

Contrôle d'analyse numérique

Exercice 1 :

Considérons une fonction f dont le graphe passe par les points $M_0 = (0, 0)$, $M_1 = (1, 2)$, $M_2 = (2, 16)$, et $M_3 = (3, 36)$.

- 1) Déterminer le polynôme de Lagrange p_2 coïncidant avec f aux points M_0 , M_1 , et M_2 .
- 2) Déterminer le polynôme d'interpolation de Newton coïncidant avec f aux points M_0 , M_1 , et M_2 .
- 3) En se servant des calculs de la question précédente, déterminer le polynôme d'interpolation p_3 coïncidant avec f aux points M_0 , M_1 , M_2 et M_3 .
- 4) En supposant que la fonction f est assez régulière, donner l'expression de l'erreur d'interpolation $E_2 = f - p_2$ et de l'erreur $E_3 = f - p_3$.
- 5) Donner une estimation de la valeur de $f(1,5)$ par p_2 et p_3 .

Exercice 2 :

Soit $f \in C^1([0, 1])$. On considère la formule de quadrature :

$$\int_0^1 f(x) dx \cong w_0 f(0) + w_1 f'(0) + w_2 f'(\xi)$$

où $\xi \in]0, 1]$ et w_0, w_1, w_2 sont des réels.

On pose

$$E(f) = \int_0^1 f(x) dx - \left[w_0 f(0) + w_1 f'(0) + w_2 f'(\xi) \right]$$

- a- Déterminer les paramètres ξ, w_0, w_1, w_2 pour que la formule de quadrature soit exacte si f est un polynôme de degré inférieur ou égal à 3.
- b- Les paramètres ξ, w_0, w_1, w_2 étant fixés, calculer $E(x \rightarrow x^4)$ et en déduire l'ordre de la méthode.



Faculté des Sciences et Techniques



Université Hassan 1^{er} - Settat

- c- A l'aide d'un changement de variable, construire une méthode de quadrature élémentaire sur un intervalle $[a, b]$.

Exercice 3 :

On cherche à résoudre l'équation :

$$x^2 - 2 = 0$$

au moyen de la méthode des points fixes :

$$x_{n+1} = g(x_n) = x_n - \rho(x_n^2 - 2)$$

où ρ est une constante.

- Pour quelles valeurs de ρ cette méthode de points fixes est-elle convergente vers $\sqrt{2}$?