

Câu 1. [2D1-3.14-3] (Văn Giang Hưng Yên) Cho một tam giác đều ABC cạnh a . Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên cạnh BC , hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật đó.

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

B. 0.

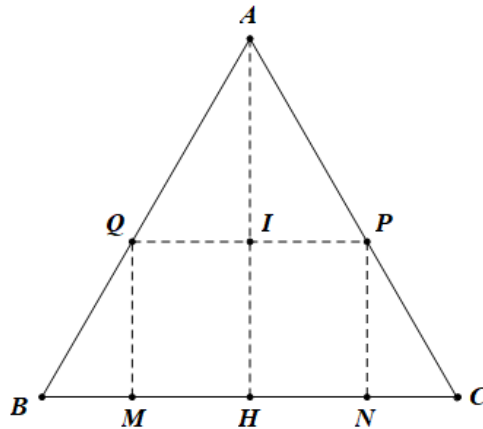
C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Tác giả: Phan Minh Quốc Vinh; Fb: Vinh Phan

Chọn D



Gọi H là trung điểm BC .

Giả sử $\frac{AQ}{AB} = k$, ($0 < k < 1$). Ta suy ra $\frac{QI}{BH} = k$, $\frac{QM}{AH} = \frac{BQ}{BA} = 1 - k$.

Do đó $QI = k.BH = \frac{ka}{2}$, $QM = (1 - k).AH = (1 - k)\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = 2QI.QM = 2.\frac{ka}{2}.(1 - k)\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}k(1 - k)$.

Mà $k(1 - k) \leq \left[\frac{k + (1 - k)}{2}\right]^2 = \frac{1}{4}$. Dấu “=” xảy ra khi chỉ khi $k = 1 - k \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hình chữ nhật là $S_{\max} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.