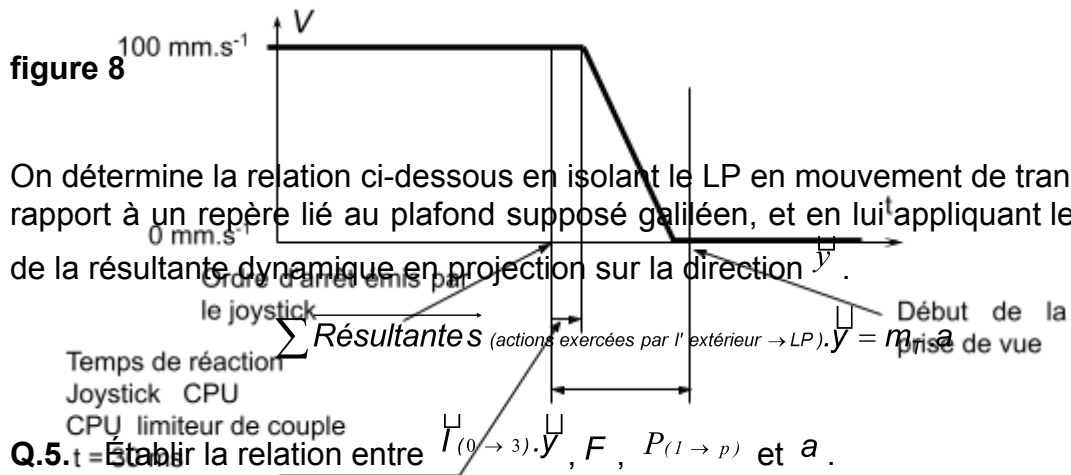
Soit $\{I_{(0 \rightarrow 3)}^U; 0\}_I$ le torseur des actions de la courroie sur la poulie motrice.

On définit le couple transmissible par le limiteur de couple comme étant l'action exercée par (3') sur (3) : $\{0; \bar{C}_{(3' \rightarrow 3)}^U\}_M, \forall M$ avec $\bar{C}_{(3' \rightarrow 3)}^U = C.X^U$.

Dans le cas où cela se produirait, la résultante de l'action exercée par le LP sur un membre du personnel médical bloqué contre un mur sera notée : $P_{(l \rightarrow p)}^U$.

Les frottements au niveau du guidage en translation entre le plafond et le LP induisent une résistance au mouvement de résultante $\bar{F}_{(0 \rightarrow 1)}^U = F.Y^U$ avec $|F| = \text{constante} = 72 \text{ N}$.

Il y a un délai de 30 ms entre l'émission de l'ordre avec le joystick et l'action effective du limiteur de couple. Ainsi la loi en vitesse est modifiée comme sur la figure 8. On en déduit alors une décélération du LP par rapport au plafond : $a = -0,6 \text{ m.s}^{-2}$, pour respecter les critères du cahier des charges.



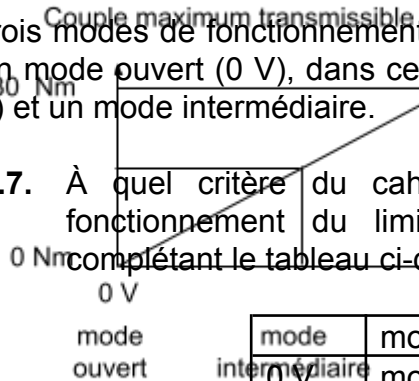
Q.6. Établir la relation entre C et $I_{(0 \rightarrow 3)}^U$ en indiquant le système isolé, le bilan des actions mécaniques et le théorème utilisé. Préciser les hypothèses simplificatrices nécessaires.

La pression de contact entre les disques du limiteur de couple est assurée par un électro-aimant. La figure 9 montre la relation entre la tension d'alimentation de cet électro-aimant et le couple transmissible.

