التمرين 01 : ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB = 3cm$

(S) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\|$

1) أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,-3)\}$

2) عين مجموعة النقط (S) .

3) تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (S) .

4) أنشئ المجموعة (S) .

التمرين 02 : المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) مثل النقط $A\left(\frac{3}{2},-3\right)$ ، $B(0,4)$ ، $C(3,0)$.

2) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-2)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,3)\}$ و G مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$

عين احداثيي كل من النقط I ، J و G ثم مثلها في المعلم السابق.

3) عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right\| = \frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين ثم أنشئ المجموعة (F) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

التمرين 03 : ABC مثلث كيفي

1. أنشئ النقط E ، F و G حيث:

E مرجح الجملة المثقلة $\{(B,3);(C,1)\}$ ، F معرفة كمايلي : $\vec{AF}=\frac{1}{4}\vec{AC}$ و G منتصف القطعة $[AB]$

2. عين العددين الحقيقيين α و β حيث F مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(C,\beta)\}$

3. لتكن النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A,3);(B,3);(C,1)\}$

1) بين أن النقط A ، I و E على استقامة واحدة

2) بين أن المستقيمات (AE) ، (BF) و (CG) تتقاطع في نقطة واحدة يطلب تعيينها

4. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=7\left\|\vec{MI}-\vec{MB}\right\|$

5. عين ثم أنشئ مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|3\vec{MA}+3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|=\frac{7}{4}\left\|3\vec{MB}+\vec{MC}\right\|$

التمرين 04 : نعتبر ABC مثلث ، I و J نقطتين معرفتين كمايلي : $\vec{AI}=\frac{2}{3}\vec{AC}$ و $\vec{AJ}=3\vec{AB}$

النقطة G نظيرة النقطة B بالنسبة لـ I

1. أنشئ المثلث ABC و النقطتين I و J

2. أ) أكتب $\vec{GB}$ بدلالة $\vec{GA}$ و $\vec{AC}$

2) استنتج أن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-3);(C,4)\}$

3. بين أن النقط G ، C و J على استقامة واحدة

4. عين ثم انشئ مجموعة النقط M التي تحقق : $\left\|2\vec{MA}-3\vec{MB}+4\vec{MC}\right\|=3\left\|2\vec{MA}-3\vec{MB}\right\|$

التمرين 05 : ABC مثلث. I نقطة من (AB) حيث $2\vec{IA}+\vec{IB}=\vec{0}$

G نقطة من (IC) حيث $3\overrightarrow{GI}-2\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$. المستقيم (AG) يقطع المستقيم (BC) في H .

1) ارسم شكلا.

2) بين أن G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,-2)\}$

3) لتكن النقطة L مرجح الجملة $\{(B,1);(C,-2)\}$

4)أ- بين أن النقطة L تنتمي إلى المستقيمين (BC) و (AG)

ب- استنتج العدد الحقيقي k حيث $\overrightarrow{BH}=k\overrightarrow{BC}$.

التمرين 06 : ليكن ABC مثلثا حيث $AB=8cm$ و $BC=4cm$ و $AC=6cm$.

1) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4)\}$. أنشئ النقطة I .

2) لتكن J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,-1)\}$.أنشئ النقطة J .

3) نرمز بـ G إلى مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$ بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ) .

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\right\|=5\left\|2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=4\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

التمرين 07 : ABC مثلث متقايس الأضلاع. طول ضلعه $2cm$ و H منتصف القطعة $[AC]$

1) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-4);(C,1)\}$

2) عين وأنشئ مجموعات النقط M من المستوي فى كا حالة من الحالات التالية:

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4.....(E_1)$$

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|.....(E_2)$$

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|.....(E_3)$$

التمرين 08 :

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين I و J حيث I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ و J مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$

1) أنشئ النقطتين I و J.

2) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط C ، I و J في استقامية.

4) لتكن K منتصف القطعة $[DJ]$ و L نقطة حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BL}$

أ- بين أن C منتصف $[KL]$.

ب- بين أن (KL) و (BD) متوازيان .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوى اللتى تحقق: $2\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|$.

التمرين 09 : ليكن ABC مثلثا حيث $AB=8cm$ و $BC=4cm$ و $AC=6cm$.

1) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4)\}$. أنشئ النقطة I .

2) لتكن J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,-1)\}$.أنشئ النقطة J .

3) نرمز بـ G إلى مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$ بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ) .

