

Тема 2.5. Кручення

4. Розрахунки на міцність і жорсткість під час кручення

5. Розрахунок циліндричних гвинтових пружин розтягу і стиску з малим кроком витка

Умова міцності бруса для кручення полягає у тому, що найбільша дотична напруга, яка виникає у ньому, не має перевищувати допустиму. Розрахункова формула на міцність для кручення має вигляд:

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_P} \leq [\tau_K]$$

Допустиму напругу кручення вибирають залежно від допустимої напруги розтягу, а саме:

- для сталей $[\tau_K] = (0.55 \div 0.60) \cdot [\sigma_P]$;
- для чавунів $[\tau_K] = (1 \div 1.2) \cdot [\sigma_P]$.

Крім міцності до валів ставлять вимогу жорсткості, яка полягає у тому, що кут закручування I м довжини вала не має перевищувати певної величини, щоб не сталося, наприклад, пружинення валів або втрат точності ходових гвинтів токарно-гвинторізних верстатів. Не можна допускати великих кутів закручування в зубчастих передачах за великих кутів закручування вали зубчастих коліс перекосяться. Це призводить до кришення поверхні зубів і поломки передач.

Допустимий кут закручування I м довжини вала задають у градусах і позначають $[\varphi_0^\circ]$; розрахункова формула на жорсткість для кручення має вигляд:

$$\varphi_0^\circ = \frac{180 \cdot M_K}{\pi \cdot G \cdot I_P} \leq [\varphi_0^\circ]$$

Величини допустимих кутів закручування залежать від призначення вала, їх зазвичай беруть у таких межах: $[\varphi_0^\circ] = 0.25 \div 1$ (град/м).

За допомогою виведених формул виконують три види розрахунків конструкцій на міцність і жорсткість для кручення – проектний розрахунок, перевірний розрахунок і визначення допустимого навантаження.

5. Розрахунок циліндричних гвинтових пружин розтягу і стиску з малим кроком витка

Розглянемо приклад інженерного розрахунку **гвинтових циліндричних пружин**, які поширені у техніці (ресорах вагонів, клапанах, інших механізмах сучасних транспортних засобів).

Розглянемо пружину (рис. 2а), виготовлену зі сталюго круглого прутка; $f = h_0 - h_1$ – осідання пружини під дією сили F . Розрахункові параметри:

d – діаметр прутка; D – середній діаметр витків; n – кількість витків.

Згідно з методом перерізів, розглядаючи рівновагу верхньої частини пружини (рис. 2б), визначаємо внутрішні силові фактори: поперечну силу $Q = F$ та крутний момент $T = F \cdot D / 2$. Звідки випливає, що у поперечному перерізі витка діють тільки **дотичні напруження зсуву та кручення**.

Насправді, при цьому ми нехтували малими за величиною поздовжньою силою та згинальним моментом. Помилка за такого розрахунку буде більшою, що більше кут піднімання витка α .

Максимальні сумарні напруження діють у крайній точці перерізу витка на внутрішньому радіусі пружини:

$$\tau_{\max} = \tau_{\text{зс}} + \tau_{\text{кр}} = \frac{F}{A} + \frac{T}{W_p} = \frac{F}{\pi d^2 / 4} + \frac{F \cdot D / 2}{\pi d^3 / 16} = \frac{4F}{\pi d^2} (1 + 2c),$$

де $c = D / d$ – *індекс пружини*.

Аналіз свідчить, що напруження зсуву $\tau_{\text{зс}}$ становлять лише 5–10 % від напружень кручення $\tau_{\text{кр}}$ і можуть за грубих розрахунків не враховуватися.

