

סוג הבחינה: מתכונת 1

15/03/2021, משך הבחינה: שעתיים ורבע

השאלון: 035582

מורה: רותי, פאינה

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה

עליך לענות על שלוש שאלות מתוך חמש

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1.

נתונה הפרבולה: $y^2 = 2px$. הנקודה A היא נקודה כלשהי על הפרבולה. הנקודה F היא מוקד הפרבולה ונקודה E היא הנקודה שבה חותך מדריך הפרבולה את ציר ה-X. א. הראה כי המקום הגיאומטרי של הנקודות שהן מרכזי הכובד (מפגש התיכונים) של המשולש AEF הוא פרבולה.

ב. ישר העובר דרך ראשית הצירים ודרך נקודה כלשהי A על הפרבולה $y^2 = 2px$, חותך בנקודה D את גרף הפרבולה שמצאת בסעיף א'.

חשב את היחס בין שטח המשולש AEF לשטח המשולש DEF.

ג. הנקודה $K(3, -6)$ נמצאת במרחקים שווים מן הנקודה $(\frac{p}{2}, 0)$ ומן הישר

$$x = \frac{-p}{2}$$

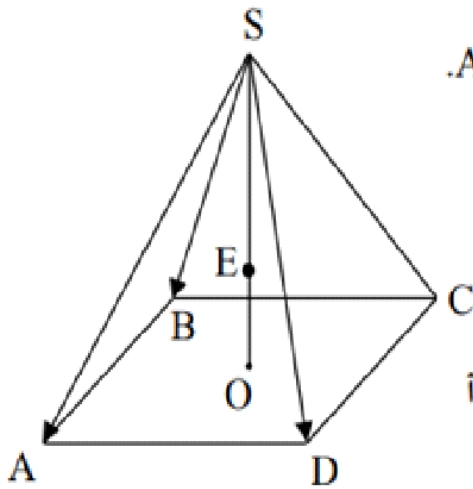
(1) האם הנקודה K נמצאת על הפרבולה $y^2 = 2px$? נמק.

(2) מצא את p.

(3) מצא את שיעורי הנקודה (שאיננה ראשית הצירים) שבה חותך קטע OK

(O ראשית הצירים) את גרף הפרבולה שמצאת בסעיף א'.

2.



הקטע SO הוא הגובה בפירמידה הישרה SABCD שבסיסה הריבוע ABCD.

נסמן: $\overrightarrow{SB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{SD} = \underline{v}$, ו- $\overrightarrow{SA} = \underline{w}$.

א. הבע באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הוקטור $\overrightarrow{SC}$.

ב. נתון: $\angle ASD = \angle ASB = 60^\circ$. חשב את הזווית $\angle ASC$.

ג. נתון שהנקודה O נמצאת בראשית הצירים והנקודה S נמצאת על החלק

החיובי של ציר ה-z. הקטע BC מקביל לציר ה-y והקטע CD מקביל

לציר ה-x. הסבר מדוע SO חוצה את הזווית $\angle ASC$.

ד. נתון: $D(2, 2, 0)$. הנקודה E נמצאת על SO כך ש: $\sqrt{2} \cdot EO = SO$. מצא את:

1. שיעורי הנקודות A, B ו-E.

2. משוואת המישור שעליו מונח המשולש ABE.

ה. מצא את הנקודה S הנמצאת על ציר ה-z כך שהזווית $\angle ASD = 60^\circ$ והקטע SD מקביל לציר ה-y.

3.

נתונה המשוואה: $(z + a)^4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, a – פרמטר מרוכב.

סכום כל הפתרונות המשוואה הוא $-10 - 2\sqrt{3}i$

1. חשב את a

2. הפתרון הממשי של המשוואה הוא קדקוד הזווית הישרה של משולש ישר

זווית, החסום במעגל קנוני במישור של גאוס. אחת הזוויות של המשולש

היא בת 30° .

מצא שני קודקודים האחרים של המשולש (הבחן בין שני מקרים).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4.

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x + m + 2}{e^{2x} + m}$

א. מצא עבור איזה ערך **יחיד** של m , יהיה למשוואה $f'(x) = 0$ פתרון יחיד.

ב. נתון: למשוואה $f'(x) = 0$ יש פתרון יחיד.

1. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

2. קבע האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

3. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

4. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5. מצא עבור אילו ערכי k שלמים, למשוואה $f(x) = 2^k$ אין פתרונות.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$

1. לפניך שלושה ביטויים. קבע מי מהשלושה הגדול ביותר בערכו עבור n טבעי. נמק את תשובתך.

$$\text{i. } \int_{n+4}^{n+5} f(x) dx \quad \text{ii. } \int_{n+3}^{n+4} g(x) dx \quad \text{iii. } \int_{n+4}^{n+5} g(x) dx$$

2. קבע האם הביטוי הגדול ביותר בערכו, הוא גדול מ-1, שווה ל-1, קטן מ-1 או שלא ניתן לקבוע. נמק את תשובתך.

5.

נתונות הפונקציות:

$$h(x) = \frac{f(x)-1}{f'(x)}, \quad g(x) = \frac{1}{f'(x)}, \quad f(x) = \ln x$$

א) מצא את הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$

ב) מצא תחום הגדרה, נקודת קיצון, תחומי עליה וירידה (אם יש כאלה) לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$

ג) שרטט גרפים לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$

ד) חשב את האינטגרלים הבאים:

$$\int_e^{e^2} (f(x) - f'(x)) dx \quad .i$$

$$\int_{e^2}^{e^3} \frac{\ln x}{x(\ln x - 1)} dx \quad .ii$$

בהצלחה !!!