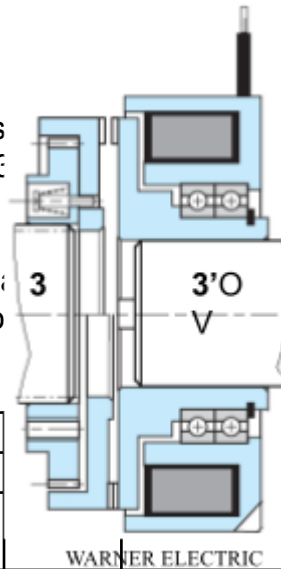
figure 9

Trois modes de fonctionnement seront utilisés. Un mode ouvert (0 V), dans ce mode 3 et 3' sont en contact, un mode fermé (24 V) et un mode intermédiaire.

Q.7. À quel critère du cahier des charges du limiteur de couple complétant le tableau ci-dessous.



mode	mode	mode
0 V	mode ouvert	mode fermé
	mode intermédiaire	
24 V	mode fermé	



cahier des charges. un des modes de en recopiant et en

Q.8. Pour le mode fermé, vérifier que le couple transmissible est compatible avec le cahier des charges, les caractéristiques cinétique (la masse) et les caractéristiques cinématiques de la figure 7. On rappelle que dans ce mode $P_{(p \rightarrow l)} \vec{y} = \vec{0}$.

Q.9. Pour le mode intermédiaire déterminer la tension d'alimentation maximale à appliquer.

Pour toute la suite (3) et (3') forment un même solide désigné 3.

Partie 4 : Contrôle de l'arrêt en translation du chariot

Objectif : commander la vitesse de déplacement du chariot pour qu'il s'arrête en moins de 0,3 s sur une distance maximale de 10 mm, conformément au cahier des charges.

4.1 Modélisation

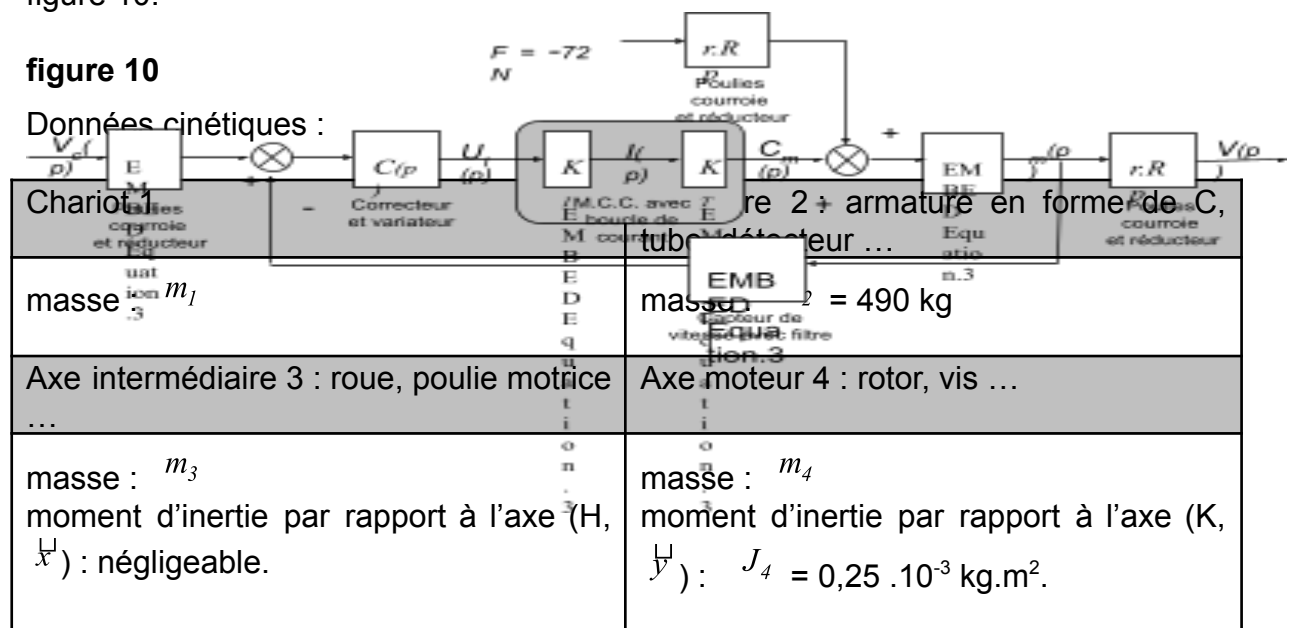
Objectif : Compléter le modèle dynamique de l'actionneur, pour pouvoir régler les constantes du correcteur.

