CHUYÊN ĐỀ I. SỐ HỮU TỈ. SỐ THỰC

CHỦ ĐỀ 1. TẬP HỢP Q CÁC SỐ HỮU TỈ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với a,b $\in$ Z, b $\neq$ 0. Tập hợp số hữu tỉ được kí hiệu là Q.

2. Bất kì số hữu tỉ nào cũng có thể biểu diễn trên trục số dưới dạng phân số có mẫu dương.

Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ x được gọi là điểm x.

3. Với hai số hữu tỉ x, y ta luôn có hoặc x = y, hoặc x < y, hoặc x > y. Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó:

- Nếu x < y thì trên trục số, điểm x ở bên trái điểm y;

- Số hữu tỉ lớn hơn 0 được gọi là số hữu tỉ dương;

- Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 được gọi là số hữu tỉ âm;

- Số 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

***Dạng 1*. Nhận biết quan hệ giữa các tập hợp số**

Phương pháp giải: Sử dụng các kí hiệu $\in$, $\notin$, $\subset, \supset$ N, Z,Q để biểu diễn mối quan hệ giữa số và tập hợp hoặc giữa các tập hợp với nhau.

1A. Điền kí hiệu thích hợp ($\in$, $\notin$, $\subset, \supset$ N, Z,Q) vào ô trống

6 □ - 4 □ - 9 □; - 2 □;

$\frac{-2}{3}$ □ Z; $\frac{3}{-5}$ □ Q; Z □ N; N □ Z □ Q.

$\frac{1}{3} \notin$ □; $\frac{3}{4} \in$ □ Z $\subset$ □; Z $\supset$ □.

1B. Điền kí hiệu thích hợp ($\in$, $\notin$, $\subset, \supset$ N, Z,Q) vào ô trống

2 □ N; 1 □ Q; - 11 □ Z; $\frac{1}{-4}$ □ Q.

$\frac{-2}{3}$ ☐ Z; $\frac{1}{3}$ ☐ N; $\frac{1}{-6}$ ☐ Z; Z ☐ Q.

$\frac{1}{2} \notin$ ☐; $\frac{4}{5} \in$ ☐ Q ⊃ ☐.

***Dạng 2*. Biểu diễn số hữu tỉ**

Phương pháp giải:

- Số hữu tỉ thường được biểu diễn dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với a,b $\in$ Z, b $\neq$ 0.

- Khi biểu biễn số hữu tỉ trên trục số, ta thường viết số đó dưới dạng phân số có mẫu dương tối giản nhất. Khi đó mẫu của phân số sẽ cho ta biết đoạn thẳng đơn vị được chia thành bao nhiêu phần bằng nhau.

- Số hữu tỉ âm sẽ nằm bên trái điểm 0 và cách điểm 0 một khoảng bằng giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ đó, tương tự với số hữu tỉ dương.

2A. a) Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-5}{2};\frac{2}{-3};\frac{3}{4}$

b) Cho các phân số sau: $\frac{-6}{15};\frac{4}{-12};\frac{4}{-10};\frac{20}{-8}$ .Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$?

2B. a) Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{-3}{2};\frac{1}{-3};\frac{1}{4}$

b) Cho các phân số sau: $\frac{-9}{6};\frac{-14}{21};\frac{4}{-6};\frac{12}{-20}$ Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-3}$?

***Dạng 3*. Tìm điền kiện để số hữu tỉ âm hoặc dương**

Phương pháp giải:

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ dương khi a, b cùng dấu.

- Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ âm khi a,b khác dấu.

3A. Cho số hữu tỉ $x = \frac{2a-1}{2}$ Với giá trị nào của a thì:

a) x là số dương; b) x là số âm;

c) x không là số dương cũng không là số âm.

3B. Cho số hữu tỉ $= \frac{3a-2}{4}$. Với giá trị nào của a thì:

a) x là số dương; b) x là số âm;

c) x không là số dương cũng không là số âm.

***Dạng 4*. So sánh hai số hữu tỉ**

Phương pháp giải: Để so sánh hai số hữu tỉ ta thường thực hiện các bước sau:

Bước 1. Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương;

Bước 2. Đưa các phân số ở bước 1 về cùng mẫu số (qui đồng);

Bước 3. So sánh các tử của các phân số ở bước 2, phân số nào có tử lớn hơn thì sẽ lớn hơn.

Lưu ý: Ngoài phương pháp so sánh hai phân số theo cách trên, ta có thể sử dụng linh hoạt các phương pháp khác như: So sánh trung gian, so sánh phần bù, so sánh hai phân số có cùng tử số...

4A. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{2}{7}$ và $\frac{1}{5}$; b) $\frac{-11}{6}$ và $\frac{8}{-9}$;

c) $\frac{2017}{2016}$ và $\frac{2017}{2018}$; d) $\frac{-249}{333}$ và $\frac{-83}{111}$.

4B. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{2}{5}$ và $\frac{1}{3}$; b) $\frac{-9}{5}$ và $\frac{11}{6}$;

c) $\frac{34}{35}$ và $\frac{35}{34}$; d) $\frac{-30}{55}$ và $\frac{6}{-11}$.

III. BÀI TẬP VỀ NHÀ

5. Điền kí hiệu thích hợp ($\in$, $\notin$, $\supset$)vào ô trống

-5 ☐ N; $\frac{-4}{3}$ ☐ Q; - 2 ☐ Z; $\frac{-2}{5}$ ☐ Z.

$-\frac{1}{3}$ ☐ Z; $-\frac{4}{7}$ ☐ Q; $-\frac{2}{9}$ ☐ N; N ☐ Q.

