

Proyecto final: Integer Numbers

Sesión 1: *Introducción a los números enteros. Números positivos y negativos. Contexto*
Empezaremos con el vídeo introductorio:

https://www.ted.com/talks/arthur_benjamin_the_magic_of_fibonacci_numbers?language=es#t-37443

Nos sirve como introducción al tema y tratar algunas curiosidades matemáticas. En concreto, este vídeo trata sobre el matemático Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci. Fue quien introdujo la actual sistema de notación numérico. También hablaremos del motivo por el cual los números enteros se representan con la letra Z . Además leeremos una pequeña biografía de Leonhard Euler, famoso matemático, que servirá como extenso ejemplo de una pequeña redacción con la biografía del matemático que elijan que deben entregar al finalizar el tema. Todo alojado en la página. En la misma web deben entregar la redacción.

<https://escholarium.educarex.es/coursePlayer/clases2.php?editar=0&idcurso=127361&idclase=4383969&modo=0>

En cuanto al contenido matemático que impartiremos en esta sesión, dejaré algunos ejemplos de textos y ejercicios:

The set of the integer numbers is formed by the natural numbers, zero and negative numbers. It is represented by Z . We may depict the integer numbers on the number line.

$$Z = \{-\infty, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \infty\}$$

The set of the integer numbers doesn't have a beginning or an ending and it has infinite elements.

Exercise 1:

•Positions:

The height of Mount Everest is 8700 m: +8700 m

A submarine which is sailing 700 m below sea level: -700 m

The second floor of a subterranean garage: _____

•Money:

He has saved 5000€ in his bank account: _____

He is 400€ overdrawn: _____

•Temperatures:

The average summer temperature here is 35°C: _____

The temperature in Siberia has risen 25°C below zero: _____

Sesión 2. *Conjunto de los números enteros. Valor absoluto, opuesto, representación y orden.*

Se combinará L1 y L2 para la correcta adquisición de contenidos. Se visualizarán los vídeos de youtube siguientes (nos ayudará a que los alumnos más rezagados puedan ver los vídeos las veces que quieran, con subtítulos o sin ellos y con ello conseguimos mejorar el andamiaje para la adquisición de contenidos y la mejora en la lengua inglesa):

<https://www.youtube.com/watch?v=04pURxo-iiU> (introducción a los números enteros)

https://www.youtube.com/watch?v=aiZkoCu_6ag&feature=youtu.be (orden de los números enteros)

Ejemplos de textos o ejercicios:

Absolute value and opposite

The absolute value of an integer is the number without the sign. It is represented as $|a|$ and it is called absolute value of a .

$$|+5| = 5 ; |-3| = 3 ; |-7| = 7 ; |+2| = 2$$

The opposite of an integer is another integer with the same absolute value but different sign.

$$\text{Op } (+3) = -3 ; \text{Op } (-5) = +5 ; \text{Op } (-7) = +7 ; \text{Op } (+2) = -2$$

Order: We will use symbols $<$ and $>$. A bigger number will always be found to the right of a smaller number. We shall say that $4 < 9$ and $5 > -3$

Exercises: Write down the “less than” sign ($<$) or the “greater than” sign ($>$) where corresponds:

$$\text{a) } +4 \underline{\hspace{1cm}} +1 ; \text{ b) } -1 \underline{\hspace{1cm}} -6 ; \text{ c) } 0 \underline{\hspace{1cm}} +3 ; \text{ d) } -8 \underline{\hspace{1cm}} +2 ; \text{ e) } -2 \underline{\hspace{1cm}} 0$$

Exercise 3: Put these negative numbers in order, greatest first: -5, -1, -2, -25

Exercise 4: Sort these numbers from low to high: -4, +7, -6, -3, +5

Sesiones 3 y 4: Operaciones: suma y resta

Durante dos sesiones vamos a explicar la suma y la resta de números enteros. Para una mejor comprensión de los contenidos se combinarán tanto L1 como L2. Para afianzar el andamiaje se harán actividades auto evaluables por niveles en eScholarium.

