

الفرض المحروس الأول للثلاثي الأول

التمرين الأول: 05 نقاط

يزداد عدد سكان مدينة A بـ 160 نسمة كل سنة في حين يزداد عدد سكان مدينة B بنسبة 3% من سنة إلى أخرى. في سنة 2007 بلغ عدد سكان كل من المدينتين A و B 10000 نسمة.

نرمز بـ u_n إلى عدد سكان المدينة A و بـ v_n إلى عدد سكان المدينة B خلال السنة $2007 + n$.

1. عين u_0 و v_0 ثم احسب u_1 و v_1 .
2. أوجد علاقة بين u_n و u_{n+1} . تحقق أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تعيين أساسها r .
3. عبر عن u_n بدلالة n .
4. أوجد علاقة بين v_n و v_{n+1} . تحقق أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q .
5. عبر عن v_n بدلالة n .
6. قارن بين عددي سكان كل من المدينتين A و B في سنة 2020.

التمرين الثاني: 05 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}$.
أحسب أربعة حدود الأولى.

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 1$.

برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً.. إذا كانت المتتالية متقاربة. فما هي نهايتها؟

لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 1$.

أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

عبر عن u_n و v_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

أحسب بدلالة n كل من $Y_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.