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\right\|=5\left\|2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=4\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

التمرين 10 : المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) مثل النقط $A\left(\frac{3}{2},-3\right)$ ، $B(0,4)$ ، $C(3,0)$.

2) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-2)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,3)\}$ و G مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$ عين احداثيي كل من النقط I ، J و G ثم مثلها في المعلم السابق.

3) عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$$

4) عين ثم أنشئ المجموعة (F) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$$

التمرين 11 : $ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$.

1) أنشئ النقطتين I و J حيث: B مرجح الجملة $\{(I,-2);(A,1)\}$ و J منتصف القطعة المستقيمة $[BC]$.

2) لتكن M نقطة كيفية من المستوي، وليكن $\vec{u}$ الشعاع المعرف كما يلى : $\vec{u}=\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$.

1) بين أن الشعاع $\vec{u}$ ثابت (مستقل عن M).

2) استنتج أن $\vec{u}=-2\overrightarrow{AB}$.

3) لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right\|$.

1) بين أن النقطتين I و J تنتميان الى (γ) .

ب) عين طبيعة المجموعة (γ) ثم أنشئها.

التمرين 12 : ليكن $(ABCD)$ متوازى أضلاع . و لتكن النقطتين I و J حيث:

I مرجح الجملة $\left\{(A;-\frac{1}{2});(B;\frac{3}{2})\right\}$ و J مرجح الجملة $\{(A;2);(D;-3)\}$

1) أنشئ النقطتين I و J

2) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط $J;I;C$ على استقامة واحدة

4) لتكن K منتصف القطعة $[DJ]$ و L نقطة حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BL}$

1) بين أن C منتصف $[KL]$

ب) بين أن (KL) و (BD) متوازيان

التمرين 13 : A و B نقطتان من المستوى مرفقتان بالمعاملين α^2+1 و $-2\alpha-4$.

1) عين α حتى تكون النقطة G_α مرجح A و B مرفقتين بالمعاملين α^2+1 و $-2\alpha-4$ على الترتيب.

2) عين مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في $R-\{-1,3\}$.

التمرين 14 : ABC مثلث. I نقطة من (AB) حيث : $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

G نقطة من (IC) حيث $3\overrightarrow{GI}-2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. المستقيم (AG) يقطع المستقيم (BC) في H .

1) ارسم شكلا.

2) بين أن G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,-2)\}$

3) لتكن النقطة L مرجح الجملة $\{(B,1);(C,-2)\}$

أ- بين أن النقطة L تنتمي إلى المستقيمين (BC) و (AG)

ب- استنتج العدد الحقيقي k حيث $\overrightarrow{BH}=k\overrightarrow{BC}$

التمرين 15 : ABC مثلث كيفي.

1) لتكن I مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-2)\}$ و J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,3)\}$ و G مرجح الجملة

$\{(A,-1);(B,2),(C,-3)\}$ أنشئ النقط I ، J و G .

2) عين ثم أنشئ المجموعة (E) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\frac{3}{5}\left\|2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$$

عين ثم أنشئ المجموعة (F) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق: $\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-3\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{GA}\right\|$

التمرين 16 : لتكن النقط A ، B ، C و D إحداثياتها على الترتيب $(3;3)$ ، $(-1;-1)$ ، $(-2;-3)$ و $(3;-3)$.

1) عين إحداثيتي النقطة E بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع.

2) عين إحداثيتي النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1);(D,1);(E,1)\}$

3) ليكن L مركز متوازي أضلاع $BCDE$. برهن أن النقط A ، G و L في استقامية.

4) أ) بين أن: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{0}$

ب) ماذا تمثل النقطة G بالنسبة للمثلث ABD ؟

5) لتكن I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[DE]$. برهن أن G مركز ثقل المثلث AIJ .

التمرين 17 :

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع .نعتبر النقطتين I و J حيث I مرجح $\left(A,-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(B,\frac{3}{2}\right)$ و J مرجح $(A,2)$ و $(D,-3)$

1) أنشئ النقطتين I و J .

2) بين أن: $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ}=2\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DC}$

3) بين أن النقط C ، I و J في استقامية.

4) لتكن K منتصف القطعة $[DJ]$ و L نقطة حيث: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BL}$

أ- بين أن C منتصف $[KL]$.

ب- بين أن (KL) و (BD) متوازيان .

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوى اللتى تحقق: $2\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MD}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|$.

