

FASE 4. PREGUNTA SIN ENUNCIADO ([Genially](#))**4.0.1. Juego preparatorio. Adivinar la pregunta.**

El profesor cuenta una historia breve, en la que necesariamente haya números, hasta que todos los niños puedan repetirla sin dificultad.

Jugarán por parejas; uno de ellos escribirá en un papel una pregunta que pueda responderse atendiendo a la historia contada, y que nadie, excepto su compañero podrá ver. El compañero responderá a la pregunta y expresará solo la respuesta en voz alta. Los demás compañeros tendrán que adivinar la pregunta escrita. El profesor inventará varias historias para que puedan jugar todos los niños.

“En un primer momento, <i>María tenía 5 manzanas. Posteriormente, su hermano Pedro le dio 3 más. Más tarde, María se comió 2 manzanas. Al final, su mamá le compró 4 manzanas más</i> ”.	
Preguntas	Respuesta
• ¿Cuántas manzanas tenía María al principio?	5
• ¿Quién le dio 3 manzanas a María?	Pedro
• ¿Cuántas manzanas se comió María	2
• ¿Cuántas manzanas le compró su mamá?	4
• ¿Cuántas manzanas tiene María al final?	10
• ¿Cuántas manzanas tenía María después de comerse 2 y antes de que su mamá le comprara más?	6

- Más ejemplos de adivinar preguntas con enunciado y respuestas: [pincha aquí](#).

4.0.2. Juego preparatorio. Unir enunciado y preguntas.

Se seleccionarán 10 problemas de al menos dos cursos inferiores a la edad de los niños con los que se esté trabajando. Se separarán los **enunciados** de las **preguntas**. Los enunciados se colocarán al azar en **un lado de la clase**, numerados del 1 al 10, del mismo modo se hará con las preguntas que se colocarán en **otro lado**, bastante alejadas de los enunciados. Se dividirá la clase en pequeños grupos. El juego consiste en conseguir escribir los números que se relacionan con enunciado y pregunta. Termina el juego cuando un grupo ha conseguido escribir las diez parejas de números. Reglas del juego:

- Cada vez se levantan dos niños: uno va hacia las preguntas y otro hacia los enunciados.
- Cada vez que se levantan disponen de 30 segundos (el profe da la señal de inicio y terminación).
- No se puede llevar nada para escribir. (Podrán escribir todo lo que quieran en los grupos).
- No podrán salir los mismos niños hasta que hayan salido todos.

El profesor tendrá en cuenta que conviene dejar tiempo de reflexión entre una señal y otra.

1. En una cesta hay 4 manzanas y 3 peras.	J. ¿Cuántas frutas hay en total?
2. En el parque hay 6 niños jugando y llegan 2 más.	I. ¿Cuántos niños hay ahora en el parque?
3. En una granja hay 5 patos y 4 gallinas.	H. ¿Cuántos animales hay en la granja?
4. Marta tiene 8 globos y se le explotan 3.	G. ¿Cuántos globos le quedan a Marta?
5. En la estantería hay 9 libros y quitan 2.	F. ¿Cuántos libros quedan en la estantería?
6. Pablo tiene 7 caramelos y le dan 1 más.	E. ¿Cuántos caramelos tiene Pablo al final?
7. En una caja hay 10 lápices y se pierden 4.	D. ¿Cuántos lápices quedan en la caja?
8. En el jardín hay 3 flores rojas y 5 amarillas.	C. ¿Cuántas flores hay en total en el jardín?
9. En un plato hay 2 galletas y ponen 3 más.	B. ¿Cuántas galletas hay ahora en el plato?
10. En el estanque nadan 5 peces y se van 2	A. ¿Cuántos peces quedan en el estanque?

Más ejemplos para relacionar enunciado y pregunta: [pincha aquí](#).

4.1. Responde a la siguiente pregunta: “¿Cuánto cuestan dos docenas de huevos?”. ¿Qué necesito para responder a la pregunta? Conducir con preguntas, ejemplos y contraejemplos:

- Trabajo **cualitativo**.
 - ¿Puedo saberlo sabiendo el precio de una docena? ¿Y de media docena? ¿Y de un huevo? ¿Y el de 4 docenas?
 - ¿Tienen que ser de la misma marca?
- Trabajo **cuantitativo**.
 - ¿Cuánto crees que cuesta una docena? Buscar precio en catálogos actualizados.

Otras actividades para el aula:

1. ¿Cuántos tarros se pueden llenar con un litro de agua?

