**ثانوية الصديق عبدالله بئرخادم** **العام الدراسي 2022 / 2023**

**القسم : 3 رياضيات** **اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات** **المدة: 3 ساعات**

---

**التمرين الأول: (06 ن )**

( $I$ ) المتتالية العددية $(u_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة : $u_n = \int_{-1}^{1} \left(\frac{2|x|}{3} + \frac{e^{-2n|x|}}{3}\right) dx$

**1)** بين من أجل كل عدد طبيعي $n$ أن : $u_n > 0$

**2)** بين من أجل كل عدد طبيعي $n$ أن : $u_n = 2\int_{0}^{1} \left(\frac{2x}{3} + \frac{e^{-2nx}}{3}\right) dx$

**3)** برهن من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم : $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}\int_{0}^{1} e^{-2(n+1)x}(1-e^{2x})\, dx$

**4)** استنتج إشارة $u_{n+1} - u_n$ ثم برهن أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة .

**5)** عين عبارة $u_n$ بدلالة $n$ ثم أعطي نهاية المتتالية $(u_n)$ .

( $II$ ) المتتالية العددية $(v_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ : $v_n = 2n\,u_n$

**1)** اكتب الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ .

**2)** المتتالية العددية $(w_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ : $w_n = v_n - \frac{4n}{3} - \frac{2}{3}$

**أ)** عين عبارة $w_n$ بدلالة $n$ . ثم برهن المتتالية $(w_n)$ هندسية يطلب تعين أساسها

**ب)** برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1+3+5+\ldots+(2n+1) = (n+1)^2$

**ج)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ , نضع $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_n$ و $S'_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$

احسب $S_n$ بدلالة $n$ , ثم استنتج $S'_n$ بدلالة $n$

**التمرين الثاني: (06 ن )**

يحتوي كيس $U$ على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها : 7 حمراء تحمل الأرقام 0 ، 1، 2 ، 3 ، 4 ، 5 و 6 و 3 خضراء تحمل الأرقام 4 ، 2− و 3− .

نسحب من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1) احسب احتمال الأحداث التالية :

$A$ " الحصول على 3 كريات من نفس اللون . $B$ " الحصول على كريتين حمراوين على الأقل "

$C$ " الحصول على كرية خضراء على الأكثر وتحمل عددا سالبا تماما. $D$ " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها معدوم "

$E$ " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها عدد سالب تماما "

2) المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

أ / عين قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ .

ب / احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ .

3) زهرة نرد غير مزيفة ذات 6 أوجه ، 4 منها تحمل الرقم 1 واثنتان يحملان الرقم 2 .

نعرف التجربة التالية : يرمي اللاعب زهرة النرد إذا ظهر الرقم 1 يسحب كريتين على التوالي دون إرجاع من $U$

وإذا ظهر الرقم 2 يسحب كريتين على التوالي مع إرجاع من $U$ .

أ / شكل شجرة الاحتمالات .

ب / احسب احتمال ظهور الرقم 1 علما أن الكريتين المسحوبتين من لونين مختلفين

**التمرين الثالث(06 ن ):**

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، العدد $3^{3n}-1$ يقبل القسمة على 13 .

2) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، يقبل كل من العددين $3^{3n+1}-3$ و $3^{3n+2}-9$ القسمة على 13 .

3) عين، حسب قيم $n$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد $3^{3n}$ على 13 ، واستنتج باقي قسمة $2005^{2010}$ على 13 .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $p$ : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$ .

1) من أجل $p = 3n$ ، عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $A_p$ على 13 .

2) برهن أنه إذا كان $p = 3n+1$ فإن $A_p$ يقبل القسمة على 13 .

3) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $A_p$ على 13 من أجل $p = 3n+2$ .

5) يكتب العددان الطبيعيان $a$ و $b$ في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي: $a = \overline{1001001000}$ و $b = \overline{1000100010000}$

1) تحقق أن العددين $a$ و $b$ يكتبان على الشكل $A_p$ في النظام العشري.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين $a$ و $b$ على $13$.

**التمرين الرابع ( 02 ن ):**

حافلة صغيرة لنقل المسافرين بها 27 راكب مصنفين إلى ثلاث أصناف: مجموعة دفعت 20 دج (صنف $A$ ) و مجموعة أخرى دفعت 12 دج (صنف $B$ ) أما المجموعة الثالثة فلم تدفع شيئا (صنف $C$ ) إذا علمت أن المبلغ الإجمالي المدفوع هو 468 دج

أحسب عدد الركاب من كل صنف.

**انتهى بالتوفيق**