

Chapitre A4 Puissances

I. Définitions

La **puissance** d'un nombre **a** d'**exposant** **n**, où **n** est un entier supérieur ou égal à 2, est le produit :

$$a \times a \times \dots \times a \quad \leftarrow n \text{ facteurs égaux à } a$$

On note ce nombre a^n (« a puissance n » ou « a exposant n »).

Exemples

$$3^2 = 3 \times 3 = 9$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625$$

Cette écriture a un sens différent de -5^4

$$-5^4 = -5 \times 5 \times 5 \times 5 = -625$$

$$\text{Par contre, } (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$-2^3 = -2 \times 2 \times 2 = -8$$

Remarque

Si **n** est pair, $(-a)^n$ et $-a^n$ sont **opposés** ($a > 0$).

Si **n** est impair, $(-a)^n$ et $-a^n$ sont **égaux**.

Si **a** est positif, a^{-n} est **positif**.

Notations

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1 \quad (\text{Si } a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (\text{Si } a \neq 0)$$

Exemple

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$$

Propriété

Soit **a** et **b** deux nombres réels ($b \neq 0$) et un entier **n** :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n \left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemple

$$\left(\frac{3}{5} \right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

II. Opérations sur les puissances de 10

Règle 1

Soit **m** et **n** deux entiers :

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$

Exemples

$$10^5 \times 10^3 = 10^{5+3} = 10^8$$

$$10^{-2} \times 10^4 = 10^{-2+4} = 10^2$$

$$10^{-6} \times 10^{-8} = 10^{-6-8} = 10^{-14}$$

Règle 2

Soit m et n deux entiers :

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

Exemples

$$10^3 : 10^2 = 10^{3-2} = 10^1 = 10$$

Règle 3

Soit m et n deux entiers :

$$(10^m)^n = 10^{m \times n}$$

Exemple

$$(10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6$$

Remarque

Lorsqu'il s'agit d'**addition** ou de **soustraction** de puissances, il n'y a **pas de règle simple**.
Les règles sont conservées si l'on utilise un autre nombre que 10.

III. Notation scientifique

Un nombre différent de 0 est écrit en **notation scientifique** s'il est écrit sous la forme $\pm a \times 10^n$ où a est un nombre vérifiant l'inégalité $1 \leq a < 10$ et où n est un entier relatif.

Exemples

La notation scientifique de 325 est $3,25 \times 10^2$

La notation scientifique de 0,0034 est $3,4 \times 10^{-3}$.

La notation scientifique de 32×10^4 est $3,2 \times 10^5$.

Remarque

La notation scientifique **de 1 est** 1×10^0 .

La notation scientifique de 10^5 **est** 1×10^5 .

0 n'a pas de notation scientifique.

Exemple type brevet

On veut écrire les nombres suivants en notation scientifique :

$$A = \frac{4 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-2}}{0,2 \times (10^2)^{-2}} = \frac{4 \times 5}{0,2} \times \frac{10^3 \times 10^{-2}}{(10^2)^{-2}}$$

$$A = 100 \times \frac{10^{3-2}}{10^{2 \times (-2)}} = 100 \times \frac{10^1}{10^{-4}} = 100 \times 10^{1+4}$$

Remarquons que $1 - (-4) = 1 + 4 = 5$

$$A = 100 \times 10^5 = 1 \times 10^7$$

Remarque

La touche x^n ou $x^\square$ permet de calculer des puissances sur la calculatrice.

Il existe aussi un mode pour écrire les résultats en notation scientifique. Pour les modèles TI, il faut aller dans mode puis sélectionner sci. Pour les modèles Casio, il faut faire seconde mode puis taper 7 (sci). Pour revenir au mode normal, on sélectionne le mode norm puis éventuellement 2 pour les Casio.