- Trabajo cualitativo (razonamiento y comprensión del problema):
 - ¿Qué pasaría si los tarros fueran muy **pequeños**? ¿Y si fueran muy **grandes**?
 - ¿Todos los tarros son **iguales** o de **distinto** tamaño?
 - ¿Podría saberlo si conozco cuántos mililitros caben en un tarro?
 - ¿Puedo responder si no sé cuánto es un litro?
 - ¿Y si el tarro está medio lleno, cuenta como un tarro lleno?
- Trabajo cuantitativo (sentido numérico):
 - ¿Cuántos **mililitros** tiene un **litro**?
 - Si un tarro tiene **250 ml**, ¿cuántos tarros puedo llenar con 1 litro?
 - Si el tarro tiene **500 ml**, ¿y si tiene **100 ml**?
 - ¿Qué pasa si tengo **1,5 litros** en lugar de 1?
 - Busca en casa o en un catálogo cuántos mililitros caben en un tarro común (de **yogur**, de mermelada, etc.).

2. ¿Qué altura tiene una escalera de 34 escalones?

- ¿La escalera está diseñada para uso **público** (hospital), **residencial** (vivienda) o de servicio (**emergencia**)?
- ¿Todos los escalones miden lo **mismo**?
- ¿Cuál es la **altura** de cada **escalón**?
- ¿Cuál puede ser la **altura máxima** entre cada escalón para que sea viable subir la escalera?
- ¿Qué diferencia hay entre que cada escalón mida **10 cm** de altura a **20 cm**?
- Suponiendo que la altura entre cada escalón es la misma, ¿qué altura hay entre cada escalón si en **total** hay **6,80 metros**?
- ¿Cuál es la **longitud** horizontal disponible para la escalera? ¿Debe haber **descansos**/rellanos intermedios?

3. Trabajar con el ordenador, mediante búsqueda en Internet: ¿Quién fue el mejor goleador de la liga española el año que nació Maradona?

- Trabajo cualitativo (razonamiento y comprensión del problema):
 - ¿Qué **palabras** clave usaré en el buscador para encontrar la respuesta?
 - ¿Dónde puedo encontrar información **fiable**: Wikipedia, página oficial de LaLiga...?
 - ¿Cómo puedo contrastar que la información es correcta? ¿Puedo buscar en más de una web para ver si coinciden?
 - ¿Qué significa “**mejor goleador**”? ¿Es el máximo goleador o el jugador con mejor promedio de goles?
 - ¿De qué liga se habla? ¿De la liga española de fútbol **masculino** o **femenino**?
 - ¿En qué **año** nació Maradona?

- ¿En qué **temporada** se jugaba el año que nació Maradona?
- ¿Es importante el **mes** en el que nació Maradona?
- ¿Quién fue el **máximo goleador** de esa temporada? ¿En qué equipo jugaba?
- ¿Podría haber **varias respuestas** válidas dependiendo de cómo se interprete la pregunta?

4. ¿Cuántas cifras tiene el cociente de la división?

- Trabajo cualitativo (razonamiento y comprensión del problema):
 - ¿Cuántas cifras tiene el **dividendo** y cuántas cifras tiene el **divisor**?
 - ¿El **resto** puede alterar el número de cifras?
 - ¿Los **decimales** también cuentan como cifras?
 - ¿Qué relación tiene la división con la **multiplicación**?
 - ¿Cómo podemos hacer la “**prueba**” de la división?
 - ¿Qué pasaría si el dividendo es **mayor** que el divisor?
 - ¿Y si el dividendo es **menor** que el divisor?
 - ¿Y si son **iguales**?
- Trabajo cuantitativo (sentido numérico):

División	Multiplicar por potencias de 10^1	Número de cifras del resultado
837:93	$93 \times 10 = 930 > 837$	<i>Una cifra</i>
10.500:250	$250 \times 10 = 2500 < 10.500 < 250 \times 100 = 25000$	<i>Dos cifras</i>
17625:75		
328320:380		
8599400:950		

5. ¿Es posible encontrar 50 números consecutivos que no sean primos?

- Trabajo cualitativo (razonamiento y comprensión)
 - ¿Qué significa que un número sea primo?
 - ¿Y qué significa que no sea primo (compuesto)?
 - ¿Existen muchos números primos o pocos?
 - ¿Están los números primos “juntos” (orden +1) o suelen tener otros números en medio?
 - ¿Hay tramos largos en ese orden +1 de números sin ningún número primo?
 - ¿Cómo podría buscar o construir una secuencia así?
 - ¿Tendría que empezar en un número grande o podría estar entre los pequeños?
 - ¿Influye si empezamos en un número par o impar?
- Trabajo cuantitativo (sentido numérico y validación):
 - ¿Cuáles son los “primeros” números primos? (2, 3, 5, 7, 11, 13...)
 - Entre el 1 y el 20, ¿hay muchos primos seguidos?
 - ¿Cuántos números primos seguidos sin primos hay, por ejemplo, entre 24 y 30?
 - ¿Podrías escribir una lista larga de números consecutivos y marcar cuáles son primos?