Dans un premier temps, on va négliger les effets des oscillations de l'armature en forme de C. On considère donc encore que l'ensemble constitué du chariot (1) et de l'armature en forme de C (2) est un solide indéformable.

Le joystick permet de piloter la vitesse de déplacement du LP. En lâchant le joystick, le médecin donne une consigne d'arrêt. On va se placer dans le cas le plus défavorable, celui où la vitesse d'approche est la vitesse maximale de $0,1\text{m.s}^{-1}$. Ainsi la consigne est un échelon de vitesse de $0,1\text{m.s}^{-1}$.

La structure de l'asservissement en vitesse du déplacement du chariot est donnée figure 10.

figure 10



Masse totale : $m_T = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 760\text{ kg}$.

Q.10. La courroie roule sans glisser sur la poulie motrice. Donner la relation entre la vitesse de translation du chariot 1 par rapport au plafond, V , et la vitesse angulaire de l'axe intermédiaire 3 par rapport à 1, $\omega_{3/1}$: $\Omega_{(3/1)} = \omega_{3/1} \vec{x}$. Puis donner la relation entre V et la vitesse angulaire du rotor du moteur par rapport à 1, $\omega_m = \omega_{4/1} = \Omega_{(4/1)} \cdot \vec{y}$.

Q.11. Déterminer l'énergie cinétique galiléenne, notée E_c , du LP constitué des solides (1), (2), (3) et (4). Mettre E_c sous la forme $E_c = \frac{1}{2} J_e \cdot \omega_m^2$, donner l'expression littérale de l'inertie équivalente rapportée à l'axe moteur J_e .

4.2 Réglage du correcteur de l'asservissement en vitesse.

Objectif : régler les constantes du correcteur.

A partir du cahier des charges client, le concepteur établit le cahier des charges suivant pour déterminer le réglage du correcteur.

Fonctions de service concernées		N° du critère client	Critère concepteur pour respecter le critère client	Niveau
FS2	Pouvoir commencer la prise de vue dès l'arrêt du mouvement de translation.	1.	Rapidité	Pulsation de coupure à 0 dB : $\omega_{0dB} > 150 \text{ rad.s}^{-1}$
		2.	Amortissement	Marge de phase : 60°
FS3	Assurer la sécurité du patient	2.	Précision de l'arrêt	Erreur nulle en vitesse en régime permanent.

Q.12. Justifier pourquoi cette commande doit impérativement être précise en régime permanent.

On propose deux correcteurs :

o correcteur P : $C(p) = K$

o correcteur PI : $C(p) = K + \frac{K}{0,0133.p}$

Pour ces deux correcteurs, les réponses fréquentielles de la boucle ouverte $H(p)$, sont données dans le document réponse figures R1 et R2, K étant pris égal à 1 pour les deux correcteurs.

Q.13. Choisir le correcteur et le gain K appropriés au cahier des charges. Sur le document réponse, les tracés nécessaires au réglage de K apparaîtront sur la réponse fréquentielle associée au correcteur choisi.

