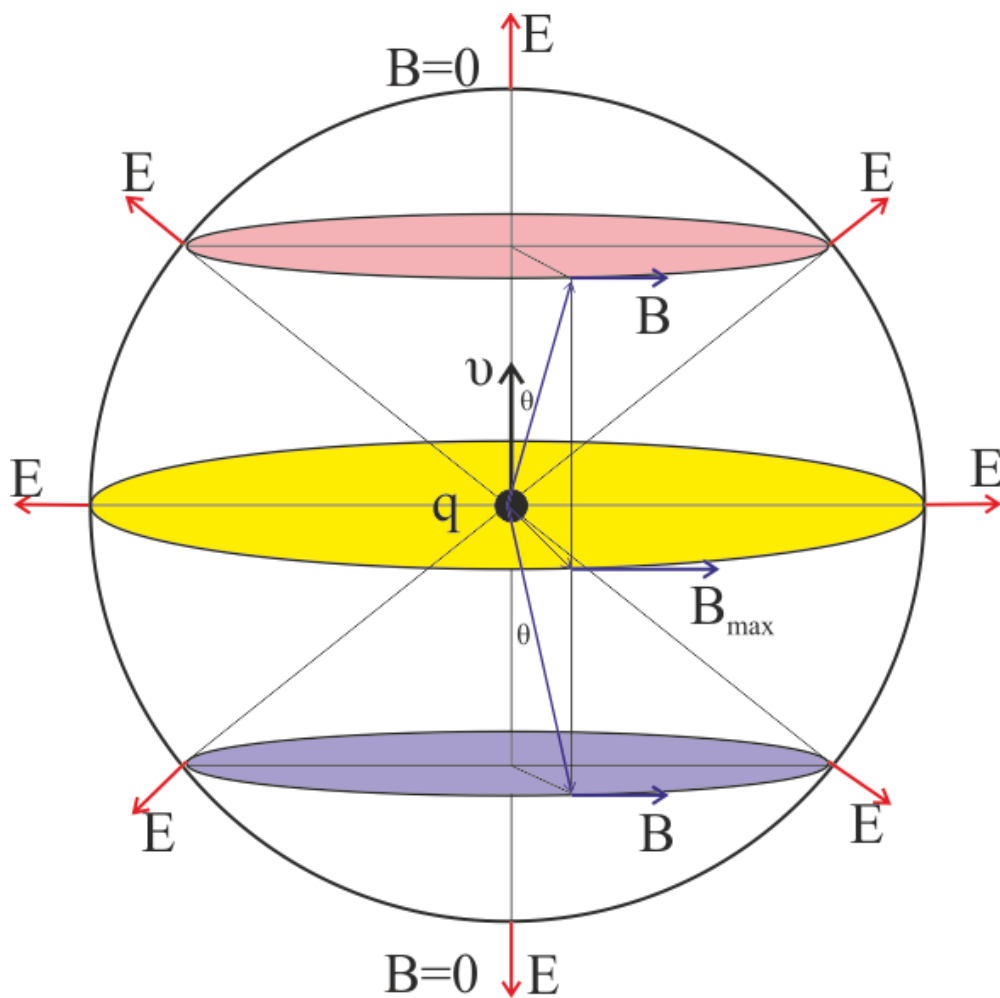


ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΚΑΙ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΑΠΟ ΚΙΝΟΥΜΕΝΟ ΦΟΡΤΙΟ

Έστω ένα κινούμενο με ταχύτητα v (μικρή σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός) φορτίο q . Ας δούμε τα δύο σχηματιζόμενα πεδία σε μια σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r που το κέντρο της κατέχει το φορτίο.

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου υπολογίζεται από τη σχέση $E = k_{\eta\lambda} \frac{q}{r^2} \hat{r}$. Από αυτή συνάγεται ότι η ένταση έχει ακτινική κατεύθυνση, δηλ. η προέκταση του $\vec{E}$ διέρχεται από το φορτίο που είναι και η πηγή του με μέτρο $E = k_{\eta\lambda} \frac{q}{r^2}$ που σημαίνει ότι σε όλα τα σημεία της σφαιρικής επιφάνειας θα έχει το ίδιο μέτρο και σε κανένα δεν είναι μηδέν.