<https://escholarium.educarex.es/coursePlayer/curso2.php?idcurso=127361>

Algunos ejemplos de textos y ejercicios durante estos dos días serán:

Add: We add positives on the one side and negatives on the other. Integers with different signs: subtract them and keep the sign of the largest.

$$\text{Example } 4 - 2 - 6 + 9 = 4 + 9 - (2 + 6) = 13 - 8 = 5$$

Solve the following exercises:

Write down the missing numbers:

$$\text{a) } 6 + \underline{\hspace{1cm}} = 9 \text{ b) } \underline{\hspace{1cm}} + -4 = 1 \text{ c) } -2 + \underline{\hspace{1cm}} = -3$$

Work out the following sums:

$$a) -13 + 8 + 7 + -1 = \quad b) 6 + -4 + -3 + 8 =$$

Solve the following exercises:

Work out the following combined additions:

$$a) (-3) + (-7) - (+3) - (-3) + (-5) =$$

$$b) -5 + (-3) - (-2) + (-5) - (-3) =$$

$$c) -(-5) + (-2) - (-3) + (-7) - (-2) =$$

$$d) 4 - (+4) - (-4) + (-3) - (-2) - (-7) =$$

Sesión 5: Multiplicación y división:

Durante dos sesiones vamos a explicar la multiplicación y la división de números enteros. Para una mejor comprensión de los contenidos se combinarán tanto L1 como L2. Para afianzar el andamiaje se harán actividades auto evaluables por niveles en eScholarium.

<https://escholarium.educarex.es/coursePlayer/curso2.php?idcurso=127361>

Algunos ejemplos de textos y ejercicios que se utilizarán durante estos dos días serán los siguientes:

Multiplication and division

Multiplication: It is the repeated addition of the same number.

Example $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4 = 12$. Here, **factors** are 3 and 4, and their **product** 8.

Division: It is used any time that distributing in equal parts is needed.

Remember that: **dividend** equals **divisor** times **quotient** plus **remainder**.

To multiply (or divide) two or more integers we have to multiply (or divide) the signs and then the absolute value of the numbers.

When multiplying or dividing signs, they obey the sign rules:

$$\begin{array}{rcl} + \cdot + & = & + \\ + \cdot - & = & - \\ - \cdot + & = & - \\ - \cdot - & = & + \end{array}$$

Solve the following exercises:

Work out the following multiplications and divisions:

$$a) (-2) \cdot (-7) = \quad c) (-20) \cdot (+1) = \quad e) (+3) \cdot (-10) =$$

$$b) (-15) : (-3) = \quad d) (-25) : (+5) = \quad f) (-10) : (-1) =$$

Work out the missing numbers:

$$a) (-2) \cdot \underline{\quad} = -22 \quad c) \underline{\quad} \cdot (-5) = 30 \quad e) (+6) \cdot \underline{\quad} = -18$$

$$b) (-15) : \underline{\quad} = 15 \quad d) \underline{\quad} : (+5) = -10 \quad f) (-70) : \underline{\quad} = -7$$

Distributive property

So, if you have to multiply an integer by an addition in the brackets, there are two ways of doing this:

First, the brackets and then the multiplication

$$-5 \cdot (-3 + 5) = -5 \cdot 2 = -10$$

or applying the distributive property

$$-5 \cdot (-3 + 5) = 15 - 25 = -10$$

Extract a common factor

To extract a common factor is the reverse process of applying the distributive property:

$$15 - 25 = -5 \cdot (-3 + 5)$$

Sesión 6: Potencias y raíces cuadradas.

En esta sesión trataremos las potencias y raíces cuadradas. Al igual que en ejemplos anteriores, describiré algunas actividades que se pueden hacer con los alumnos así como la teoría en inglés.

Exponentiation: is the result of the repeated multiplication of the same number. For example: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$. Here, the base is 3 and the exponent 4. It can be read as 3 raised to the 4th power, or 3 to the 4, or 3 raised to the exponent of 4.

