

التمرين الأول (8 نقاط)

$$\{u_0 = 1 \quad u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{2}{4} \quad (u_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } N \text{ كما يلي:}$$

(1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

(2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 2$

(ا) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية، عين أساسها q وحدها الأول v_0

(ب) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

(د) بين أن (u_n) متقاربة

(4) نضع من أجل كل n عدد طبيعي غير معدوم: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(ا) أحسب S_n بدلالة n

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$

التمرين الثاني (12 نقطة)

I. لتكن g دالة معرفة على R بالشكل : $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 5$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α بحيث : $\alpha \in [0; 1]$

(3) عين حسب قيم x إشارة $g(x)$

II. لتكن f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالشكل: $f(x) = \frac{x^3 - 3x + 1}{(x+1)^2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ طول الوحدة $2cm$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$ فإن : $f(x) = x - 2 + \frac{3}{(x+1)^2}$

(2) (ا) أحسب $f(x)$ و $f'(x)$

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

(4) انشئ (C_f) و (Δ)

III. ينتج مصنع في اليوم q وحدة من منتوج معين (q بالمتات) و $61 \leq q \leq$. الكلفة الاجمالية لصنع كمية q من هذا المنتوج و

المقدرة بألاف الدينارات هي : $C(q) = \frac{1}{3}q^3 - 3q^2 + 8q - \frac{13}{3}$

1) أ) الكلفة الهامشية لإنتاج وحدة إضافية معرفة بالشكل: $C'_m(q) = C'(q)$. أحسب الكلفة الهامشية لصنع 5 وحدات إنتاجية

ب) ما هي الكمية المنتجة التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية 8000DA

2) أ) أدرس تغيرات الدالة الكلفة الاجمالية $C(q)$ على المجال $[1; 6]$

ب) استنتج الكمية المنتجة التي من أجلها تكون الكلفة الاجمالية صغرى