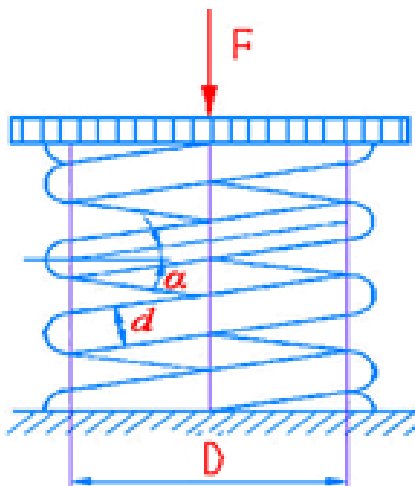


Рис. 2а,

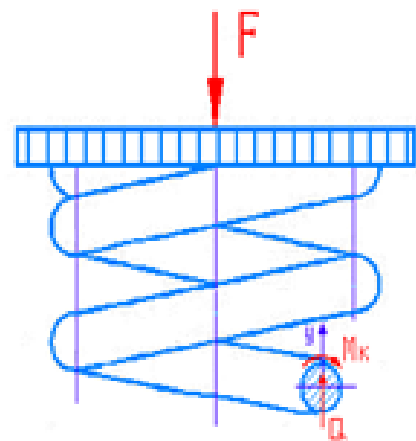


Рис.2б

Більш точний результат дає формула, яка враховує кривизну витків за допомогою спеціального поправкового коефіцієнта $k = (4c + 2) / (4c - 3)$; тоді формулу для розрахунку пружини на міцність можна записати у вигляді:

$$\tau_{\max} = \frac{8 \cdot F \cdot c \cdot k}{\pi \cdot d^3} \leq [\tau]$$

Під час визначення осідання f пружини будемо враховувати тільки кручення витого прутка, бо інші види деформування вносять дуже малий вклад. Скористаємось *енергетичним підходом*, згідно з яким робота зовнішньої сили F на осіданні f переходить у потенційну енергію U деформованої пружини, яка дорівнює роботі крутного моменту T_x на куті φ закручення прутка (рис. 3).

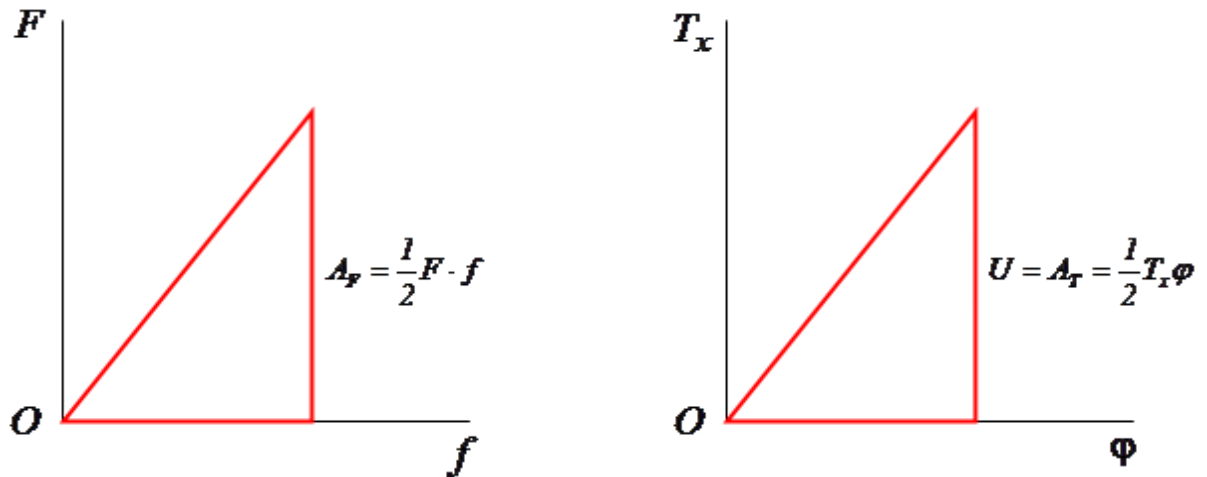


Рис. 4

Запишемо потенційну енергію U з урахуванням формули для φ , величини крутного моменту $T = F \cdot D / 2$, довжини прутка $l = \pi D \cdot n$ та формули для I_p :

$$A_F = U$$

$$U = \frac{1}{2} T_x \frac{T_x \cdot l}{G \cdot I_p} = \frac{1}{2} \frac{(FD/2)^2 \pi D \cdot n}{G \cdot \pi d^4 / 32}$$

Після підставлення виразів для A_F і U та деяких скорочень отримаємо остаточну розрахункову формулу для осідання пружини:

$$f = \frac{F^2 D^2 \pi D n 32}{4 G \pi d^4 F} = \frac{8 F D^3 n}{G d^4} = \frac{8 F c^3 n}{G d}$$

Можна підібрати такі параметри пружини, щоб отримати для заданого навантаження бажане осідання пружини.