

## חקירת פונקציה עם פרמטרים – פונקציות רציונאליות

(39) לפונקציה  $f(x) = \frac{12x}{x^2 - 6x + a}$  יש נקודת קיצון בנקודה  $x = -3$ .

- מצא את  $a$ .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה  $f'(x)$ .
- שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה  $f(x)$ , את הגרף של הפונקציה  $f'(x)$  אם ידוע שלפונקציה  $f(x)$  יש נקודת פיתול אחת בלבד.

(40) הישר  $x = -1$  הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה  $f(x) = \frac{-x}{x^2 - x + a}$ .

- מצא את  $a$  ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- הסבר מדוע אין תחום משותף שבו הפונקציה  $f'(x)$  שלילית וגם הפונקציה  $f''(x)$  שלילית.
- שרטט בצורה כללית גרף של הפונקציה  $|f(x)|$ .

(41) לפונקציה  $f(x) = \frac{x+b}{x^2+ax-4}$  יש נקודת קיצון בנקודה  $(1, -1)$ .

- מצא את  $a$  ו- $b$  ואת תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העלייה והירידה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
- שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה  $f(x)$ , את הגרף של הפונקציה  $f'(x)$  אם ידוע שלפונקציה  $f(x)$  יש בדיוק נקודת פיתול אחת.
- מצא את התחום שבו הפונקציה  $f'(x)$  חיובית וגם הפונקציה  $f''(x)$  חיובית.

**42** לפונקציה  $f(x) = \frac{x^2}{x-4} + b$  יש נקודת מינימום בנקודה ששיעור ה- $y$  שלה הוא 18.

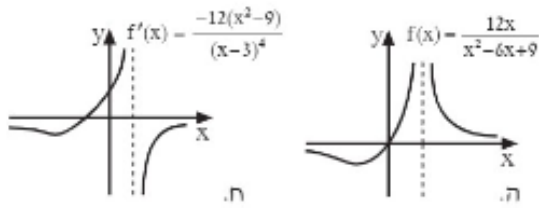
- א. מצא את  $b$ .  
 ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.  
 ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.  
 ד. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.  
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ו. מצא לאילו ערכי  $k$  הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה:  
 (1) בנקודה אחת. (2) בשתי נקודות. (3) באף נקודה.  
 ז.  $g(x)$  היא פונקציה המקיימת:  $g'(x) = f(x)$  בתחום  $x < 4$ .  
 (1) מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (3) ידוע שהפונקציה  $g(x)$  חותכת את ציר ה- $x$  בנקודה  $x = 3.851$  בקירוב ונקודות הקיצון שלה נמצאות מעל לציר ה- $x$ . שרטט בצורה כללית גרף של הפונקציה  $g(x)$ .  
 (4) מעבירים משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודה שבה  $x = 3$ . מצא את שיעור ה- $x$  של הנקודה שנמצאת על גרף הפונקציה  $g(x)$  והמשיק בה לגרף הפונקציה  $g(x)$  מקביל למשיק הנ"ל.

**43** שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2+ax}{x^2-4}$  בנקודה  $x = 0$  הוא  $\frac{1}{2}$ .

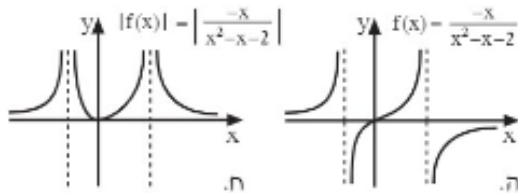
- א. מצא את  $a$ .  
 ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.  
 ד. הראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.  
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ו. שרטט בצורה כללית, עפ"י הגרף של הפונקציה  $f(x)$ , את הגרף של הפונקציה  $f'(x)$  אם ידוע שלפונקציה  $f(x)$  אין נקודות פיתול.

**44** שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{ax^2-1}{b-x^2}$  בנקודה  $x = 1$  הוא  $\frac{2}{3}$ . הישר

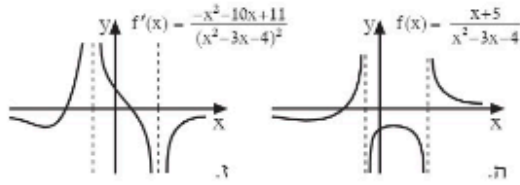
- $y = -1$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה.  
 א. מצא את  $a$  ו- $b$ .  
 ב. הצב את  $a$  ו- $b$  שמצאת בפונקציה וחקור אותה (תחום הגדרה, נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, אסימפטוטות אנכיות).  
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ד. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.  
 ה. מצא כמה נקודות חיתוך יש לישר  $y = k$  עם גרף הפונקציה אם:  
 (1)  $k > -\frac{1}{4}$  (2)  $-\frac{1}{4} < k < -1$ .  
 ו.  $g(x)$  היא פונקציה המקיימת  $g(x) = c \cdot f(x) + 3c$ ,  $c > 0$ . נתון שהאסימפטוטה האופקית של  $g(x)$  היא  $y = 6$ . מצא את  $c$ .