Square root: It is to find the number such that squared equals to the radicand (the number we want to take the root) There is no square root for negative numbers

For example, $\sqrt{49} = \pm 7$, since $(\pm 7)^2 = 49$ but $\sqrt{-49}$ does not exist

Perfect Square: Any natural number that is the square of another one. For instance $2^2 = 4$; $8^2 = 64$ or $13^2 = 169$

Exponent properties

Product of powers:

Same bases: add the exponent and keep the common base. Example:

$$5^3 \cdot 5^2 = 5^5$$

Same exponent: multiply the bases and keep the exponent. For instance:

$$3^4 \cdot 5^4 = 14^4$$

Quotient of powers:

Same bases: subtract the exponent and keep the common base. Example: $6^7 : 6^4 = 6^3$

Same exponents: divide the bases and keep the exponent. $8^5 : 2^5 = 4^5$

Power to power: multiply the exponents. For example $(4^2)^5 = 4^{10}$

Zero exponent: any number raised to the zero is equal to 1. $(-3)^0 = 1$

First power: just keep the base. $4^1 = 4$

Negative base: (in parentheses) if the exponent is odd, then we leave “-“ sign, but if the exponent is even, we remove it.

For example: $(-2)^6 = 2^6$; $(-4)^3 = -4^3 = -64$

Watch out: $-2^5 = -32$ If the base is not in parentheses, do not remove the sign.

Exercises:

- Work out the missing numbers:

a) $2^2 \cdot 2^{\dots} \cdot 2^{\dots} = 2^6$ b) $4^2 \cdot 4^{\dots} \cdot 4^{\dots} \cdot 4^{\dots} = 4^7$ c) $3^{\dots} \cdot 3^{\dots} \cdot 3^{\dots} = 3^5$

d) $5^{\dots} \cdot 5^{\dots} = 5^5$ e) $(-7)^{\dots} \cdot (-7)^{\dots} = (-7)^5$ f) $10^{\dots} \cdot 10^{\dots} = 10^5$

g) $(-2)^4 \cdot (-2)^{\dots} \cdot (-2)^{\dots} = (-2)^8$ h) $10^6 \cdot 10^{\dots} \cdot 10^{\dots} = 10^9$

i) $6^{\dots} \cdot 6^{\dots} \cdot 6^{\dots} = 6^6$

- Work out

a) $[(4)^5]^2 = (4)^5 \cdot 2 = 4^{\dots}$ b) $[(-3)^3]^3 =$ c) $[(-8)^2]^3 =$

d) $[(5)^2]^4 =$ e) $[(6)^0]^2 =$ f) $[(10)^3]^4 =$

Sesiones 7 y 8: Operaciones combinadas

Se combinará L1 y L2 para la correcta adquisición de contenidos. Se visualizarán los vídeos de youtube siguientes (nos ayudará a que los alumnos más rezagados puedan ver los vídeos las veces que quieran, con subtítulos o sin ellos y con ello conseguimos mejorar el andamiaje para la adquisición de contenidos y la mejora en la lengua inglesa). Además he preparado varias actividades auto evaluables por niveles en eScholarium.

<https://www.youtube.com/watch?v=tHQgBt1KQ4> (jerarquía operaciones combinadas)

<https://escholarium.educarex.es/coursePlayer/curso2.php?idcurso=127361>

A modo de ejemplo propongo los siguientes textos o ejercicios:

Order of the operations

When expressions have more than one operation, we have to follow rules for the order of operations. These are the same rules as for natural numbers:

Rule 1: First perform any calculations inside the parentheses or brackets.

Rule 2: Do powers and roots

Rule 3: Next perform all multiplications and divisions, working from left to right.

Rule 4: Lastly, perform all additions.

Solved Examples:

Using the order of operations, work out $(-3) - 6 \cdot (-5 + 4): (-3) + 7$

Step1: $(-3) - 6 \cdot (-5 + 4): (-3) + 7 = (-3) - 6 \cdot (-1): (-3) + 7$

Parentheses

Step2: $(-3) - 6 \cdot (-1): (-3) + 7 = (-3) + 6: (-3) + 7$

Multiplication

Step3: $(-3) + 6: (-3) + 7 = -3 - 2 + 7$

Division

Step 4: $-3 - 2 + 7 = -5 + 7 = 2$

Addition

Solve the following exercise

Find out the outcome:

