ZGJIDHJET DHE SKEMA E VLERËSIMIT

Olimpiada e Matematikës – Klasa IX – Faza e parë, 2026–2027

Ushtrimi 1 – Fuqitë **(10 pikë)**

$100^c = (2^2 \cdot 5^2)^c = 2^{2c} \cdot 5^{2c}$. Meqë zbërthimi i një numri në faktorë të thjeshtë është i vetëm: a = 2c dhe b = 2c. Atëherë 4c = 3c + 6, prej nga c = 6 dhe a = b = 12.

Përgjigjja: (a, b, c) = (12, 12, 6). Kontroll: $2^{12} \cdot 5^{12} = 10^{12} = 100^6$ dhe 12 + 12 = 24 = 3 · 6 + 6.

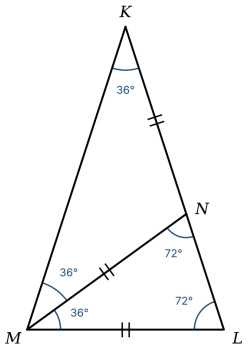
Hapat e zgjidhjes	**Pikë**
Shprehja $100^c = 2^{2c} \cdot 5^{2c}$	2
Arsyeton: Barazimi i eksponentëve a = 2c, b = 2c	3
Zëvendësimi 4c = 3c + 6	2
Gjetja c = 6	1
Gjetja a = b = 12	1
Përgjigjja e plotë dhe kontrolli	1
GJITHSEJ	10

Ushtrimi 2 – Trekëndëshi **(10 pikë)**

Le të jetë x = ∠MKL. Meqë KM = KL, këndet e bazës janë ∠KML = ∠KLM = (180° − x)/2. Në trekëndëshin KMN kemi KN = MN, ndaj ∠KMN = ∠MKN = x. Si kënd i jashtëm i trekëndëshit KMN, ∠MNL = 2x. Nga MN = ML, në trekëndëshin MNL kemi ∠MNL = ∠MLN = (180° − x)/2. Prandaj 2x = (180° − x)/2, pra 5x = 180° dhe x = 36°.

Përgjigjja: ∠K = 36°, ∠M = ∠L = 72°.

Hapat e zgjidhjes	**Pikë**
Ndërtimi i figurës dhe shënimi i të dhënave	1
Përcaktimi i këndeve të bazës së KML	2
KN = MN ⇒ ∠KMN = ∠MKN = x	2
Këndi i jashtëm ∠MNL = 2x	2
MN = ML ⇒ ∠MNL = ∠MLN	1
Ekuacioni i këndeve dhe zgjidhja x = 36°	1
Të tri këndet 36°, 72°, 72°	1
GJITHSEJ	10



Shënim: Figura është orientuese. Të dhënat janë: KM=KL dhe KN=MN=ML. Figura e ndërtuar nga nxënësi vlerësohet e saktë nëse pasqyron kushtet e problemit, pavarësisht përmasave dhe orientimit të saj.

Ushtrimi 3 – Mesatarja aritmetike **(10 pikë)**

Le të jetë m mesatarja e pesë pikëzimeve, L pikëzimi më i ulët dhe H më i larti. Shuma e pikëzimeve është 5m.

(5m − H)/4 = m − 6 ⇒ H = m + 24. (5m − L)/4 = m + 3 ⇒ L = m − 12.

Shuma e tri pikëzimeve të mesit është 3 · 59 = 177. Pra 5m = (m − 12) + 177 + (m + 24), ndaj 3m = 189 dhe m = 63. Kështu H = 63 + 24 = 87.

Përgjigjja: 87 pikë. Shembull verifikues: 51, 58, 59, 60, 87; të gjitha kushtet përmbushen.

Hapat e zgjidhjes	**Pikë**
Shuma e pikëzimeve = 5m	1
Nga heqja e më të lartit: H = m + 24	2
Nga heqja e më të ulëtit: L = m − 12	2
Shuma e tri pikëzimeve të mesit = 177 dhe ekuacioni	2
Gjetja m = 63	1
Gjetja H = 87	1
Kontrolli ose argumentimi i përputhjes së kushteve	1
GJITHSEJ	10

Ushtrimi 4 – Numrat e plotë **(10 pikë)**

$xy + 3x - 2y = 13 \Rightarrow x(y + 3) - 2(y + 3) = 7 \Rightarrow (x - 2)(y + 3) = 7$.

Meqë $x - 2$ dhe $y + 3$ janë numra të plotë me prodhim 7, ato marrin vlerat (1, 7), (7, 1), (−1, −7), (−7, −1).

Përgjigjja: $(x, y) \in \{(3, 4), (9, -2), (1, -10), (-5, -4)\}$.

Hapat e zgjidhjes	**Pikë**
Grupimi $x(y + 3) - 2y = 13$	2
Plotësimi $x(y + 3) - 2(y + 3) = 7$	2
Faktorizimi $(x - 2)(y + 3) = 7$	1
Shqyrtimi i katër çifteve të faktorëve	1
Katër çiftet (x, y), nga 1 pikë secili	4
GJITHSEJ	10

Çifte të sakta të gjetura me provë: 1 pikë për çdo çift, maksimumi 4 pikë.

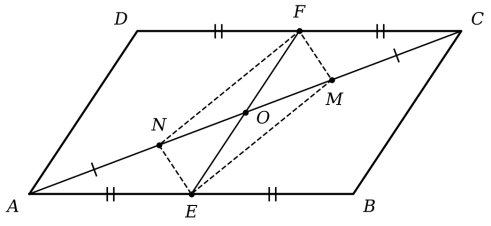
Ushtrimi 5 – Paralelogramet (**10 pikë)**

Meqë E dhe F janë meset e brinjëve të kundërta AB dhe DC të paralelogramit ABCD, kemi AE = AB/2 = DC/2 = DF dhe AE // DF; kështu AEFD është paralelogram. Po kështu EB = FC dhe EB // FC; prandaj EBCF është paralelogram.

Gjithashtu AE = CF dhe AE // CF, ndaj AECF është paralelogram. Le të jetë O pika e prerjes së diagonaleve të tij AC dhe EF. Atëherë AO = OC dhe EO = OF.

Meqë N dhe M janë në segmentin AC dhe AN = CM, pikat N dhe M janë simetrike ndaj mesit O të AC: ON = OM, në anë të kundërta të O. Nga $M \neq N$ përfitojmë që ato nuk përkojnë me O. Pra diagonalet EF dhe NM të katërkëndëshit ENFM përgjysmohen në O; rrjedhimisht ENFM është paralelogram.

Hapat e zgjidhjes	**Pikë**
Figura e saktë me të dhënat e problemit	1
AEFD paralelogram: brinjë të kundërta të barabarta dhe paralele	2
EBCF paralelogram: brinjë të kundërta të barabarta dhe paralele	2
Vërtetimi që AECF është paralelogram dhe AO = OC, EO = OF	2
Nga AN = CM rrjedh ON = OM, me M e N në anë të kundërta të O	2
ENFM paralelogram nga përgjysmimi i diagonaleve	1
GJITHSEJ	10



Shënim: Çdo mënyrë alternative e zgjidhjes, e ndryshme nga ajo e paraqitur në këtë skemë, e cila është matematikisht e saktë dhe e argumentuar në mënyrë logjike, vlerësohet me pikët e plota të ushtrimit përkatës.