

בית ספר עירוני ב' ע"ש יצחק רבין, מודיעין.

נחל עין 1 מודיעין 71700.טל' -970303308, 08-9700316, פקס

08-9703034, סמל מוסד 144675

www.schooly.co.il/rabin-modiin27/03/2023**מבחן מתכונת 1-5 יחידות****א. משך הבחינה 4 שעות.****ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:** בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

- פרק ראשון – אלגברה והסתברות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
- יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

יש לענות לפחות על שאלה אחת בכל פרק.**ג. חומר עזר מותר בשימוש:**

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות

1. מכונית א יצאה מעיר A ומכונית ב יצאה מעיר B. שתי המכוניות נסעו זו לקראת זו עד שנפגשו בנקודה C, ושם עצרו.
 מכונית א יצאה לפני מכונית ב. זמן הנסיעה של מכונית א היה גדול פי $\frac{1}{4}$ מזמן הנסיעה של מכונית ב. מכונית א עברה 150 ק"מ יותר ממכונית ב.
 למחרת המשיכה מכונית א לנסוע מ־C עד שהגיעה ל־B, ומכונית ב המשיכה לנסוע מ־C עד שהגיעה ל־A.
 ביום זה היה זמן הנסיעה של מכונית א שווה לזמן הנסיעה של מכונית ב.
 לשתי המכוניות מהירות קבועה.
 א. מצא את המרחק מ־A ל־B.
 ב. ביום השלישי יצאו שוב שתי המכוניות זו לקראת זו, מכונית א מעיר B ומכונית ב מעיר A. שתי המכוניות יצאו באותו זמן, ונסעו במהירות הקבועה שלהן. הן נפגשו כעבור 6 שעות. מצא את המהירות של כל אחת מן המכוניות.
2. a_n היא סדרה הנדסית בעלת n איברים שהמנה שלה היא q.
 כל האיברים בסדרה a_n הם מספרים טבעיים.
 נתון: סכום $4 - n$ האיברים הראשונים של הסדרה קטן פי 16 מסכום איברי הסדרה החל באיבר החמישי (כולל).
 א. (1) הבע את סכום איברי הסדרה a_n החל באיבר החמישי (כולל) באמצעות a_5 ו־q.
 (2) מצא את מנת הסדרה.
 נגדיר סדרה חדשה, b_k , בת $n - 2$ איברים, שבה מתקיים: $b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2}$ לכל $k \leq n - 2$.
 ב. (1) הוכח שהסדרה b_k היא סדרה הנדסית.
 (2) הוכח כי כל אחד מאיברי הסדרה b_k מתחלק ב־7 ללא שארית.
 ג. c_n היא סדרה הנדסית אינסופית שבה $c_1 = \frac{1}{b_1}$ ו־ $c_2 = \frac{1}{b_2}$.
 סכום הסדרה c_n שווה ל־ $\frac{1}{91}$.
 חשב את a_1 .

3

בכד 4 כדורים שחורים ו-m כדורים לבנים. מוציאים מהכד כדור ובודקים את צבעו. אם הוא שחור, מחזירים אותו לכד, אם הוא לבן מוציאים אותו החוצה ולא מחזירים. סך הכל מוציאים 2 כדורים.

1. ההסתברות להוציא לכל היותר לבן אחד היא $\frac{13}{18}$. מצאו את m.

2. ידוע ששני הכדורים שהוצאו הם באותו צבע. חשבו את ההסתברות ששניהם שחורים.

3.

ידוע ששני הכדורים שהוצאו הם בצבעים שונים. חשבו את ההסתברות שהכדור השני שהוצא היה לבן

4. אנטון מוציא 2 כדורים באופן המתואר בתחילת התרגיל, 5 פעמים (אחרי כל הוצאה של 2 כדורים הוא מחזיר אותם לכד). מה ההסתברות שבדיוק 3 פעמים יוציא את 2 הכדורים בעלי אותו צבע?

4. נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס שונה,

המשיקים זה לזה מבחוץ בנקודה F.

AC משיק לשני המעגלים בנקודות B ו-C,

AE משיק לשני המעגלים בנקודות D ו-E,

כמתואר בציור.

א. הוכח שהמרובע BDEC הוא טרפז שווה שוקיים.

ב. המשיק המשותף למעגלים העובר בנקודה F חותך את

שוקי הטרפז, BC ו-DE, בנקודות G ו-H בהתאמה.

הוכח: GH הוא קטע אמצעים בטרפז.

ג. נסמן ב-R את רדיוס המעגל הגדול וב-r את רדיוס המעגל הקטן.

הוכח כי $R \cdot BD = r \cdot CE$.

5.

PA משיק למעגל שרדיוסו R בנקודה A.