التمرين 18 : ABC مثلث متقايس الأضلاع. طول ضلعه $2cm$ و H منتصف القطعة $[AC]$

1) أنشئ G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-4);(C,1)\}$

2) عين وأنشئ مجموعات النقط M من المستوي فى كا حالة من الحالات التالية:

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=4.....(E_1)$$

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|.....(E_2)$$

$$\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|.....(E_3)$$

التمرين 19 : في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o,i,j) ،نعتبر النقط G,C,B,A حيث:

$A(1,3)$ ، $B(1,0)$ ، $C(-2,3)$ و النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{A(2),B(-3),C(-1)\}$.

عيّن في كل حالة مما يلي النتيجة الصحيحة مع التبرير.

1. إحداثيا النقطة G هي:

❶ $G\left(\frac{-1}{2},\frac{-3}{2}\right)$ ❷ $G\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ ❸ $G\left(\frac{-1}{2},\frac{3}{2}\right)$

2. النقطة A مرجح الجملة المثقلة $\{G(\alpha),B(\beta),C(\lambda)\}$ إذن :

❶ $\alpha=-2\ \beta=-3\ \lambda=-1$ ❷ $\alpha=4\ \beta=-6\ \lambda=-2$ ❸ $\alpha=-2\ \beta=3\ \lambda=1$

3 . مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{2MA}-3\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$

❶ دائرة ❷ مستقيم ❸ مجموعة خالية ❹ نقطة

فـرع 2)

$EFNM$ مستطيل ولتكن النقطة H مرجح الجملة المثقلة $\{E(1),F(3),N(1),M(1)\}$.

✔ أنشئ المستطيل $EFNM$ و النقطة H .

التمرين 21 : المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، A , B , C ثلاث نقط من المستوي احداثياها $(-1,3)$, $(2,-2)$ ، $(1,2)$ على الترتيب .

1. بين ان النقط A , B , C ليست في استقامية.

2. نعتبر النقطة G مرجح النقط A , B , C المرفقة بالمعاملات 1 , 3 ، 2- على الترتيب .

- احسب احداثيي النقطة G ثم علم النقط A , B , C ، G
- عين ثم انشئ المجموعة (E) النقط M من المستوي بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$
- عين ثم انشئ المجموعة (T) النقط M من المستوي بحيث : $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=4$

التمرين 22 : A ، B نقطتان متمايزتان من المستوي و m عدد حقيقي.

1) ناقش وجود النقطة G مرجح الجملة $\{(A\ ,\ m^2+2)\ ;(B\ ,\ m^2+m-3)\}$

2) أنشئ G في الحالة $m=0$ و في الحالة $m=1$

التمرين 23 : ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 8cm$ و $BC = 4cm$ و $AC = 6cm$.

1) أ- لتكن I مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4)\}$.أنشئ النقطة I .

ب- لتكن J مرجح الجملة $\{(B,2);(C,-1)\}$. أنشئ النقطة J .

3) نرمز بـ G إلى مرجح الجملة $\{(A,1);(B,4);(C,-2)\}$

بين أن G هي نقطة تقاطع المستقيمين (CI) و (AJ) .

4) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\| \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} \right\| = 5 \left\| 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \right\|$.

5) عين ثم أنشئ مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\| \overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \right\| = 4 \left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} \right\|$.

التمرين 24 : ABC مثلث قائم و متساوي الساقين في A حيث : $AB = AC = 4cm$.

1) أنشئ النقطة G مرجح الجملة $\{(A,2);(B,1);(C,1)\}$.

2) لتكن M نقطة كيفية من المستوي.

أ- عبر عن الشعاع $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{MG}$.

ب- بين أنه يمكن كتابة الشعاع $\vec{v} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ على الشكل $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

جـ - أنشئ النقطة D المعرفة بـ: $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$.

د- أحسب AD و AG بالسنتيمتر.

3) أ - استنتج من الأسئلة السابقة المجموعة E ، مجموعة النقط M من المستوي حيث:

$$\left\| 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\|$$

ب – أنشئ المجموعة E .

التمرين 25 : المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب.نضع $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ و $C(x_C;y_C)$.

1-أثبت أن إحداثيا النقطة G هي $(x_G ; y_G)$ حيث :

$$x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \quad \text{و} \quad y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma}$$

.

2-: أوجد إحداثيا النقطة G حيث $A(1,1), B(0,-3), C(2,4)$ و $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\gamma = 2$