

Θοδωρή ως συνέχεια του προηγούμενου δίνω δύο ενεργειακές σχέσεις για το φαινόμενο γενικότερα και με εφαρμογή των δεδομένων σου, εφόσον είναι γνωστό το μήκος κύματος της σκεδασμένης.

$$\text{Από } \begin{pmatrix} \Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi) \\ \lambda' = 2\lambda \end{pmatrix} \rightarrow \lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi)$$

Η ενέργεια του φωτονίου της σκεδασμένης δέσμης σε συνάρτηση με την ενέργεια του φωτονίου της προσπίπτουσας υπολογίζεται από τη σχέση

$$\frac{E'}{E} = \frac{f'}{f} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\lambda}{\lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos \varphi)} = \frac{1}{1 + \frac{h}{mc\lambda}(1 - \cos \varphi)} = \frac{1}{1 + \frac{h(c/\lambda)}{mc^2}(1 - \cos \varphi)} = \frac{1}{1 + \frac{E}{mc^2}(1 - \cos \varphi)} \rightarrow$$

$$\boxed{E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{mc^2}(1 - \cos \varphi)}}$$

Ομοίως για την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου σε συνάρτηση της ενέργειας του προσπίπτοντος φωτονίου από προηγούμενη σχέση έχουμε

$$\frac{K_e}{E} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{(\Delta\lambda/\lambda)}{1 + (\Delta\lambda/\lambda)} \rightarrow \boxed{K_e = E \frac{(\Delta\lambda/\lambda)}{1 + (\Delta\lambda/\lambda)}}$$

1. αν  $\Delta\lambda/\lambda \ll \lambda_c/\lambda \ll 1 \rightarrow K_e \ll E$  που σημαίνει ότι όλη η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου μεταφέρθηκε ως κινητική στο ηλεκτρόνιο, δηλ. ουσιαστικά το προσπίπτον φωτόνιο απορροφήθηκε από το ηλεκτρόνιο. χωρίς επανεισπομπή φωτονίου. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν  $\lambda_c \ll \lambda \rightarrow \lambda \ll 2,4 \text{ pm} \approx 0,48 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ , δηλ. όταν το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου είναι πολύ μικρότερο του μήκους κύματος Compton (πολύ μεγαλύτερη συχνότητα). Στην ελαστική μετωπική σύγκρουση το κινούμενο σωματίδιο έχει την ίδια μάζα με το ακίνητο.

2. αν  $\Delta\lambda/\lambda \ll 1 \rightarrow K_e \ll E$  που σημαίνει ότι πολύ μικρό μέρος της ενέργειας του προσπίπτοντος φωτονίου μεταφέρθηκε ως κινητική στο ηλεκτρόνιο ή αλλιώς το φωτόνιο της σκεδασμένης έχει την ίδια περίπου ενέργεια με το φωτόνιο της προσπίπτουσας. Αυτό μπορεί να συμβεί όταν  $\lambda_c \ll \lambda \rightarrow \lambda \ll 2,4 \text{ pm} \approx 0,48 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ , δηλ. όταν το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτονίου είναι πολύ μεγαλύτερο του μήκους κύματος Compton (πολύ μικρότερη συχνότητα). Στην ελαστική μετωπική σύγκρουση το κινούμενο σωματίδιο έχει πολύ μικρότερη μάζα σε σχέση με το ακίνητο (πχ ελαστική κρούση σε τοίχο δίνει ανάκλαση με την ίδια κινητική ενέργεια).

### Εφαρμογή

$$\lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi) = \lambda_c \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \lambda_c$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\frac{3}{4}\lambda_c} = \frac{4}{3} \frac{hc}{\lambda_c} = \frac{4}{3} mc^2, \quad mc^2 \approx 0,5 \text{ MeV}$$

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{mc^2}(1 - \cos \varphi)} = \frac{E}{1 + \frac{\frac{4}{3}mc^2}{mc^2} \left(1 - \frac{1}{4}\right)} = \frac{E}{1 + \frac{4}{3} \frac{3}{4}} = \frac{1}{2} E = \frac{2}{3} mc^2$$

$$K_e = E - E' = \frac{1}{2} E = \frac{2}{3} mc^2 \quad \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_c \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\frac{3}{4} \lambda_c} = 1$$

$$K_e = \frac{(\Delta \lambda / \lambda)}{1 + (\Delta \lambda / \lambda)} E = \frac{1}{2} E = \frac{2}{3} mc^2$$