Σχήμα 1

$$\vec{B} = k_{\mu\alpha\gamma\nu} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου δίνεται από τη σχέση . Από αυτή συνάγεται ότι η

ένταση είναι κάθετη στο επίπεδο που σχηματίζει η ταχύτητα και η επιβατική ακτίνα (διάνυσμα θέσης σημείου με αρχή το Ο που είναι η θέση του φορτίου), δηλ. δεν διέρχεται από το κινούμενο φορτίο - πηγή, αλλά είναι ασύμβατα κάθετη προς την ταχύτητα ή αλλιώς εφαπτόμενη μικρού κύκλου της σφαίρας που διέρχεται από το σημείο και το επίπεδο του είναι κάθετο στη διεύθυνση της ταχύτητας (μαγνητική

γραμμή).. Το μέτρο της υπολογίζεται απ' τη σχέση $B = k_{\mu\alpha\gamma\nu} \frac{qv}{r^2} \sin \theta$, όπου θ η γωνία ανάμεσα στην ταχύτητα και στην επιβατική ακτίνα του σημείου στο οποίο υπολογίζεται η ένταση. Έτσι για τα σημεία (ίδιο r) της σφαιρικής επιφάνειας που περιβάλλει το φορτίο η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα εξαρτάται από τη γωνία θ . Οι τομές ενός επιπέδου κάθετου στη διεύθυνση κίνησης του φορτίου με τη σφαιρική επιφάνεια, μέγιστος κύκλος ή απλοί κύκλοι, δεν είναι παρά μαγνητικές γραμμές. Το μέγιστο του μέτρου της έντασης θα το έχουμε για το μέγιστο ημίτονο (μονάδα), δηλ. για γωνία $\theta = 90^\circ$ που είναι τα σημεία του μέγιστου κύκλου της σφαίρας. Για μικρότερες γωνίες που αντιστοιχούν σε μικρότερους κύκλους η ένταση θα έχει μικρότερο μέτρο. Όσο πιο μακριά από το φορτίο βρίσκεται το επίπεδο του τόσο και το μέτρο της έντασης θα είναι μικρότερο με μηδενισμό του στους πόλους (τομές της διεύθυνσης της ταχύτητας με τη σφαιρική επιφάνεια) όπου $\theta = 0^\circ$.

Ομοίως και για ένα απειροστό στοιχείο ρευματοφόρου αγωγού που όμως τότε δεν θα είχαμε ηλεκτρικό πεδίο, αφού το κινούμενο φορτίο (ουσιαστικά το κινούμενο φορτίο είναι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια μέσα στα θετικά μεταλλικά ιόντα) του ρεύματος είναι φορτίο του αγωγού που είναι ουδέτερος. Βέβαια στην περίπτωση αυτή δεν μιλάμε για σημειακό φορτίο, αλλά για συρμό φορτίων που κινούνται με τη σταθερή ταχύτητα ολίσθησης, έστω και αν το στοιχείο είναι απειροστό.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΠΕΔΙΩΝ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Μαγνητική δύναμη υπάρχει μόνο αν η πηγή του μαγνητικού πεδίου (από κινούμενο μεμονωμένο φορτίο ή ρευματοφόρο αγωγό) που η έντασή του υπολογίζεται με το νόμο των Biot-Savart και ο δέκτης ανίχνευσής του (ομοίως, με τη δύναμη σε κινούμενο φορτίο ή ρευματοφόρο αγωγό με τους νόμους Lorentz και Laplace) βρίσκονται σε σχετική κίνηση. Για το ηλεκτρικό πεδίο δεν υπάρχει τέτοια υποχρέωση για την πηγή ή το υπόθεμα. Μπορεί να είναι και ακίνητα, όπως και κινούμενα.

Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου απομακρύνονται από ένα θετικό φορτίο και καταλήγουν σε αρνητικό (ανοικτές), ενώ οι μαγνητικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου περιστρέφονται κυκλικά γύρω από ένα ρεύμα ή κινούμενο φορτίο σχηματίζοντας κλειστούς βρόχους και δεν έχουν ούτε

αρχή ούτε τέλος. Δεν υπάρχουν σημειακές πηγές του μαγνητικού πεδίου, όπως υπάρχουν για το ηλεκτρικό πεδίο.

Ορισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά που ήδη γνωρίσαμε για την ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_E$ και τη μαγνητική δύναμη $\vec{F}_B$ (φορτίο - υπόθεμα κινείται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ ή μέσα σε μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$)

✓ Η πρώτη έχει τη διεύθυνση του πεδίου $\vec{F}_E \parallel \vec{E}$, ενώ η 2^η είναι πλάγια ως προς τη διεύθυνση του πεδίου και πιο συγκεκριμένα είναι κάθετη $\vec{F}_B \perp \vec{B}$

✓ Η 1^η είναι ανεξάρτητη της ταχύτητας $\vec{v}$ του φορτίου, ενώ η 2^η εξαρτάται απ' αυτή, έτσι ώστε $\vec{F}_B = 0$ αν $\vec{v} = 0$. Στο μέτρο της 2^{ης} παίζει ρόλο και η γωνία ανάμεσα στη ταχύτητα και στην ένταση. ($\vec{F}_B \neq 0$ μόνο αν $\vec{v} \neq 0 \wedge (\vec{v}, \vec{B}) \neq 0, \pi$). Δηλ. η μαγνητική δύναμη είναι μηδενική αν το σωματίδιο δεν έχει φορτίο (το ίδιο και για την ηλεκτρική) ή αν δεν κινείται ή αν κινείται παράλληλα προς τις μαγνητικές γραμμές.

✓ Το έργο της 1^{ης} είναι $W_{F_E} \neq 0$, ενώ η 2^η ως κάθετη στην ταχύτητα (δεν έχει συνιστώσα παράλληλη προς την ταχύτητα) δεν δύναται να μεταβάλλει το μέτρο της παρά μόνο τη διεύθυνσή της. Έτσι το έργο της επί του σωματιδίου είναι μηδενικό και η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή εν αντιθέσει με το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ που παράγει έργο μεταβάλλοντας το μέτρο της ταχύτητας και την κινητική του ενέργεια.

$$\left\{ \begin{array}{l} dW_{F_B} = \vec{F}_B \cdot d\vec{\ell} = \vec{F}_B \cdot \vec{v} dt = q (\vec{F}_B \perp \vec{v}) \\ dW_{F_B} = \vec{F}_B \cdot d\vec{\ell} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\ell} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dt = q [\vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{v} \rightarrow (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0] \\ P_{F_B} = \frac{dW_{F_B}}{dt} = \vec{F}_B \cdot \vec{v} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0, \vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{v} \end{array} \right\} \rightarrow$$

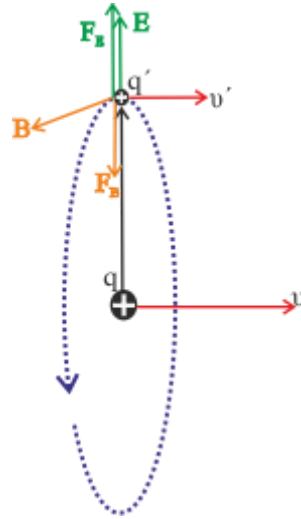
$|\vec{v}| = \text{σταθ.}, K = \frac{1}{2} m v^2 = \text{σταθ.}$

Άρα, οι μαγνητικές δυνάμεις δεν παράγουν έργο.

Συγκρίνουμε τις δύο δυνάμεις ως προς το μέγεθός τους (μέτρα). Προς τούτο:

Έστω θετικό φορτίο q που κινείται με ταχύτητα $\vec{v}$ να είναι πηγή και των δύο πεδίων, ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Συγκρίνουμε τα μεγέθη (μέτρα) των δυνάμεων που δέχεται ένα κινούμενο θετικό

φορτίο q' (υπόθεμα, δοκιμαστικό) με ταχύτητα v' σε απόσταση r από την κινούμενη πηγή q .
Υποθέτουμε για ευκολία ότι οι δύο ταχύτητες έχουν την ίδια κατεύθυνση και ότι οι ταχύτητες είναι κάθετες στο ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται απ' αυτές, δηλ η μέγιστη ένταση του μαγνητικού πεδίου της πηγής γι' αυτή την απόσταση r .