$$32 + (-12):6 =$$

$$(-8) \cdot 9 - 15 \cdot (-3) =$$

$$(-4) \cdot 10:2 + 14: (-7) =$$

$$27: (-3) \cdot 2 - (-4) =$$

$$(-18):6 + 5 \cdot (-10) =$$

$$18:9 + 5 - [(-15) \cdot 3 + 12 \cdot 4] =$$

$$(-6) \cdot [4 - (-2)] + [-8 + (-3) \cdot 2]$$

$$(-35): (5 + 2) + (-4) \cdot 9 - (7 - 2 \cdot 5)$$

$$[(3 - 4) + (-2)] \cdot 4 + 9: (-3) \cdot 6 =$$

$$\{[(-12) - (-3)] \cdot 8\} + 24: \{[(-2) + (-6)]: 2\} =$$

Sesiones 9 y 10. Resolución de problemas

En estas dos sesiones se resolverán algunos problemas relacionados con los números enteros. Además los alumnos trabajarán una sopa de letras que he preparado en eScholarium y les recordaremos que deben entregar la pequeña biografía del matemático que elijan si es que no lo han realizado todavía.

<https://escholarium.educarex.es/coursePlayer/curso2.php?idcurso=127361>

He seleccionado 4 vídeos para la resolución de problemas alojados en youtube.

<https://www.youtube.com/watch?v=E6XvMWvu4D4>

<https://www.youtube.com/watch?v=rLP09VVJqkM>

<https://www.youtube.com/watch?v=-4y5Hzvw6W4>

<https://www.youtube.com/watch?v=gODHpnukaF8>

A modo de ejemplo, expongo algunos enunciados de problemas con números enteros:

1. Roman Civilization began in 509 B.C. and ended in 476 A.D. How long did Roman Civilization last?
2. In a trivia competition, Jim had accumulated 600 points. The she lost 500 points in the TV category. What was her score at that point?
3. Martha ended round one of a game show with – 530 points. In round two, she lost 823 points. What was her score at that point?
4. At 7:00 A.M., the temperature is - 3 degrees. If the temperature drops 5 degrees per hour, what will the temperature be at 1:00 P.M.?
5. The following information appears in the label of a bottle of conditioner for the washing machine: Its capacity is 180 cl and Each dose is a top that has a capacity of 5 cl.
How many doses are there in each bottle?
If I use 2 tops for each laundry, how many laundries can I do with the bottle?
If I do the laundry twice a week, how many weeks does a bottle last?
6. I had €300 in the bank on Monday. On Tuesday I deposited €400. On Wednesday I bought €850 TV. On Thursday I paid €500 to the mechanic. I withdraw €1200 today. If I earn €40 each day,
Use a integer number to represent the situation of my account
Do I have money or do I owe money? How much?

Sesión 11.

La última sesión de la unidad será una prueba escrita. Un ejemplo de dicho control puede ser el siguiente:

Integer Numbers

Name:

1. (1 pt) Calculate, using the distributive property
 - a) $-5 \cdot (6 + 3 - 8)$
 - b) $(12 - 3) \cdot (-7)$
2. (2 pts) Use the properties of exponents
 - a) $2^{14} \cdot 5^{14} \cdot 3^{14} =$
 - b) $[(-2)^3]^4 : 2^7 =$
 - c) $(-7)^4 \cdot 30^4 : 5^4 =$
 - d) $(-3)^4 \cdot (-3)^6 : (-3)^5 : (-3)^0 \cdot (-3)^1 =$
3. (4 pts) Calculate, considering the order of operations
 - a) $3 + 21 : 7 - [(4 - 3 \cdot 2) + 2]^2 + \sqrt{36} =$
 - b) $121 - 11^2 + [3 - 2 \cdot 2^3 - 35 : 7 \cdot 2 - \sqrt{25}] - 3 =$
 - c) $[15 + 3 \cdot (-2) + 5] : 4 - [(6 - 3 \cdot 2) + 1] =$
 - d) $3 - \sqrt{(-2)^4 + 5^2 + 16 : 2 - 3^0 + 9^1 - 2^3 : 2^2} =$
4. (1 pt) Calculate the following square root and its remainder $\sqrt{1864}$
5. (1pt) 1752 Pines are planted in a nursery for reforestation. They sell in groups of 6 pines, at 4 € each group. How much money do they get?
6. (1 t) In the Sahara Desert one day it was 129°F. In the Gobi Desert a temperature of -48°F was recorded. What is the difference between these two temperatures?