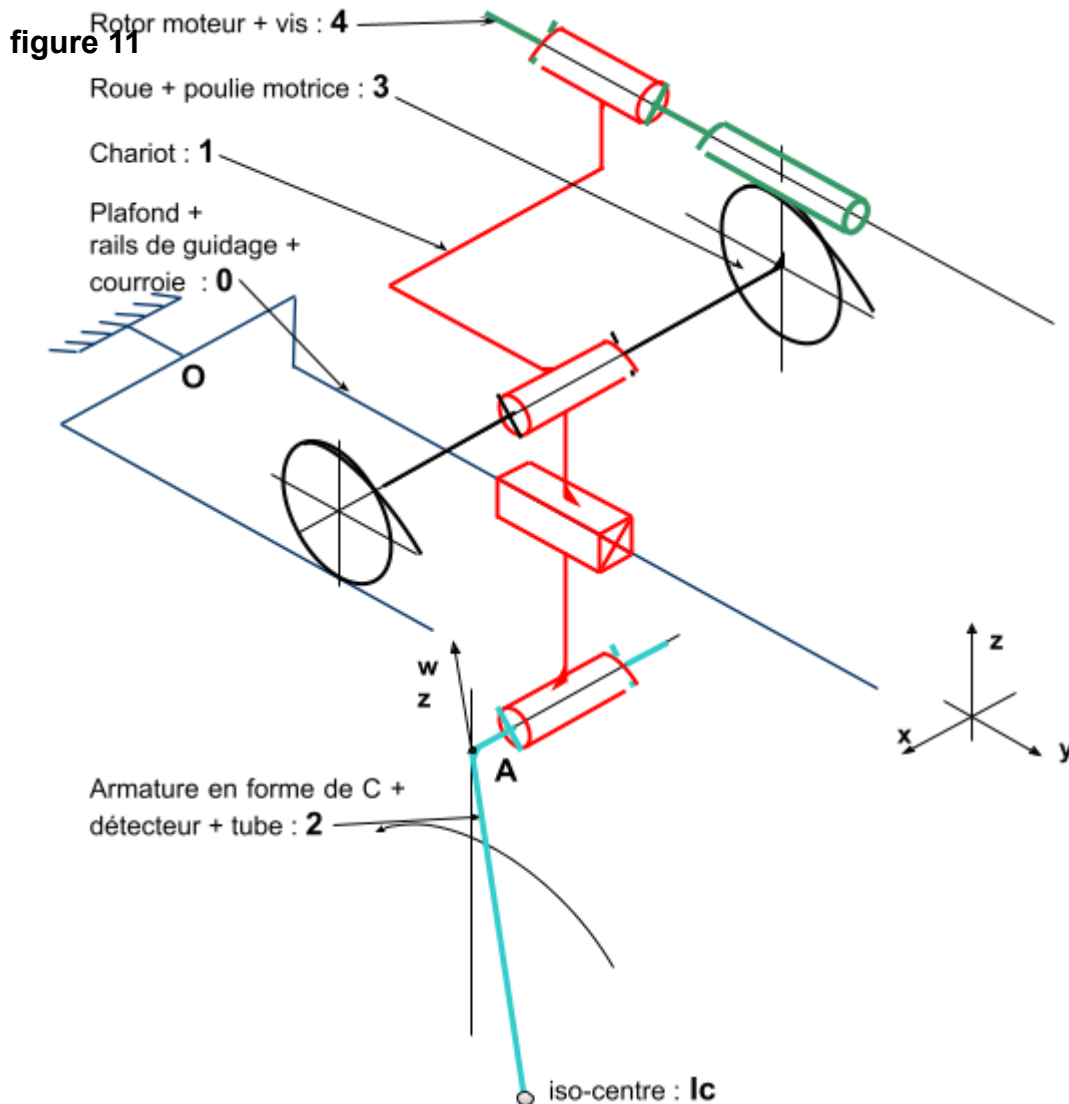
Partie 5 : Limitation des oscillations de l'armature.

Objectif : élaborer une consigne de vitesse dans le but de limiter les oscillations de l'armature conformément au cahier des charges.

5.1 Modélisation

La consigne d'arrêt émise par le joystick est un échelon de consigne de vitesse. Un arrêt trop brusque mettra l'armature en oscillation. Pour filtrer la consigne de manière pertinente, commençons par modéliser la structure pendulée.

Pour des raisons d'encombrement, la liaison entre le chariot (1) et l'armature (2) est réalisée par un centrage court. Le manque de rigidité de cette liaison est à l'origine du premier mode de vibration de l'armature (2). Pour prendre en compte ce mouvement, on complète le modèle par une liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$ avec frottement visqueux, associée à un ressort de torsion.