Σχήμα 2

$$\frac{F_E}{F_B} = \frac{q'E}{q'v'B_{max}} = \frac{E}{v'B_{max}} = \frac{k_{\eta\lambda} \frac{q}{r^2}}{v' \left(k_{\mu\alpha\gamma\nu} \frac{qv}{r^2} \right)} = \frac{k_{\eta\lambda} \frac{q}{r^2}}{v' \cdot k_{\mu\alpha\gamma\nu} \frac{qv}{r^2}} = \frac{1}{vv'} \frac{k_{\eta\lambda}}{k_{\mu\alpha\gamma\nu}} = \frac{1}{vv'} \frac{9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}}{10^{-7} \frac{N}{A^2}} =$$

$$= \frac{1}{vv'} 9 \cdot 10^{16} \frac{A^2 m^2}{C^2} = \frac{1}{vv'} 9 \cdot 10^{16} \frac{A^2 m^2}{A^2 s^2} = \frac{1}{vv'} (3 \cdot 10^8)^2 \left(\frac{m}{s} \right)^2 = \frac{c_0^2}{vv'} \rightarrow \boxed{\frac{F_E}{F_B} = \frac{c_0^2}{vv'}}$$

$$\frac{E}{B_{max}} = \frac{c_0^2}{v}, \quad \frac{k_{\eta\lambda}}{k_{\mu\alpha\gamma\nu}} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{\mu_0}{4\pi}} = \frac{1}{\mu_0\epsilon_0} = c_0^2 \rightarrow c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \text{ταχύτητα φωτός στο κενό}$$

$$\left(\begin{array}{l} k_{\eta\lambda} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \rightarrow \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} \\ k_{\mu\alpha\gamma\nu} = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \frac{N}{A^2} \rightarrow \mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \end{array} \right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = c_0$$

$$\mu_0\epsilon_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} = 0,111 \cdot 10^{-16} \frac{A^2 s^2}{A^2 m^2} = \frac{1}{9 \cdot 10^{16} \left(\frac{s}{m} \right)^2} = \frac{1}{c_0^2}$$

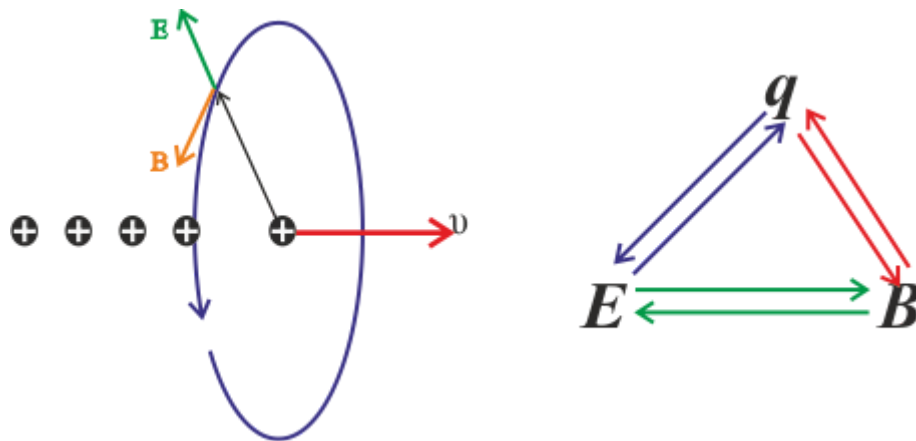
Από την προηγούμενη σχέση γίνεται σαφές ότι αν το γινόμενο των δύο ταχυτήτων των φορτίων, πηγής και υποθέματος, δεν είναι συγκρίσιμο με το τετράγωνο της ταχύτητας του φωτός στο κενό οι μαγνητικές δυνάμεις είναι κατά πολύ μικρότερες των αντίστοιχων ηλεκτρικών δυνάμεων που δικαιολογείται από τις τιμές των αντίστοιχων σταθερών (ηλεκτρικής και μαγνητικής). Είναι συγκρίσιμες μόνο αν, τόσο το

φορτίο πηγή, όσο και το δοκιμαστικό φορτίο κινούνται με ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός. Αυτό υπονοεί ότι η μαγνητική δύναμη γίνεται σημαντική μόνο σε τέτοιες ταχύτητες (που όμως δεν ισχύει η νευτώνειος μηχανική μπαίνοντας στην επικράτεια – «χωράφια» της ειδικής σχετικότητας).

