

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire le barycentre D des points pondérés (A, 3) et (B, 2).
- 2) Soit I le point définie par $3\vec{IA} + 2\vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$
 - a) Montrer que I est le barycentre des points pondérés (D, 5) et (C, 1).
 - b) Soient B' le milieu du segment [AC] et C' le milieu du segment [AB]. Montrer qu'on a $\vec{IA} + \vec{IC} = 2\vec{IB'}$ et $\vec{IA} + \vec{IB} = 2\vec{IC'}$.
 - c) Montrer alors que I est le barycentre des points pondérés (B', 1) et (C', 2).
 - d) En déduire une construction du point I.

Exercice 2 :

On considère un triangle ABC et les points I et D tels que : I est le barycentre des points pondérés (A, 1) et (B, 3)
D est le barycentre des points pondérés (I, 3) et (C, -2)

- 1) Construire les points I et D
- 2) Déterminer et construire l'ensemble : $E = \{M, M \in P \text{ tels que } \|\vec{MA} + 3\vec{MB}\| = 4\|\vec{MI} - 2\vec{MC}\|\}$
- 3) a) Montrer que I est le barycentre des points pondérés (C, 2) et (D, 1)
- b) Déterminer et construire l'ensemble : $F = \{M, M \in P \text{ tels que } \|\vec{MA} + 3\vec{MB}\| - \|\vec{2MC} + \vec{MD}\| = AB\}$

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle ; I = A * B ; J = A * C

- 1) Soit D le barycentre des points pondérés (A, 3) ; (B, -2). Montrer que $\vec{AD} = -2\vec{AB}$ et construire le point D
- 2) Soit le point G définie par $3\vec{GA} - 2\vec{GB} + 5\vec{GC} = \vec{0}$
 - a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (D, 1) et (C, 5)
 - b) Montrer que G est aussi le barycentre des points (I, -2) ; (J, 5)
 - c) Déduire que les droites (IJ) et (CD) sont sécantes.
- 3) Soit K le barycentre des points pondérés (B, -2) et (C, 5). Montrer que les droites (AK) ; (IJ) et (CD) sont concourantes.

Exercice 4 :

ABC est un triangle ; A' est le barycentre des points pondérés (B, 3) et (C, 1) et B' est le barycentre des points (A, 4) et (C, -1)

- 1) Démontrer que les droites (AA') et (BB') sont parallèles
- 2) Le point G est le barycentre des points pondérés (A, 4) et (B, 3) montrer que $G \in (A'B')$.
- 3) Soit D un point tel que ABCD soit un quadrilatère. On considère I et J les barycentres respectifs des points pondérés (A, 1) ; (B, 4) et (C, 3) ; (D, 2). Construire I et J.
- 4) Soit G' tel que $\vec{G'A} + 4\vec{G'B} + 3\vec{G'C} + 2\vec{G'D} = \vec{0}$. Montrer que G' est le milieu de [IJ].

Exercice 5 :

On considère un triangle ABC et le point A' = B * C

- 1) Construire le point M barycentre des points pondérés (A, 2) ; (C, 1)
- 2) Soit I le milieu du segment [AA']. Montrer que I est le barycentre des points (A, 2) ; (B, 1) ; (C, 1)
- 3) En déduire que les points B, I, M sont alignés.

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle, D le barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, -1) ; (C, 2)

- 1) Soit M le milieu du segment [AC]. Montrer que D est le barycentre des points M et B affectés des coefficients que l'on précisera. Construire le point D.
- 2) Soit G le barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, -1)
 - a) Construire le point G
 - b) Montrer que D est le barycentre des points G et C affectés des coefficients que l'on précisera.
 - c) Donner alors une deuxième construction du point D.

Exercice 7 :

Soit ABC un triangle

- 1) Construire le point G barycentre de (A, 1) et (B, 3)
- 2) Soit E le barycentre des points pondérés (A, 1) ; (B, 3) et (C, 2)
 - a) Montrer que le point E appartient au segment [GC]
 - b) On désigne par I et J les milieux respectifs de [AB] et [BC]. Montrer que E le barycentre des points I et J d'affectés des coefficients que l'on précisera.
- 3) Montrer que E est l'isobarycentre des points I, B et C.
- 4) Déterminer et construire l'ensemble : $\xi = \{M, M \in P \text{ tels que } \|\vec{MA} + 3\vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 3\|\vec{MA} - \vec{MB}\|\}$

Exercice 8 :

On considère un triangle ABC et le point A' le milieu du segment [BC].

