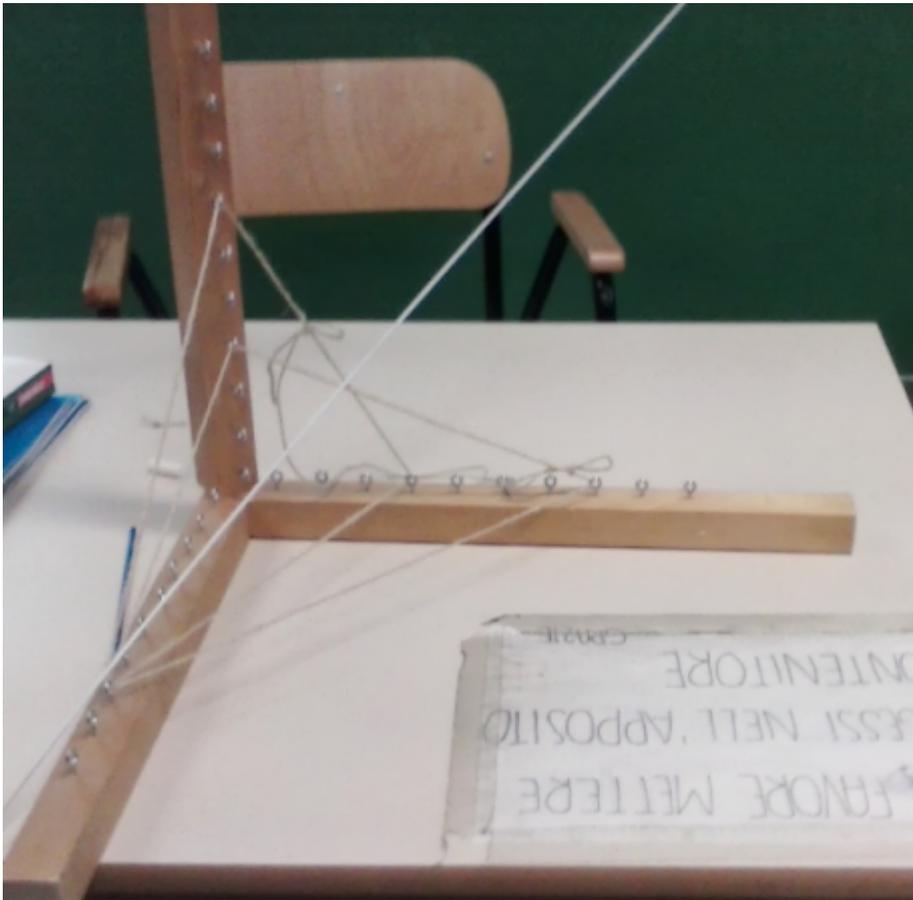


Ricaviamo la forma parametrica di una retta nel seguente esempio:

$$\begin{cases} x + y + 2z - 2 = 0 \\ x + 2y + z - 2 = 0 \end{cases}$$



E' un sistema di 2 equazioni e 3 incognite: ha infinite soluzioni. Trovo tutto in funzione di una delle tre incognite.

$$-y+z=0 \quad z=y$$

$$x+z+2z-2=0$$

$$x=2-3z$$

$$\begin{cases} x = 2 - 3z \\ y = z \\ z \end{cases}$$

Posso usare, invece dell'incognita, un parametro t . Si può attribuire a t il significato fisico di tempo e immaginare il punto in forma parametrica come un punto che si muove nello spazio. La traiettoria descritta al variare del tempo t è una retta se le coordinate sono funzione lineare di t .

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

Per esempio in questa tabella vediamo in quale punto della retta ci si trova al variare del tempo t :

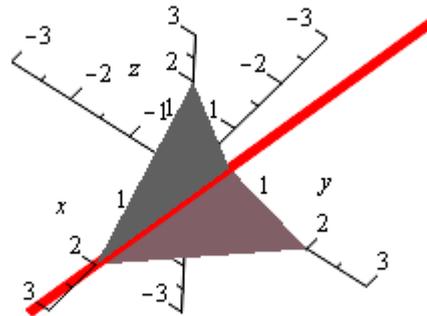
t	x	y	z
0	2	0	0
1	-1	1	1
-1	5	-1	-1

$(-3, 1, 1)$, formato dai tre coefficienti di t , è un vettore che ha la stessa direzione della retta. Di rette con questa direzione ce ne sono infinite. Per individuare la retta che cerco ho bisogno di un punto qualunque della retta.

Il termine noto $2, 0, 0$ è il punto iniziale che individua l'unica retta che cerco.

Avrei potuto prendere qualsiasi altro punto della retta.

$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$$



Posso anche utilizzare infiniti vettori per indicare la direzione (m, n, q) , ma devono essere tutti proporzionali tra loro.

Il vettore "privilegiato" è quello di lunghezza 1.

Normalizzo:

$$(m, n, q) = \left(\frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2 + q^2}}, \frac{n}{\sqrt{m^2 + n^2 + q^2}}, \frac{q}{\sqrt{m^2 + n^2 + q^2}} \right)$$

Sono tutti numeri minori di 1, sono dei coseni: $(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$

Coseni direttori α, β, γ rappresentano l'angolo che la retta forma rispettivamente con l'asse x , l'asse y e l'asse z .

il vettore $(-\frac{3}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}})$ indica gli angoli $\alpha = 154^\circ \beta = 72^\circ \gamma = 72^\circ$

Due rette con parametri direttori proporzionali sono parallele.

Esempio

Determina la retta parallela a $\begin{cases} 6x - 3y - z + 2 = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$ e passante per $A(4, 1, -2)$.

Metto in forma parametrica per trovare i parametri direttori $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 8 - 9t \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 9t \end{cases}$$

Uso il punto A :

trasformo in forma normale (non è necessario) $\begin{cases} y = 5 - x \\ z = 7 - 9y \end{cases}$

Esercizi

1. Scrivere la forma parametrica l'equazione della retta generata dall'intersezione dei piani $2x-2y+1=0$ e $x-3y+2z+1=0$

$$f(x) = \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t - 1 \end{cases}$$

2. Data la retta in forma parametrica tra due piani.

, scriverla come intersezione