

Câu 1. [2D3-4.9-2] (CHUYÊN THÁI BÌNH LẦN V NĂM 2019) Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = a \ln 2 + \frac{b}{c}$ (với a là số hữu tỉ, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $S = 2a + 3b + c$.

A. $S = 4$.

B. $S = -6$.

C. $S = 6$.

D. $S = 5$.

Lời giải

Tác giả: Hoa Mùi; Fb: Hoa Mùi

Chọn A

Đặt:
$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$$

Ta có:
$$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \left(-\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} = a \ln 2 + \frac{b}{c}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}; b = 1; c = 2 \Rightarrow S = 2a + 3b + c = 4$$

Câu 2. [2D3-4.9-2] (Sở Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên I và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$.

Tính
$$I = \int_0^4 x f\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

A. $I = 144$.

B. $I = 12$.

C. $I = 112$.

D. $I = 28$.

Lời giải

Tác giả: Lê Mai Hương ; Fb: Le Mai Huong

Phản biện: Trần Đại Lộ; Fb: Trần Đại Lộ

Chọn C

Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{dx}{2}$, với $x = 0 \Rightarrow t = 0$ và $x = 4 \Rightarrow t = 2$.

Ta có
$$\begin{aligned} I &= \int_0^4 x f\left(\frac{x}{2}\right) dx = \int_0^2 2t \cdot f(t) \cdot 2dt = 4 \int_0^2 t \cdot f(t) dt = 4 \left(t \cdot f(t) \right) \Big|_0^2 - 4 \int_0^2 f(t) dt \\ &= 8 \cdot f(2) - 4 \cdot 4 = 112 \end{aligned}$$

Câu 3. [2D3-4.9-2] (TRƯỜNG THỰC HÀNH CAO NGUYÊN – ĐẠI HỌC TÂY NGUYÊN NĂM

2019) Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$

A. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$

B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$

C. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$

D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Sỹ; Fb: Nguyễn văn Sỹ

Chọn C

+ Ta có: $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$

$$\Rightarrow \frac{f(x)}{x} = [F(x)]' = \left(\frac{1}{2x^2}\right)' = -\frac{1}{x^3} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2}.$$

+ Xét $I = \int f'(x) \ln x dx$

Đặt
$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = f(x) \ln x - \int \frac{f(x)}{x} dx = -\frac{1}{x^2} \ln x - \frac{1}{2x^2} + C = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$$