¹ YouTube “Desafío 3 Quinto. Cómo averiguar cuántas cifras tiene el cociente de una división. parte 1”:
<https://www.youtube.com/watch?v=gJDuocHGvE>

- ¿Qué pasa cuando con un número “n” lo multiplicamos por todos los números desde el 1 hasta “n” ($n!$) y luego a ese resultado le sumamos, uno a uno, los números desde 2 hasta “n”? Por ejemplo
 - $5!$ (es decir, $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$).
 - $120 + 2 = 122 \rightarrow$ no es primo.
 - $120 + 3 = 123 \rightarrow$ no es primo.
 - $120 + 4 = 124 \rightarrow$ no es primo.
 - $120 + 5 = 125 \rightarrow$ no es primo.
- ¿Cuántos números seguidos sin primos se pueden obtener si usamos $50!$?

6. ¿Cómo calcularás mediante gráficos con interpretación geométrica las soluciones de esa ecuación?

- Trabajo cualitativo (razonamiento y comprensión):
 - ¿Qué significa **resolver la ecuación**?
 - ¿Qué número buscamos para que la ecuación sea verdad?
 - ¿Qué representan los **ejes del gráfico**?
 - ¿Qué pasa si miramos el eje horizontal (x)?
 - ¿Qué pasa si miramos el eje vertical (y)?
 - ¿Cómo podemos **ver la solución en el gráfico**?
 - ¿Dónde toca la curva el eje horizontal?
 - ¿Dónde se cruzan dos líneas o curvas?
 - ¿Qué forma tiene la gráfica?
 - ¿Es una línea recta o una curva?
 - ¿Cómo nos ayuda la forma a encontrar la solución?
 - ¿Qué necesitamos antes de dibujar la gráfica?
 - ¿Sabemos algunos puntos que podemos dibujar primero?
 - ¿Cómo elegimos los puntos para que la línea o curva sea clara?
 - ¿Podemos **adivinar la solución** solo mirando el gráfico?
 - ¿Podemos aproximar el número aunque no sea exacto?
- Trabajo cuantitativo (sentido numérico y validación):
 - ¿Qué números podemos usar para **calcular puntos de la gráfica**?
 - Por ejemplo, si $x = 0, 1, 2, \dots$ ¿cuánto vale y?
 - ¿Cómo podemos poner esos puntos en el papel para dibujar la línea o la curva?
 - ¿Cómo sabemos **cuál es la solución** en el gráfico?
 - ¿Qué número de x corresponde al punto donde la línea toca el eje horizontal?
 - Si hay dos líneas o curvas, ¿cómo encontramos los puntos donde se **cruzan**?
 - ¿Cómo podemos comprobar si la solución que vemos en el gráfico es correcta?
 - ¿Podemos sustituir el número en la ecuación y ver si funciona?

² Factorial: $n!$

4.2. Evaluación

4.2.1. Les formularemos **preguntas...**

- 4.2.1.1. ... **sin enunciado** para que busquen cualitativamente lo que necesitarían para responder.
- 4.2.1.2. ... con **enunciado absurdo**, que no pueda contestarse con la información recibida.

Les formularemos preguntas sin enunciado para que busquen cualitativamente lo que necesitarían para responder	
1. “¿Cuánto tarda el autobús en llegar al colegio?”	
• ¿Qué necesito saber para poder calcularlo? • ¿Importa desde dónde sale el autobús? • ¿Y si el autobús hace varias paradas? • ¿Influye si hay tráfico o si es un día festivo? • ¿Cómo podría medir el tiempo que tarda en recorrer el trayecto? • ¿Qué unidades se usan para medir el tiempo? • ¿Podría estimarlo sin tener un reloj o cronómetro?	
2. “¿Cuántas galletas se pueden repartir entre mis amigos?”	
• ¿Qué necesito saber para poder repartirlas? • ¿Cuántas personas van a recibir galletas? • ¿Todas las galletas son iguales o hay de distintos tamaños? • ¿Quiero repartirlas por igual o de otra forma? • ¿Qué pasaría si llegan más amigos después? • ¿Qué información falta si quiero saber cuántas sobran? • ¿Qué unidades o estrategias puedo usar para repartir sin contar una a una?	
3. “¿Cuánta electricidad gasta una bombilla encendida durante una hora?”	
• ¿Qué necesito saber para poder responder? • ¿Todas las bombillas consumen lo mismo? • ¿Qué datos se usan para medir el consumo eléctrico? • ¿Influye el tipo de bombilla (LED, incandescente...)? • ¿Cómo podría comprobarlo sin peligro? • ¿Qué pasaría si la bombilla está encendida más o menos tiempo? • ¿Qué unidades se usan para medir la energía?	

