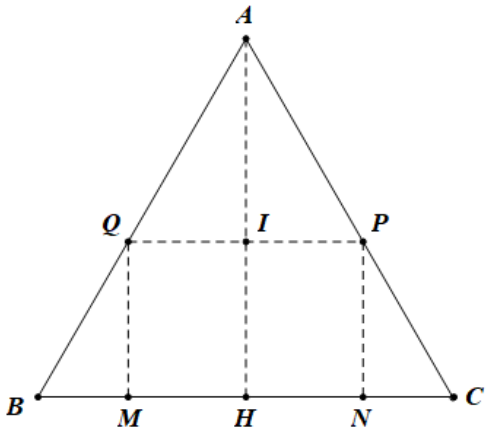
Câu 1. **[2D1-3.14-3] (Văn Giang Hưng Yên)** Cho một tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên cạnh BC, hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật đó.

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Tác giả: Phan Minh Quốc Vinh; Fb: Vinh Phan

Chọn D



Gọi H là trung điểm BC.

Giả sử $\dfrac{AQ}{AB}=k$, $(0<k<1)$. Ta suy ra $\dfrac{QI}{BH}=k$, $\dfrac{QM}{AH}=\dfrac{BQ}{BA}=1-k$.

Do đó $QI=k.BH=\dfrac{ka}{2}$, $QM=(1-k).AH=(1-k)\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ là $S_{MNPQ}=2QI.QM=2.\dfrac{ka}{2}.(1-k)\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}k(1-k)$.

Mà $k(1-k)\le\left[\dfrac{k+(1-k)}{2}\right]^2=\dfrac{1}{4}$. Dấu " = " xảy ra khi chỉ khi $k=1-k\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hình chữ nhật là $S_{\max}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$.