

Модуль и аргумент комплексного числа.

Изобразим на комплексной плоскости число

$z = a + bi$, у которого $a > 0, b > 0$.

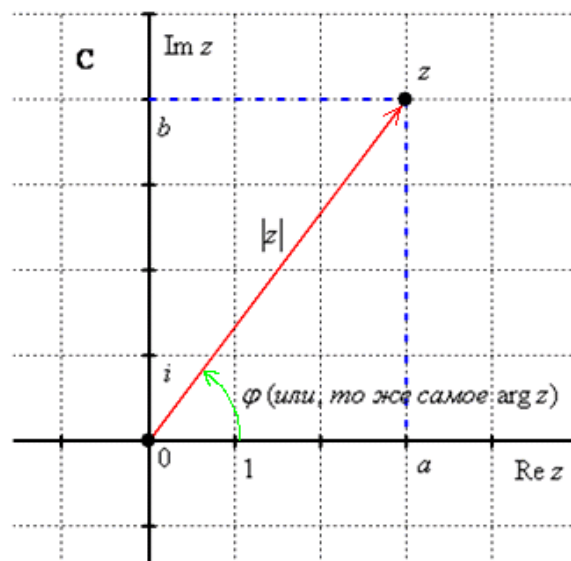
Модулем комплексного числа z называется расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости.

Т.е. **модуль** – это длина радиус-вектора.

Модуль комплексного числа z обозначают: $|z|$

Формула для нахождения модуля комплексного числа:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Аргументом комплексного числа z называется угол φ между положительной полуосью действительной оси $\text{Re } z$ и радиус-вектором, проведенным из начала координат к соответствующей точке.

Формулы для нахождения аргумента разные, это зависит от того, в какой координатной четверти лежит число $z = a + bi$. Возможны три варианта:

1) Если $a > 0$ (1-я и 4-я координатные четверти, или правая полуплоскость), то аргумент нужно

находить по формуле $\arg z = \arctg \frac{b}{a}$.

2) Если $a < 0, b > 0$ (2-я координатная четверть), то аргумент нужно находить по формуле

$$\arg z = \pi + \arctg \frac{b}{a}$$

3) Если $a < 0, b < 0$ (3-я координатная четверть), то аргумент нужно находить по формуле

$$\arg z = -\pi + \arctg \frac{b}{a}$$

Примеры.

$$z_1 = 3 + \sqrt{3}i, \quad z_2 = -2 + 4i, \quad z_3 = -2 - 2i$$

$$1) \quad z_1 = 3 + \sqrt{3}i$$

$$|z_1| = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 3} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Поскольку } a > 0 \text{ (случай 1), то } \arg z_1 = \arctg \frac{b}{a} = \arctg \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{6}$$

$$2) \quad z_2 = -2 + 4i.$$

$$|z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Поскольку $a < 0, b > 0$ (случай 2), то

$$\arg z_2 = \pi + \operatorname{arctg} \frac{b}{a} = \pi + \operatorname{arctg} \frac{4}{-2} = \pi + \operatorname{arctg}(-2) = \pi - \operatorname{arctg} 2$$

– здесь нужно воспользоваться нечетностью арктангенса. В таблице отсутствует значение $\operatorname{arctg} 2$, поэтому в подобных случаях аргумент приходится оставлять в громоздком виде.

$$3) \quad z_3 = -2 - 2i.$$

$$|z_3| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

Поскольку $a < 0, b < 0$ (случай 3), то

$$\arg z_3 = -\pi + \operatorname{arctg} \frac{b}{a} = -\pi + \operatorname{arctg} \frac{-2}{-2} = -\pi + \operatorname{arctg} 1 = -\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}.$$