Données géométriques complémentaires

	Armature (2) : armature en forme de C, tube, détecteur ...
	Repère associé : $(A, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ avec $\vec{u} = \vec{x}$ $\vec{Al_c} = -d \vec{w}$ avec $d = 1,4 \text{ m}$
Liaison glissière de direction $\vec{y}$ entre le chariot (1) et le plafond (0)	Liaison pivot d'axe $(A, \vec{x})$ entre l'armature (2) et le chariot (1)
$\vec{OA} \cdot \vec{y} = y(t)$	Paramètre de position angulaire : $\alpha(t) = (\vec{z}, \vec{w})$

On note V la vitesse de translation du LP par rapport au plafond :
 $\vec{V}_{(A,1/0)} = V \cdot \vec{y} = \frac{dy(t)}{dt} \vec{y}$

Données cinétiques complémentaires

Armature (2) : armature en forme de C, tube, détecteur ...
centre d'inertie G_2 : $\vec{AG_2} = -l_2 \vec{w}$; $I_2 = 0,85 \text{ m}$ moment d'inertie par rapport à l'axe $(A, \vec{x})$: $J_2 = 620 \text{ kg.m}^2$.

Actions mécaniques

Action du ressort de torsion :	Frottement visqueux :
$\left\{ F_{\text{ressort}} \right\}_{1 \rightarrow 2} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -k \alpha \vec{x} \end{matrix} \right\}_M \quad \forall M$	$\left\{ F_{\text{frottement}} \right\}_{1 \rightarrow 2} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -f \vec{\omega} \vec{x} \end{matrix} \right\}_M \quad \forall M$

Soit $\vec{g} = -g \vec{z}$ l'accélération de la pesanteur.

L'ensemble constitué du chariot et de l'armature (2) est un mécanisme à deux degrés de liberté : la position du chariot ($y(t)$) et la position angulaire de l'armature (2) ($\alpha(t)$). Il y a donc deux équations différentielles du mouvement à déterminer. Soient E_1 et E_2 ces deux équations différentielles.

Les théorèmes généraux de la dynamique permettent de déterminer une première équation différentielle. L'hypothèse de petit mouvement en α , conduit à l'expression linéarisée, E_1 , de cette équation différentielle.

$$E_1: I_2 m_2 r R_p \ddot{\alpha}(t) + J_e \ddot{\alpha}_m(t) = C_m(t) + r R_p F$$

On rappelle que la vitesse angulaire du moteur ($\omega_m(t)$) est fonction de la vitesse du chariot ($V(t)$) donc de la position du chariot ($y(t)$).

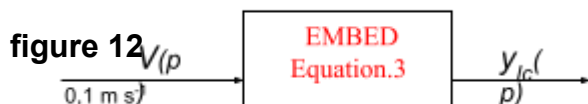
Q.14. Utiliser E_1 pour compléter le schéma bloc du document réponse. Ce schéma bloc sera par la suite terminé à l'aide de E_2 .

Q.15. Déterminer l'équation différentielle E_2 liant $y(t)$ et $\alpha(t)$. Pour cela :

- 15.1. préciser le ou les solides isolés ;
- 15.2. effectuer le bilan des actions mécaniques s'exerçant sur ce ou ces solides, aucun calcul n'est demandé ;
- 15.3. indiquer le théorème à utiliser en précisant la direction de projection et l'éventuel point de calcul ;
- 15.4. à l'aide du formulaire ci-dessous, déterminer l'équation différentielle demandée.
- 15.5. Les oscillations autour de $\alpha_0 = 0$ étant petites, linéariser l'équation différentielle déterminée précédemment.
- 15.6. Terminer le schéma bloc du document réponse en faisant apparaître le déplacement du chariot $y(p)$.

Vitesse instantanée :	Moment cinétique :
$\vec{V}(A_{2/0}) = \dot{y}(t) \vec{y}$	$\vec{\sigma}_{A(2/0)} \cdot \vec{x} = J_2 \ddot{\alpha}(t) + I_2 m_2 \dot{y} \cos \alpha(t)$
$\vec{V}(G_{2,2/0}) = \dot{y}(t) \vec{y} + l_2 \dot{\alpha}(t) \vec{v}$	$\vec{\sigma}_{G_2(2/0)} \cdot \vec{x} = J_2 \ddot{\alpha}(t) - l_2^2 m_2 \ddot{\alpha}(t)$

α étant petit, on choisit d'exprimer le mouvement au niveau de l'iso-centre par : $y_{ic} = -d\alpha$. Conformément à l'équation différentielle trouvée en Q.15 on adopte le modèle de la figure 12.



