

Лекція 4

Тема 1.1.2: Плоска система сил.

5. Додавання паралельних сил.
6. Момент сили відносно точки.
7. Пара сил. Момент пари сил. Властивості пар. Додавання пар. Умова рівноваги плоскої системи пар.

<https://www.youtube.com/watch?v=f81uQrOKLQI>

5 .Додавання паралельних сил

Під час знаходження рівнодійної двох паралельних сил, що діють на тверде тіло, сили можуть бути спрямовані: в одну і в різні сторони.

Додавання двох сил, спрямованих в одну сторону(рис.1а).

Додавання двох сил, спрямованих у різні сторони (рис.1б).

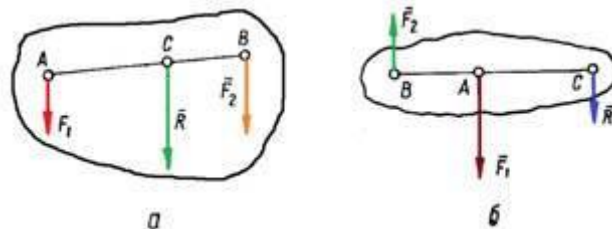


Рис. 1

Враховуючи властивості пропорції і рівності

$BC + AC = AB$ і $F_1 + F_2 = R$, матимемо:

$$\frac{BC}{F_1} = \frac{AC}{F_2} = \frac{AB}{R}$$

Отже, *рівнодійна двох паралельних сил, спрямованих в одну сторону, паралельна цим силам, спрямована у ту саму сторону і дорівнює за модулем їх сумі; лінія дії рівнодійної цих сил проходить між точками прикладання складових сил на відстанях від цих точок, обернено пропорційних модулям сил.*

Додавання двох сил, спрямованих у різні сторони (рис.1б).

$$R = F_1 - F_2$$

Положення точки С вибирають так, щоб справджувалася рівність:

$$\frac{BC}{F_1} = \frac{AC}{F_2} = \frac{AB}{R}$$

Отже, *рівнодійна двох паралельних сил, спрямованих у різні сторони, паралельна силам, спрямована в сторону більшої сили і дорівнює за модулем*

їх різниці; *лінія дії рівнодійної проходить за більшою силою на відстанях від складових, обернено пропорційних цим силам.*

За допомогою знайдених рівнянь можна розв'язувати задачі про розкладання цієї сили на дві паралельні їй сили, спрямовані в одну або різні сторони.

6. Момент сили відносно точки.

Поняття моменту сили можна застосувати до сил, прикладених до всякого твердого тіла. Момент сили можна визначити відносно будь-якої точки, яку називають центром моменту.

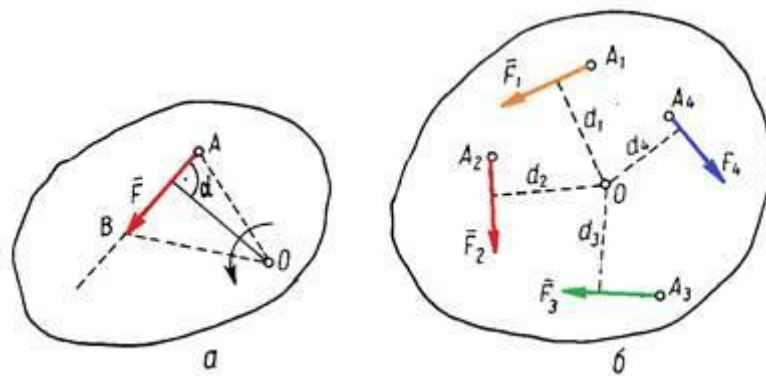


Рис. 2

Моментом сили відносно будь-якої точки на площині називається добуток модуля сили на її плече відносно цієї точки, взятий із знаком плюс або мінус (рис. 2а):

$$M_{O(\vec{F})} = \pm Fd.$$

Момент сили вважають додатним, якщо сила намагається повернути тіло відносно точки O (центра моменту) проти обертання годинникової стрілки, а від'ємним — за стрілкою.

Чисельно момент сили F відносно точки O дорівнює подвоєній площі трикутника AOB :

$$M_{O(\vec{F})} = \pm 2\Delta AOB,$$

де A і B — початок і кінець сили; O — центр моменту.

Якщо лінія дії сили проходить через точку O , то $d = 0$ і момент сили відносно цієї точки дорівнює нулю.

