

Travaux Dirigés n° 4

Exercice 1 :

Utiliser les formules de différence progressive et de différence centrale pour calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = 2x^3 + 2x + 3$$

$$f_2(x) = ax + b$$

$$f_3(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f_4(x) = \cos(x) \text{ au point } x = 0$$

Exercice 2 :

Intégrer la fonction $f(x) = \cos(\pi x)$ sur $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ par les méthodes des trapèzes et de Simpson.

Exercice 3 :

On note $I(f) = \int_{-1}^1 f(t)dt$ $J(f) = w_0 f(-1) + w_1 f(0) + w_2 f(1)$

1- Calculer $(w_i)_{i=0,1,2}$ pour que $I(p) = J(p)$ pour tous les polynômes p de P_n , n le plus grand possible. Quel est ce degré ?

2- En déduire une formule de quadrature pour $\int_0^2 f(t)dt$.

Exercice 4 :

On note $I(f) = \int_a^b f(t)dt$ $J(f) = \sum_{i=0}^n w_i f(t_i)$

1- On choisit $w_i = \int_a^b L_i(t)dt$, avec L_i polynôme de base de Lagrange associé aux points

$$t_0, t_1, \dots, t_n.$$

Montrer que $I(p) = J(p) \quad \forall p \in P_n$.

2- Réciproquement, on suppose que $I(p) = J(p) \quad \forall p \in P_n$.



Faculté des Sciences et Techniques

Montrer que $w_i = \int_a^b L_i(t) dt$



Université Hassan 1^{er} - Settat