Les formularemos preguntas con enunciado absurdo , que no pueda contestarse con la información recibida	
La protagonista llegó a una ciudad nueva.	¿Cuánto medía la torre más alta?
Era de noche y el sol brillaba fuerte.	¿Qué hora era?
El río decidió ponerse un sombrero.	¿De qué color era el sombrero?

4.2.2. Partiremos de la **pregunta** de un problema y escribiremos entre todos **enunciados**, para que al responderla:

- 4.2.2.1. ... se utilizan **todos los datos** que aparecen en el enunciado.
- 4.2.2.2. ... no se utilizan todos los **datos (algunos)**.
- 4.2.2.3. ... hay que hacer necesariamente **una operación** matemática.
- 4.2.2.4. ... se responde **sin operación** alguna.
- 4.2.2.5. ... **no** puede **responderse**.
- 4.2.2.6. ... hay que hacer necesariamente **más de una operación** matemática.

1. “¿Cuántos perros hay en total en el refugio?”	
• ... se utilizan todos los datos que aparecen en el enunciado.	En el refugio hay 12 perros pequeños y 8 perros grandes.
• ... no se utilizan todos los datos (algunos).	En el refugio hay 12 perros pequeños, 8 perros grandes y 6 gatos.
• ... hay que hacer necesariamente una operación matemática.	En el refugio llegaron 15 perros y ya había 10.
• ... se responde sin operación alguna.	En el refugio hay 20 perros en total.
• ... no puede responderse .	En el refugio hay algunos perros grandes y otros pequeños.
• ... hay que hacer necesariamente más de una operación matemática.	En el refugio había 10 perros. Llegaron 8 más y se adoptaron 5.

2. “¿Cuántas manzanas tiene en total Marta?”	
• ... se utilizan todos los datos que aparecen en el enunciado.	Marta tiene 6 manzanas rojas y 4 verdes.
• ... no se utilizan todos los datos (algunos).	Marta tiene 6 manzanas rojas, 4 verdes y 3 peras.
• ... hay que hacer necesariamente una operación matemática.	Marta compró 5 manzanas y luego le dieron 2 más.
• ... se responde sin operación alguna.	Marta tiene 7 manzanas.
• ... no puede responderse .	Marta tiene algunas manzanas. Su amigo Pablo tiene 4.
• ... hay que hacer necesariamente más de una operación matemática.	Marta tenía 12 manzanas. Se comió 3 y regaló 2.

3. “¿Cuántos pasajeros hay en el autobús?”	
... se utilizan todos los datos que aparecen en el enunciado.	En el autobús subieron 15 personas en la primera parada y 10 en la segunda.
... no se utilizan todos los datos (algunos).	De las 20 personas que estaban subiendo al autobús subieron 15 personas y después bajaron 3.
... hay que hacer necesariamente una operación matemática.	En el autobús subieron 15 personas en la primera parada y 10 en la segunda.
... se responde sin operación alguna.	En el autobús hay 25 pasajeros.
... no puede responderse.	En el autobús subieron algunas personas. Luego bajaron algunas más.
... hay que hacer necesariamente más de una operación matemática.	En el autobús subieron 12 personas en la primera parada y 8 en la segunda. Luego bajaron 5.

FASES	EVALUACIÓN FASES PROBLEMAS (FERNÁNDEZ BRAVO, 2010)	SÍ	NO
Todas	Explica o argumenta la verdad de la respuesta dada.		
Todas	Muestra creatividad .		
Todas	Expresa actitud positiva .		
Todas	Expresa emociones agradables .		
1 y 2	Expresa las diferentes variables y cada una de las posibles soluciones .		
1, 2, 3, 4, 5 y 6	Selecciona la información distinguiendo la esencial (necesaria) de la accidental (innecesaria).		
3	Comprende que para resolver un problema se necesita una pregunta , hay que encontrar la respuesta y demostrar su verdad.		
3, 4	Establece relación lógica entre la pregunta y el enunciado .		

4.3. Ejercicios que tiene que hacer el docente (no el alumnado) para prepararse antes de realizar la fase.

4.3.1. Haga un estudio **cualitativo** de todas las posibles alternativas a las siguientes preguntas:

4.3.2. Ponga un ejemplo de estudio cualitativo a preguntas en las que para su **proceso** de resolución haya que...:

4.3.3. Ponga ejemplos de actividades principales **adaptadas al curso** que más le interese.