- (39) א. 9. ב.  $x \neq 3$ .  
 ג. מינימום:  $(-3, -1)$ .  
 ד.  $x = 3, y = 0$ : חיובית;  
 $x > 0$ , שלילית:  $x < 0$ .  
 ה.  $x = 3, y = 0$ .



- (40) א.  $x \neq 2, x \neq -1, -2$ .  
 ג. עולה:  $x < -1$  או  $-1 < x < 2$ .  
 או  $x > 2$ . ד.  $x = -1, x = 2, y = 0$ .  
 ו. חיובית:  $x < -1$  או  $0 < x < 2$ ,  
 שלילית:  $-1 < x < 0$  או  $x > 2$ .



41 א.  $b = 5, a = -3$

ב.  $x \neq 4, x \neq -1$  (הפתרון)

ג.  $a = -1, b$  לא ייתכן.

ד.  $(1, -1)$  מקסימום,

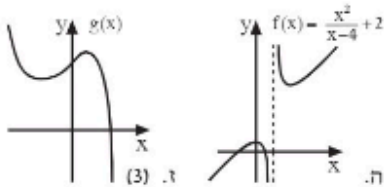
ה.  $(-11, -0.04)$  מינימום;

עולה:  $-11 < x < -1$

או  $-1 < x < 1$ , יורדת:  $x < -11$  או  $1 < x < 4$  או  $x > 4$ . ג.  $x = -1, x = 4, y = 0$

ד.  $(0, -\frac{5}{4}), (-5, 0)$ . ו. חיובית:  $-5 < x < -1$  או  $x > 4$ , שלילית:  $x < -5$  או

$-1 < x < 4$ . ת.  $-11 < x < -1$ .



42 א. 2. ב.  $(0, 2)$  מקסימום,  $(8, 18)$

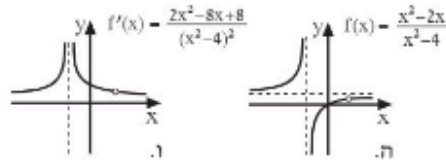
מינימום. ג.  $(0, 2), (2, 0), (-4, 0)$ . ד.  $x = 4$

ו.  $(1) 2, (2) k > 18$  או  $k < 2$

ז.  $(3) 2 < k < 18$ ,  $x = 2$  מקסימום,

ח.  $x = -4$  מינימום. (2) עולה:  $-4 < x < 2$ ,

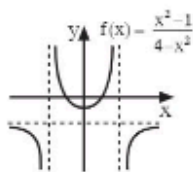
יורדת:  $x < -4$  או  $2 < x < 4$  (4)  $x = -12$ .



43 א. -2

ב.  $x \neq -2, x \neq 2$

ג.  $x = -2, y = 1$



44 א.  $b = 4, a = -1$ . ב. תחום הגדרה:  $x \neq \pm 2$  חיתוך עם

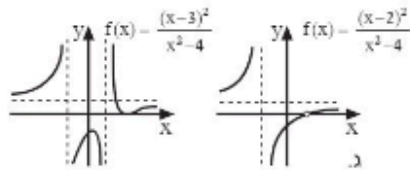
הצירים:  $(0, -\frac{1}{4}), (1, 0), (-1, 0)$ . נקודות קיצון:  $(0, -\frac{1}{4})$

מינימום. עולה:  $0 < x < 2$  או  $x > 2$ , יורדת:  $-2 < x < 2$  או

$x < -2$ . אסימפטוטות אנכיות:  $x = 2, x = -2$ . ד. חיובית:

$-1 < x < 1$  או  $-2 < x < -1$  או  $x < -2$  שלילית:  $1 < x < 2$  או  $x < -2$  או

$x > 2$ . ה. (1) שתיים. (2) אף נקודה. ו.  $c = 3$ .

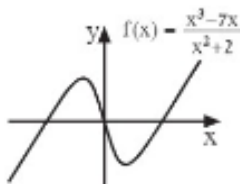


45 א.  $a = 2$  או  $a = 3$ . ב.  $a = 2$

אין קיצון;  $y = 1, x = -2, a = 3$

ג.  $(3, 0)$  מינימום,  $(1\frac{1}{3}, -1\frac{1}{4})$  מקסימום;

ד.  $x = -2, y = 1$  או  $2\frac{1}{4}$ .



46 א.  $a = 2$ ;  $(1, -2)$  מינימום,  $(-1, 2)$

מקסימום. ב. שלוש. ג.  $(\sqrt{7}, 0), (0, 0)$ ,

ה.  $x_1 > \sqrt{7}, 0 < x_2 < \sqrt{7}$ .

ו.  $(1, 2)$  מקסימום,  $(-1, -2)$  מינימום.