- 1) Construire le point G barycentre des points pondérés (A, 2) et (C, 1).
- 2) Soit I le milieu du segment [AA']. Montrer que I barycentre des points pondérés (A, 2) ; (B, 1) et (C, 1).
- 3) En déduire que les points B, I et G sont alignés.
- 4) Déterminer l'ensemble (ξ) des points M du plan tels que : $\|\vec{2MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$
- 5) Construire un parallélogramme AGEF tel que les points E et F appartiennent respectivement à (BC) et (AB)

Exercice 9 :

Soit ABC un triangle isocèle en A ; A' le milieu de [BC].

- 1) Construire I et J tels que : I barycentre des points pondérés (A, 1) ; (B, 2)
J barycentre des points pondérés (A, 5) ; (C, -2)
- 2) Déterminer et construire $\Delta = \{M, M \in P \text{ tels que } \|\vec{5MA} - 2\vec{MB}\| = \|\vec{MA} + 2\vec{MC}\|\}$
- 3) a) Montrer que $A \in \Delta$
$$\vec{IJ} = \frac{4}{3} \vec{AA'}$$

b) Montrer que $(\Delta) \parallel (BC)$
- 4) soit D le barycentre des points pondérés (A, -1) ; (B, 2) et (C, 2)
a) Vérifier que D est le barycentre des points pondérés (A, -1) ; (A', 4)
b) Construire le point D.

Exercice 10 :

ABC est un triangle. On désigne par A' et C' les points définies par. $\vec{AA'} = \vec{CB}$ et $\vec{CC'} = \vec{AB}$

- 1) a) Construire les points A' et C'.
b) Montrer que B est le milieu du segment [A'C']
- 2) Soit K le barycentre des points pondérés (A, 3) ; (A', 1) et (C', 1)
a) Montrer que les points K, A et B sont alignés et préciser la position de K par rapport à A et B.
b) Construire le point K.
- c) Construire les points I et B' tels que : $\vec{KI} = \vec{BB'} = \vec{CB}$
- d) Montrer que I est le barycentre des points pondérés (A', 3) et (B', 2).
- 3) Déterminer et construire l'ensemble (ζ) des points M du plan vérifiant : $\|\vec{3MA'} + 2\vec{MB}\| = \|\vec{MK} - \vec{MI}\|$

Exercice 11 :

Soit ABC un triangle rectangle en A, vérifiant AB = 3 et AC = 2.

Soient I le barycentre des points pondérés (A, -2) et (B, 1) et E le barycentre des points (B, 1) et (C, 3)

- 1) a) Construire les points I et E.
b) Soit $\zeta = \{M, M \in P \text{ tels que } \|\vec{-2MA} + \vec{MB}\| = 3\}$. Montrer que ζ est un cercle dont on précisera le Centre et le rayon.
c) Montrer que (AC) est la tangente à ζ en A.
- 2) Soit G le barycentre des points pondérés (I, 1), (E, 4) et (C, -6)
a) Montrer que G est le barycentre des points pondérés (A, -2) et (C, 3) puis construire G.
b) En déduire que C est le centre de gravité du triangle IBG.
- 3) Soit F le barycentre des points pondérés (A, -2), (B, 1) et (C, 3)
a) Montrer que F est le milieu de [BG], en déduire la nature du triangle AFB.
b) Montrer que E est le milieu de [AF]
c) Montrer que les points I, F et C sont alignés.
d) En déduire que les droites (IC), (AE) et (BG) sont concourantes.
- 4) Déterminer et construire $\Delta = \{M, M \in P \text{ tels que } \|\vec{-2MA} + \vec{MB} + 3\vec{MC}\| = 2\|\vec{-2MA} + 3\vec{MC}\|\}$
- 5) Soit $\zeta' = \{M, M \in P / \|\vec{-2MA} + 3\vec{MC}\| = \|\alpha\vec{MB} - \alpha\vec{MC}\|, \alpha \in \mathbb{R}\}$. Déterminer α pour que ζ' passe par C.

Exercice 12 :

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

On donne les points A (1, 0) ; B (5, -2) et C (-1, -4)

- 1) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.
- 2) a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
b) En déduire la nature du quadrilatère ABDC.
- 3) Soit I = A * B, G le barycentre des points pondérés (A, 3) et (C, 1) et H le barycentre des points pondérés (B, -3) et (C, 1)
a) Construire G et H
b) Montrer que les points I, G et H sont alignés

c) Montrer que H est le barycentre des points pondérés (A, 3), (B, 3) et (G, -4).

4) a) Déterminer l'ensemble Δ des points M du plan tels que $\left\| \overrightarrow{3MA} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| -6\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right\|$

b) Déterminer l'ensemble (C) des points M du plan tels que $\left\| \overrightarrow{3MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MG} \right\| = \left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} \right\|$