

Разложение на простые множители

Основная теорема арифметики (ОТА). Каждое натуральное число n>1 представимо в виде $n=p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_k$, где $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_k$ – простые числа, причём такое представление единственное с точностью до перестановки.

Следствие. Каждое натуральное число n>1 единственным образом представимо в виде $n=p_1^{d_1} \cdot p_2^{d_2} \cdot p_3^{d_3} \cdot \ldots \cdot p_k^{d_k}$, где $p_1<p_2<p_3<\ldots<p_k$ – простые числа, $d_1<d_2<d_3<\ldots<d_k$ натуральные числа или 0.

Задачи на разбор

1. Делится ли $27 \cdot 3$ на 6? А на 18?
2. Верно ли, что если натуральное число делится на 4 и на 6, то оно делится и на 12? А на 24?
3. Число А не делится на 3. Может ли на 3 делится число 2А?

Задачи для самостоятельного решения

1. Докажите, что произведение любых трёх последовательных натуральных чисел делится на 6.
2. Докажите, что произведение любых пяти последовательных натуральных чисел делится на a) 30, b) 120.
3. Является ли число 1601 простым?
4. Зуя и Лульбук взяли на прокат одинаковые самокаты. Сколько стоит аренда транспорта, если Зуя уплатила стоимость услуги трёхрублёвыми купюрами, Лульбук – пятирублёвыми, а всего они в кассу дали меньше 10 купюр?
5. Найдите такие четыре различные натуральных числа, что произведение любых трёх из них, сложенное с единицей, делится на 4.
6. Доказать, что число ababab делится на 7, 13,37.
7. Докажите, что число имеет нечётное число делителей, тогда и только тогда, когда оно точный квадрат.
8. Можно ли прямоугольный параллелепипед $210\ 310510$ разрезать на кирпичики 45×10?