Όμως η μαγνητική δύναμη μπορεί να αποκτήσει σπουδαιότητα ακόμα και αν οι ταχύτητες είναι μικρές, όπως όταν έχουμε να κάνουμε με μια κατανομή φορτίων για την οποία οι ηλεκτρικές δυνάμεις αναιρούνται. Για παράδειγμα σε ένα κινούμενο σημειακό φορτίο σε κάποια απόσταση από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό δεν ασκείται ηλεκτρική δύναμη στο φορτίο, αφού ο αγωγός περιλαμβάνει ίσες ποσότητες θετικών και αρνητικών φορτίων και οι ηλεκτρικές έλξεις και απώσεις στο σημειακό φορτίο αναιρούνται. Η μόνη δύναμη που ασκείται στο φορτίο είναι η μαγνητική που προκαλείται από τα κινούμενα φορτία του αγωγού. Μιας και ο αριθμός των κινούμενων φορτίων είναι πολύ μεγάλος, η μαγνητική δύναμη μπορεί να είναι αρκετά μεγάλη (υπολογίσιμη).

Παρατήρηση: Το πηλίκο $E/B = c_0^2/v$ έχει διαστάσεις ταχύτητας.

Οι θεμελιώδεις νόμοι του ηλεκτρομαγνητισμού συνοψίζονται στο παρακάτω σχήμα



Σχήμα 3

1. Ένα φορτίο q

δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο

$$q \rightarrow \vec{E} = k_{\eta\lambda} \frac{q}{r^2} \hat{r} \text{ (N.Coulomb)} \leftrightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \text{ (N.Gauss)}$$

και αν είναι κινούμενο (ή ρεύμα) και μαγνητικό

$$\left[\vec{B} = k_{\mu} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}, d\vec{B} = k_{\mu} \frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2} \right] \text{ (N.Biot-Savart)} \leftrightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \text{ (N.Ampere)}$$

Δηλ. οι νόμοι Coulomb – Gauss της ηλεκτροστατικής είναι ανάλογοι των νόμων Biot-Savart - Ampere της μαγνητοστατικής αντιστοίχως.



2. Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί δύναμη σε ένα φορτίο $\vec{F} = q\vec{E}$, όπως επίσης και το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο φορτίο (ή ρεύμα) $\left[\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}, d\vec{F}_B = Id\vec{l} \times \vec{B} \right]$
3. Το μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο δημιουργεί μαγνητικό πεδίο και αντιστρόφως, $\vec{E} \leftrightarrow \vec{B}$.

Ένα σημειακό φορτίο q , όταν είναι ακίνητο παράγει ηλεκτρικό πεδίο, ενώ όταν κινείται¹ παράγει ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο τα οποία συνδέονται με τις σχέσεις

$$\left(\begin{array}{l} \vec{B} = k_\mu \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \\ \vec{E} = k_{\eta\lambda} \frac{q}{r^2} \hat{r} \end{array} \right) \rightarrow \vec{B} = k_\mu \frac{\vec{v} \times q\hat{r}}{r^2} = k_\mu \frac{\vec{v} \times \frac{\vec{E}}{k_{\eta\lambda}}}{r^2} = \frac{k_\mu}{k_{\eta\lambda}} (\vec{v} \times \vec{E}) = \frac{\frac{\mu_0}{4\pi}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}} (\vec{v} \times \vec{E}) = \mu_0\epsilon_0 (\vec{v} \times \vec{E})$$

$$\left(\begin{array}{l} \vec{B} = \mu_0\epsilon_0 (\vec{v} \times \vec{E}), \mu_0\epsilon_0 \\ \mu_0\epsilon_0 = \frac{1}{c_0^2} \end{array} \right) \rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{1}{c_0^2} (\vec{v} \times \vec{E}), \text{ και } \vec{E} \text{ πεδία κινούμενου με } \vec{v} \text{ φορτίου}}$$

Όπου c_0 η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

¹ Το ηλεκτρικό φορτίο q αποδεικνύεται ότι είναι αμετάβλητο, δηλ. το ίδιο για όλους τους αδρανειακούς παρατηρητές