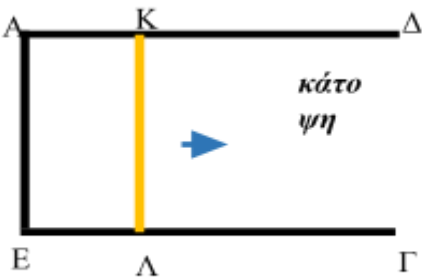
Επαγωγή σε σύρμα μεταβλητής αντίστασης

Το αγώγιμο σύρμα ΔΑΕΓ μήκους L=21m και σταθερής διατομής βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου έντασης B=2T και κατεύθυνσης από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Ο αγωγός ΚΛ, με μήκος l=1m και αμελητέας εσωτερικής αντίστασης, κινείται, με ταχύτητα υ=1m/s, χωρίς τριβές πάνω στους παράλληλους αγωγούς ΑΔ και ΕΓ που απέχουν απόσταση 1m, μένοντας διαρκώς κάθετος και σε επαφή μ' αυτούς.
Τη στιγμή t=0 ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται στην πλευρά ΑΕ και τη χρονική στιγμή t=2s η ένταση του ρεύματος είναι 2A.



Σχήμα α 1.

i. Να βρείτε την αντίσταση R* ανά μονάδα μήκους του σύρματος ΔΑΕΓ.

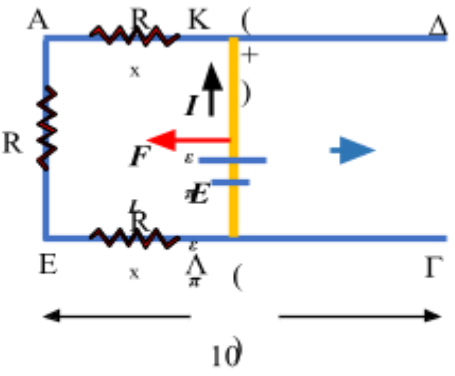
ii. Να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση του χρόνου σε αριθμημένους άξονες μέχρι ο αγωγός να αποχωριστεί από το σύρμα ΔΑΕΓ.

iii. Να βρείτε την θερμική ισχύ σε κάθε πλευρά του σύρματος τη χρονική στιγμή που η τάση $V_{KA}=2,5V_{AE}$.

iv. Το επαγωγικό φορτίο που έχει διακινηθεί σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του αγωγού είναι $q_{επ}=20/4,2$ C. Επιβεβαιώστε ή όχι την παραπάνω πρόταση.

Απάντηση

i. Καθώς εισέρχεται ο αγωγός μέσα στο μαγνητικό πεδίο εμφανίζεται Η.Ε.Δ. από επαγωγή με την πολικότητα που έχει σημειωθεί στο σχήμα. Το ρεύμα θα διαρρέει το κλειστό κύκλωμα ΑΚΛΕ.
Αν σε χρόνο t ο αγωγός έχει μετακινηθεί κατά x, η αντίσταση στο μήκος x θα ισούται με $R_x=\dfrac{\rho x}{S}$.



Σχήμα α 2.

$$\frac{R_{AE}}{R_x}=\frac{\frac{\rho l}{S}}{\frac{\rho x}{S}}=\frac{l}{x}\rightarrow R_x=R_{AE}\frac{x}{l}\rightarrow R_x=R\frac{\upsilon\cdot t}{l}$$

$$i=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{AE}+R_{AK}+R_{\Lambda\Delta}}\xrightarrow{R_{AK}=R_{\Lambda\Delta}=R_x} i=\frac{B\cdot\upsilon\cdot l}{R+2R_x}\rightarrow i=\frac{B\cdot\upsilon\cdot l}{R+2R\frac{\upsilon\cdot t}{l}}\rightarrow i=\frac{2\cdot1\cdot1}{R+2R\frac{1\cdot t}{1}}\rightarrow$$

