Câu 1. **[2D3-4.9-2] (CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN V NĂM 2019)** Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x = a\ln 2 + \frac{b}{c}$ (với a là số hữu tỉ, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $S = 2a + 3b + c$.

A. $S = 4$. **B.** $S = -6$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = 5$.

Lời giải

Tác giả: Hoa Mùi; Fb: Hoa Mùi

Chọn A

Đặt: $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$.

Ta có: $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x = -\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = \left(-\frac{1}{x}\ln x - \frac{1}{x}\right)\Big|_1^2 = -\frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2} = a\ln 2 + \frac{b}{c}$.

$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}; b = 1; c = 2 \Rightarrow S = 2\mathrm{a} + 3b + c = 4$.

Câu 2. **[2D3-4.9-2] (Sở Bắc Ninh 2019)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên i và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$.

Tính $I = \int_0^4 xf\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = 144$. **B.** $I = 12$. **C.** $I = 112$. **D.** $I = 28$.

Lời giải

Tác giả: Lê Mai Hương ; Fb: Le Mai Huong

Phản biện: Trần Đại Lộ; Fb: Trần Đại Lộ

Chọn C

Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{\mathrm{d}x}{2}$, với $x = 0 \Rightarrow t = 0$ và $x = 4 \Rightarrow t = 2$.

Ta có $I = \int_0^4 xf\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x = \int_0^2 2t.f(t).2\mathrm{d}t = 4\int_0^2 t.f(t)\mathrm{d}t = 4\left(t.f(t)\right)\Big|_0^2 - 4\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t$

$= 8.f(2) - 4.4 = 112$.

Câu 3. **[2D3-4.9-2] (TRƯỜNG THỰC HÀNH CAO NGUYÊN – ĐẠI HỌC TÂY NGUYÊN NĂM 2019)** Cho $F(x)=\frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$

A. $\int f'(x)\ln x dx=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$.

B. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x dx=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$.

D. $\int f'(x)\ln x dx=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}+C$.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Văn Sỹ; Fb:Nguyễn văn Sỹ

Chọn C

+ Ta có: $F(x)=\frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$

$$\Rightarrow \frac{f(x)}{x}=\left[F(x)\right]'=\left(\frac{1}{2x^2}\right)'=-\frac{1}{x^3}\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{x^2}.$$

+ Xét $I=\int f'(x)\ln x dx$

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \\ dv=f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\frac{1}{x}dx \\ v=f(x) \end{cases}$

$$\Rightarrow I=f(x)\ln x-\int \frac{f(x)}{x}dx=-\frac{1}{x^2}\ln x-\frac{1}{2x^2}+C=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C.$$