Un essai est effectué avec les constantes du modèle obtenu. Lors de cet essai, le chariot se déplaçant à $0,1 \text{ m.s}^{-1}$, s'arrête sur une butée mécanique. On peut donc considérer que l'entrée en vitesse est un échelon d'amplitude $-0,1 \text{ m.s}^{-1}$. On relève alors le mouvement de l'armature au niveau de l'iso-centre. Voir le résultat de la mesure sur le document réponse figure R5.

Q.16. Identifier la fonction de transfert $\frac{y_{lc}(p)}{V(p)}$, sachant que :

$$y_{lc}(t) = -0,1 \cdot \lambda \cdot \frac{e^{(-\xi \omega_0 t)}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t)$$

- 16.1. Pour cela, montrer que l'on peut déterminer ξ en utilisant le premier et le troisième extremum de $y_{lc}(t)$, puis, déterminer ξ par calcul ou en utilisant l'abaque du document réponse (sur le document réponse, les tracés utiles apparaîtront sur l'abaque figure R4).
- 16.2. Puis, déterminer ω_0 (sur le document réponse, les tracés utiles apparaîtront sur la courbe du mouvement de l'iso-centre figure R5).
- 16.3. Enfin, déterminer λ .

Le modèle est ensuite affiné par itérations.

5.2 Filtrage de la consigne

Les premières tentatives d'élaboration d'un filtre échouant, il apparaît qu'il faut que la consigne en vitesse soit tout d'abord « saturée en accélération ». C'est le rôle du filtre 1.



La réponse temporelle n'étant toujours pas satisfaisante il est décidé de placer un deuxième filtre sur la consigne (filtre 2). Son rôle est d'atténuer l'influence du premier mode oscillant de l'armature (2).

$$\frac{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_2}{\omega_0} p + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_1}{\omega_0} p + 1}$$

On adopte un filtre réjecteur de fonction de transfert $\frac{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_2}{\omega_0} p + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_1}{\omega_0} p + 1}$. Son rôle est de rejeter l'harmonique de pulsation ω_0 du signal de consigne. On prend $\xi_2 = \xi$, ξ étant le facteur d'amortissement de la masse pendulée. Il reste à dimensionner ξ_1 . On prendra $\omega_0 = 30 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\xi = 0,15$.

Q.17. Sur la copie représenter le diagramme asymptotique de Bode du gain de

$$\frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_2}{\omega_0} p + 1}$$

. Compléter avec l'allure de la courbe réelle.

Q.18. Sur la copie représenter le diagramme asymptotique de Bode du gain de

$$\frac{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_2}{\omega_0} p + 1}{1}$$

. Compléter avec l'allure de la courbe réelle.

Q.19. Comment choisir ξ_1 , pour que le filtre remplisse son rôle, ($\xi_1 > \xi_2$, $\xi_1 = \xi_2$ ou $\xi_1 < \xi_2$) ? Compléter votre justification en représentant, sur votre copie,

$$\frac{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_2}{\omega_0} p + 1}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_1}{\omega_0} p + 1}$$

l'allure réelle du diagramme de Bode du gain de . Commenter le rôle du filtre aux basses fréquences, aux hautes fréquences et au voisinage de la pulsation ω_0 .

Q.20. Quel est l'inconvénient de choisir ξ_1 trop proche de ξ_2 . Au regard des contraintes sur le déplacement du chariot, quel est l'inconvénient de choisir ξ_1 trop éloigné de ξ_2 .

Partie 6 : Synthèse du travail effectué.

Objectif : effectuer la synthèse des résultats obtenus au regard des critères du cahier des charges.

Les constantes du filtre 2 étant affinées après quelques itérations, on obtient alors les résultats donnés sur le document réponse figures R6, R7 et R8.

Q.21. Pour quelle raison le couple moteur est-il limité à environ 0,6 Nm ?

Q.22. Valider tous les critères du cahier des charges de FS2 à FS4, en indiquant la question traitée et la réponse appropriée, ou la courbe utilisée et la valeur relevée qui permettent de conclure. Indiquer les valeurs relevées sur les figures du document réponse.

Faire un tableau de ce type :

	Critère (N°)	N° de figure relative à ce critère	Valeur et/ou commentaire permettant de valider le critère
FS2	1		

FS2	2		
FS3	2		
FS3	3		
FS4			