6. Điền các kí hiệu thích hợp N,Z,Q vào ô trống (điền tất cả các khả năng có thể):

$5 \notin$ ☐; $12 \in$ ☐; $-\frac{2}{5} \in$ ☐; $N \subset$ ☐;

$Z \subset$ ☐ $\frac{-3}{7} \notin$ ☐ $-2 \notin$ ☐ $1\frac{2}{5} \notin$ ☐

7. Cho các phân số $\frac{-21}{27}; \frac{-14}{19}; \frac{-42}{-54}; \frac{35}{-45}; \frac{-5}{7}; \frac{-28}{36}$. Những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-7}{9}$?

8. So sánh các số hữu tỉ sau:

$a) \frac{7}{8}$ và $\frac{11}{12}$; b) $\frac{-2}{15}$ và $\frac{3}{-20}$;

c) $\frac{-17}{16}$ và $\frac{-2}{3}$; d) $\frac{-9}{21}$ và $\frac{27}{63}$.

9. Cho số hữu tỉ $x = \frac{2a+5}{-2}$. Với giá trị nào của a thì:

a) x là số dương; b) x là số âm;

c) x không là số dương và cũng không là số âm.

10. Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ (a,b,c, d $\in$ Z, b > 0, d > 0). Chứng minh ad < bc khi và chỉ khi $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

11*. Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-4}{a}$ (a $\neq$ 0). Với giá trị nào của a thì x đều là số nguyên?

12*. Cho x, y, b,d $\in$ N*. Chứng minh nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $\frac{a}{b} < \frac{xa+yc}{xb+yd} < \frac{c}{d}$.

HƯỚNG DẪN

1A. 6 $\in$ N - 4 $\notin$ N -9 $\in$ Z - 2 $\in$ Q

$\frac{-2}{3} \notin N$ $\frac{3}{-5} \in Q$ $Z \supset N$ $N \subset Z \subset Q$

$\frac{1}{3} \notin N; \frac{3}{-5} \notin Z$ $\frac{3}{4} \in Q$ $Z \subset Q$ $Z \supset N$

1B. Tương tự **1A**

Lưu ý: $\frac{1}{2} \notin N; \frac{1}{2} \notin Z$ $Q \supset N; Q \supset Z$

2A. a) Học sinh tự vẽ biểu diễn b) $\frac{-6}{15}; \frac{4}{-10}$

2B. Tương tự **2A**

a) Học sinh tự vẽ b) $\frac{-14}{21}; \frac{4}{-6}$

3A. a) Để x là số dương thì $\frac{2a-1}{2} > 0$ .Từ đó tìm được $a > \frac{1}{2}$

b) Để x là số âm thì $\frac{2a-1}{2} < 0$ .Từ đó tìm được $a < \frac{1}{2}$

c) x = 0. Ta tìm được $a = \frac{1}{2}$

3B. Tương tự **2A**

a) $a > \frac{2}{3}$ b) $a < \frac{2}{3}$ c) $a = \frac{2}{3}$

4A. a) ta có $\frac{2}{7} = \frac{10}{35}; \frac{1}{5} = \frac{7}{35}$ nên $\frac{2}{7} > \frac{1}{5}$

b) $\frac{-11}{6} = \frac{-33}{18}; \frac{8}{-9} = \frac{-16}{18}$ nên $\frac{-11}{6} < \frac{8}{-9}$

c) Ta có $\frac{2017}{2016} > 1$ và $\frac{2017}{2018} < 1$ nên $\frac{2017}{2016} > \frac{2017}{2018}$

d) $\frac{-249}{333} = \frac{-83}{111}$

4B. Tương tự **4A**

a) $a)\frac{2}{5}>\frac{1}{3};b)\frac{-9}{5}>\frac{11}{-6};c)\frac{34}{35}<\frac{35}{34};d)\frac{-30}{55}=\frac{6}{-11}$

5. Tương tự **1A.**

6. Tương tự **1A.**

Lưu ý: $-5\in Z;-5\in Q;N\subset Z;N\subset Q;$

$\frac{-3}{7}\notin Z;\frac{-3}{7}\notin N;1\frac{2}{5}\notin N;1\frac{2}{5}\notin Z$

7. Tương tự **2A.** $\frac{-21}{27};\frac{35}{-45};\frac{-28}{36}$

8. Tương tự **4A.**

a) $\frac{7}{8}<\frac{11}{12}$ b) $\frac{-2}{15}>\frac{3}{-20}$ c) $\frac{-17}{16}<\frac{-2}{3}$ d) $\frac{-9}{21}=\frac{27}{-63}$

9. Tương tự **3A.**

a) $a<\frac{-5}{2}$ b) $a>\frac{-5}{2}$ c) $a=\frac{-5}{2}$

10. Nếu ad < bc => $\frac{ad}{bd}<\frac{bc}{bd}=>\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$

Ngược lại nếu $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}=>\frac{a}{b}.bd<\frac{c}{d}.bd=>ad<bc$

11*. $x=\frac{a-4}{a}=1-\frac{4}{a}$. Để x là số nguyên thì $4\vdots a=>a=\{\pm1;\pm2\pm4\}$

12*. Ta có : $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ => ad < bc => ady < bcy => ady + abx < bcy + abx

=> a (bx + dy) < b (ax+ cy) => $\frac{a}{b}<\frac{xa+yc}{xb+yd}(1)$

Ta có: $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ => ad < bc => adx < bcx => adx + cdy < bcx + cdy

=> d (ax + cy) < c (bx + dy) => $\frac{xa+yc}{xb+yd}<\frac{c}{d}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a}{b} < \frac{xa + yc}{xb + yd} < \frac{c}{d}$