C נקודה על המעגל. הנקודה F היא נקודת

החיתוך של הקטע PC עם המעגל. הנקודה E

נמצאת על המשך AF, כך ש- $EP \parallel AC$.

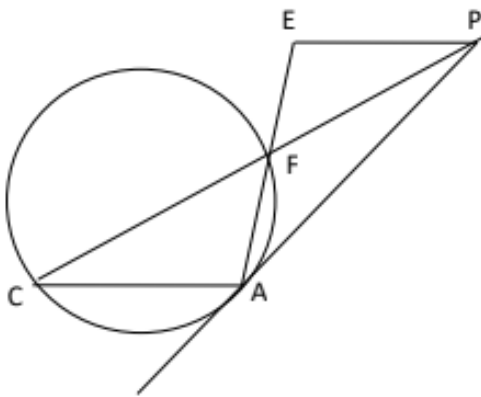
נתון: $\angle FPA = \beta$, $\angle FCA = \alpha$.

א. הראה כי: $\frac{FP}{FA} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$.

ב. נתון: $\alpha = 2\beta$, $\frac{FP}{FA} = 1.9225$.

(1) הבע בעזרת R את אורך הקטע EF ואת שטח המשולש EPF.

(2) אורך הקטע EC הוא 16.94. מצא את R.



6. נתון : $f(x) = \frac{24x}{x^2 - 2x + 4} - 8$

- א. 1. מצא תחום הגדרה של הפונקציה.
 2. מצא את שיעורי נקודות הקיצון וסוגן.
 3. מצא את האסימפטוטות
 4. שרטט את הפונקציה.
 5. שרטט את $f(2x)$

ב.

מגדירים את הפונקציה $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ בתחום : $0 \leq x$

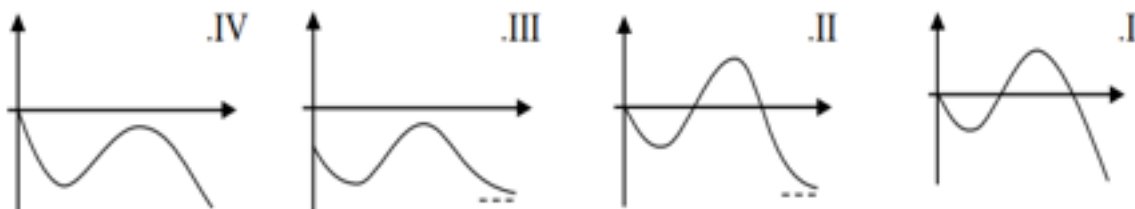
א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ בתחום : $0 \leq x$

ב. קבע האם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה אופקית. נמק.

ג. נתון שהשטח הכלוא בין גרף $f(x)$ לבין ציר ה- x גדול

מהשטח הכלוא בין גרף $f(x)$ לבין הצירים.

קבע איזה מהגרפים הבאים עשוי להיות גרף $g(x)$:



7. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \sin x + \cos 2x - 1$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז שמאלה ב- $\frac{\pi}{2}$ כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$ המוגדרת בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ב. (1) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות הפונקציה $f(x)$.

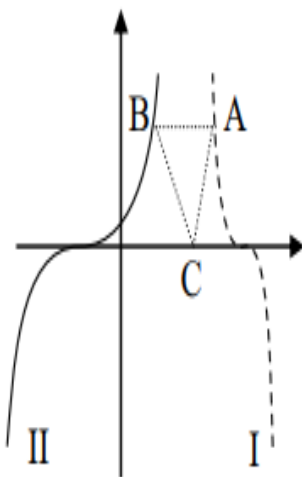
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) הוכח כי $g(x)$ היא פונקציה זוגית.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) dx : \text{III} \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx : \text{II} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x + \pi) dx : \text{I} \quad : \text{III-I}$$

לפניך 3 ביטויים, III-I :
 ג. ציין איזה מן הביטויים III-I שווה ל- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.
 נמק את תשובתך. אין צורך בחישוב.

8. לפניכם גרפים חלקיים של הפונקציות $f(x) = (x+4)^3$ ו- $g(x) = (12-2x)^3$.



א. קבעו איזה מהגרפים - I או II - הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

הסבירו את תשובתכם.

ב. הנקודות A ו-B נמצאות בהתאמה על הגרפים I ו-II.

הקטע AB מקביל לציר ה-x ונמצא ברביע הראשון.

נסמן באמצעות $2t$ את שיעור ה-x של הנקודה B.

הראו שאורך הקטע AB הוא: $4 - 3t$.

ג. נתונה הנקודה $C(1,0)$. מצאו את t שבעבורו שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא מקסימלי.

ד. קבעו כיצד, אם בכלל, היתה תשובתכם לסעיף ג' משתנה אילו שיעורי הנקודה C היו $C(6,0)$.

הסבירו את תשובתכם.

בהצלחה !