Одиниця моменту дорівнює добуткові одиниці сили на одиницю довжини. Якщо силу вимірювати в кілограмах ($\kappa\Gamma$), а плече — в метрах (m), то момент сили буде в кілограмометрах ($\kappa\Gamma m$); якщо силу вимірювати в

ньютонaх (H), а плече – в метрах ($м$), то момент сили буде в ньютонметрах ($Нм$):

$$1 \text{ кГм} \approx 9,81 \text{ Нм}.$$

Якщо до тіла прикладено кілька сил, що лежать в одній площині, то можна обчислити суму моментів цих сил відносно будь-якої точки O в цій самій площині (рис. 2б). Отже:

$$M_{O(\vec{F}_1)} = F_1 d_1; \quad M_{O(\vec{F}_2)} = F_2 d_2; \quad M_{O(\vec{F}_3)} = F_3 d_3.$$

Момент M_O , що дорівнює алгебраїчній сумі моментів цих сил відносно будь-якої точки O в тій самій площині, називають **головним моментом сил відносно цієї точки**:

$$M_O = M_{O(\vec{F}_1)} + M_{O(\vec{F}_2)} + \dots + M_{O(\vec{F}_n)}.$$

Доведемо [теорему Варіньона](#) про момент рівнодійної.

Момент рівнодійної відносно будь-якого центра дорівнює алгебраїчній сумі моментів складових сил відносно того самого центра.

Нехай маємо сили $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$, лінії дії яких перетинаються в точці A (рис. 10). Через будь-який центр O проведемо вісь Ox , перпендикулярну до прямої OA . Щоб довести теорему, знайдемо відповідно вирази моментів

$$M_{O(\vec{F}_1)}, M_{O(\vec{F}_2)}, \dots, M_{O(\vec{F}_n)}, \quad M_{O(\vec{R})} = \pm 2\Delta AOB_1.$$

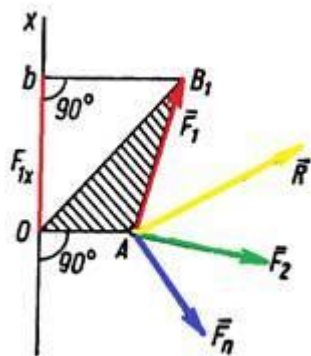


Рис.3

З рисунка бачимо, що $2\Delta AOB_1 = OA \cdot Ob = OA \cdot F_{1x}$,

де F_{1x} – проекція сили $\vec{F}_1$ на вісь Ox .

Отже:

$$M_{O(\vec{F}_1)} = OA \cdot F_{1x}.$$

Так можна обчислити моменти всіх інших сил.

Позначимо рівнодійну сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ через $\vec{R}$, де $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$.

Тоді за теоремою про проекцію суми сил на вісь дістанемо:

$$R_x = \sum F_{ix}.$$

Помноживши обидві частини останньої рівності на OA , матимемо:

$$OA \cdot R_x = \sum (OA \cdot F_{ix}).$$

Тоді

$$M_{O(R)} = \sum M_{O(F_i)},$$

що є математичним виразом теореми Варіньона.

7. Пара сил. Момент пари сил. Властивості пар. Додавання пар. Умова рівноваги плоскої системи пар

Парою сил називають систему, що складається з двох паралельних сил, рівних за модулем, але спрямованих у протилежні сторони (рис. 4).



Рис. 4

Пара сил намагається надати тілу обертального руху. Обертальна дія пари залежить від величини сили – F , плеча пари – h , напрямку обертання, площини дії пари і характеризується моментом пари.

Плече пари – це найкоротша відстань між лініями дії сил пари. **Момент пари** дорівнює добутку модуля однієї з сил пари на плече пари: $M = \pm F h$.

Момент пари є додатним, якщо вона намагається обертати тіло в напрямку, протилежному руху годинникової стрілки.

Пару сил не можна зрівноважити однією силою, її можна зрівноважити тільки іншою парою. Алгебраїчна сума проекцій сил пари на вісь завжди дорівнює нулю.

Теорема про еквівалентні пари: дві пари, що лежать в одній площині, еквівалентні, якщо вони мають однакові алгебраїчні моменти.

Наслідки

1. Не змінюючи механічного стану тіла, пару сил можна перемістити як завгодно в площині її дії.
2. Не змінюючи механічного стану тіла, можна змінити модуль сил і плече пари, але так щоб її момент залишався незмінним.
3. Щоб задати пару, досить задати її момент.

Теорема про додавання пар: система пар, що лежать в одній площині, еквівалентна одній парі, що лежить в тій самій площині і має момент, який дорівнює алгебраїчній сумі моментів складових пар.

$$M = \sum M_k$$

Для рівноваги плоскої система пар сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума моментів цих пар дорівнювала нулю.

$$\sum M_k = 0.$$

Геометричну суму всіх сил системи називають головним вектором системи сил. Модуль і напрямок головного вектора не залежать від центра зведення