$$i=\frac{2}{R+R\cdot 2t}\quad (1)$$

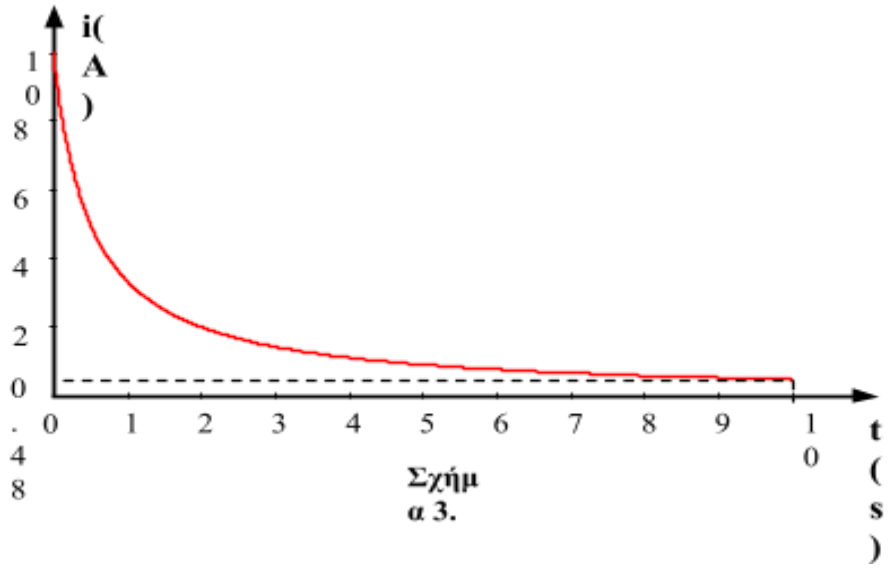
Για t=2s , i=2A

$$2 = \frac{2}{R + R\cdot 2\cdot 2} \rightarrow R = 0,2\Omega$$

.

Η αντίσταση R αντιστοιχεί σε μήκος l=1m και έτσι η αντίσταση ανά μονάδα μήκους του σύρματος είναι $R^* = 0,2\frac{\Omega}{m}$. Για κάθε στιγμή $R_{ολ}= R + R\cdot 2t$ =0,2+0,4t

ii. Από τη σχέση 1 προκύπτει $i = \frac{2}{0,2 + 0,4t}$. Ο αγωγός αποχωρίζεται την t=10s. Το ρεύμα τη στιγμή αυτή είναι i=2/4.2A≈0.48A



Σχήμα 3.

iii.

$V_{KA}+ V_{AE} +V_{EΛ}=E_{επ}\rightarrow 2V_{KA}+ V_{AE} =Bul\rightarrow 5\cdot V_{AE} + V_{AE}= Bul\rightarrow 6V_{AE}=2\rightarrow V_{AE}=1/3V$

$i\cdot R=1/3\rightarrow i=10/6A\rightarrow i=5/3A$

$V_{KA}=R_{EΛ}=2,5/3$ V.

Έτσι $P_{R,AE}= V_{AE}\cdot i= 1/3 \cdot 5/3=5/9W$

Και $P_{R,KA}= P_{R,EΛ}= V_{KA}\cdot i= 2,5/3 \cdot 5/3=12,5/9W$

v.

Το επαγωγικό φορτίο δίνεται από το εμβαδό του διαγράμματος 3. Η αντίσταση του σύρματος δεν είναι σταθερή και δεν ισχύει ο νόμος του Neumann. Την t=0 η αντίσταση είναι η μικρότερη και ίση με R_{AE}=0.2Ω ενώ την t=10s η αντίσταση είναι $R_{ΔAEΓ}$ =4,2Ω. Η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι συνολικά ΔΦ=B·ΔS=20Wb. Δεδομένου ότι το ρεύμα ελαττώνεται το φορτίο θα είναι ανάμεσα στο

$$\frac{\Delta\Phi}{R_{AE}} > q > \frac{\Delta\Phi}{R_{\Delta AE\Gamma}} \rightarrow \frac{20}{0.2} > q > \frac{20}{4.2} \rightarrow 40C > q > 4,76C$$

Επομένως η πρόταση είναι λάθος.
Αναλυτικά

$$q = \int_0^{10} i\,dt = \int_0^{10} \frac{2}{0.2+0.4t}dt = 5\ln|0.2+0.4t|\Big|_0^{10} = 15,2226$$ C

ή μέσω του graph το εμβαδό είναι ίσο με 15,2226

