

國立高師大附中108學年度第2學期第二次段考高二數學科自然組(仁~信)試題
(時間:80分鐘)

1、 多重選擇題:30分(每題全對得6分, 只錯一個選項得4分, 錯兩個選項得2分, 其餘不給分)

1.在空間中, 下列何者圖形表一直線?

(1) $y=1$ (2) $2x+y=3$ (3) $\begin{cases} x-2y-z=0 \\ -2x+4y+2z=6 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x+2y-z=4 \\ -y+z=-2 \\ x+y=2 \end{cases}$

2.坐標空間中有三直線 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$, $L_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+3}{1}$, $L_3: \begin{cases} x=-t \\ y=-7-3t \\ z=-4-t \end{cases}$ 且 t 為實數, 請選出正確的選項。(1) L_1 與 L_2 歪斜線 (2) L_1 與 L_3 平行 (3) L_2 與 L_3 歪斜線 (4)有一個平面同時包含 L_1 與 L_3 (5)有一個平面同時包含 L_2 與 L_3

3.空間中三平面 $E_1: kx+y+2z=1$, $E_2: x+ky+2z=1$, $E_3: x+2y+kz=1$, 下列敘述哪些正確?
(1) $k=3$ 時, 三平面交於一點 (2)若三平面中兩平面重合且和不重合的平面交於一線, 則 $k=1$ (3) $k=-3$ 時, 三平面兩兩交於一線, 此三線互相平行 (4) $k=2$ 時, 三平面交點有無限多個 (5)三平面不可能沒有交點

4.設 A 、 B 、 C 均為 2 階方陣, I 為二階單位方陣, O 為二階零方陣, 則下列敘述哪些正確?

(1)若 $AB=O$, 則 $BA=O$ (2)若 $AC=BC$ 且 $\det(C) \neq 0$ 則 $A=B$. (3)若 $A+B=O$, 則 $A^2+AB=O$ (4)若 $A^3+A^2=A$ 且 $\det(A) \neq 0$, 則 A 的乘法反方陣為 $A+I$
(5)若 $\det(A) \neq 0$ 且 $\det(B) \neq 0$, 則 $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$

5.若 $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ c & d \end{bmatrix}$, 已知 $AB = \begin{bmatrix} 5 & 20 \\ 24 & -25 \end{bmatrix}$, 且 A 的行列式值為 11, 則下列選項哪些正確? (1) $\begin{bmatrix} b & -a \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ 3 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $3a-2b=-11$ (3) $ac=3$ (4) $b=4a$ (5) $d=-10$.

二、填充題:70分(配分如下表, 全對才給分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	58	62	66	70

1.求過點 $A(3, 4, 5)$ 且包含直線 $L: \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{3}$ 之平面方程式為_____.

2.已知兩歪斜線 $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}$ 及 $L_2: \frac{x-10}{-8} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+6}{1}$, 設 L_1 與 L_2 的公垂線的對稱比例式為 $\frac{x+7}{1} = \frac{y-b}{m} = \frac{z-c}{n}$, 則序組 $(m, n, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$

3.坐標空間中一質點自點 $P(1,1,1)$ 沿著方向 $a = (1,2,2)$ 等速直線前進,經過5秒後剛好到達平面 $x - y + 3z = 28$ 上,立即轉向沿著方向 $b = (-2,2,-1)$ 依同樣的速率等速直線前進,請問再經過 _____ 秒此質點會剛好到達平面 $z=1$ 上。

4.已知空間中兩直線 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ 與 $x-7 = \frac{y-3}{3} = \frac{z-k}{2}$ 交於一點, 求實數 k 之值為 _____

5.空間中三個相異平面 $\begin{cases} ax + y + a^2z = a^3 \\ bx + y + b^2z = b^3 \\ cx + y + c^2z = c^3 \end{cases}$ 恰交於一點 $(-3,4,-1)$, 則 abc 之值為 _____

6.矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 7 \\ 3 & -4 & 1 & 1 \\ 5 & 2 & a & b \end{bmatrix}$ 所對照的三元一次聯立方程式有無限多組解, 則數對 (a,b) _____ = _____

7.矩陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} p & q \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $A \begin{bmatrix} -p & -q \\ 3r & 3s \end{bmatrix} = B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$, 則 $b_{12} + b_{22} =$ _____

8.二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$, 若 $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$, 則數對 $(a,b) =$ _____ .

9.若矩陣 A 滿足 $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, 則矩陣 $A =$ _____。

10.已知 A 為二階方陣, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A^3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ 且 $A^8 - 4A^3 + 4I = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ -8 & 1 \end{bmatrix}$, 則矩陣 $A =$ _____

11.設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{10} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, 則數對 $(b,c) =$ _____

12.有 n 個袋子, 每個袋子中各放2個紅球及5個黑球。今由每個袋子中各取出一球, 設 P_n 表示由 n 個袋子中取出的紅球總數為奇數的機率, q_n 表示由 n 個袋子中取出的紅球總數為偶數

的機率，令 $X_n = \begin{bmatrix} p_n \\ q_n \end{bmatrix}$ 且矩陣 A 滿足 $X_n = AX_{n-1}$ ，試問 $A =$ _____

13. 設 $M_t = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ t+2 & 2t-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t & 3+t \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ，其中 t 為實數，若一次方程組 $M_t \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 有無限多組解，則 t 之值為_____。

國立高師大附中108學年度第2學期第二次段考高二數學科自然組(仁~信)答案卷

高二__班 座號:___ 姓名:_____

一、多重選擇題:30分(每題全對得6分，只錯一個選項得4分，錯兩個選項得2分，其餘不給分)

1. 45	2. 1245	3. 134	4. 234	5. 25
----------	------------	-----------	-----------	----------

二、填充題:70分(配分如下表，全對才給分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	58	62	66	70

1. $x - 2y + z = 0$	2. (5,-7,-2,3)	3. 10	4. 7	5. 4
6. (5,15)	7. 22	8. (-2,3)	9. $\begin{bmatrix} -12 & 16 \\ 7 & -9 \end{bmatrix}$	10. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$
11. (110,825)	12. $\begin{bmatrix} \frac{5}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{2}{7} & \frac{5}{7} \end{bmatrix}$	13. -8或2		

國立高師大附中108學年度第2學期第二次段考高二數學科自然組(仁~信)答案卷

高二__班 座號:__ 姓名:

一、多重選擇題:30分(每題全對得6分,只錯一個選項得4分,錯兩個選項得2分,其餘不給分)

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

二、填充題:70分(配分如下表,全對才給分)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	6	12	18	24	30	36	42	48	54	58	62	66	70

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.		