

1r curs d'ESO: Sentit algebraic

Consideracions generals.....	2
Blocs de sabers.....	2
Patrons.....	2
Sabers.....	2
Descripció i orientacions.....	2
Reflexions inicials.....	2
Comentaris sobre les connexions.....	3
Observacions sobre alguns sabers específics.....	3
Recursos i activitats.....	3
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	3
Recursos i activitats per a treballar sabers concrets.....	3
Model matemàtic.....	6
Sabers.....	6
Descripció i orientacions.....	6
Reflexions inicials.....	6
Comentaris sobre les connexions.....	7
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	7
Observacions sobre alguns sabers específics.....	8
Recursos i activitats.....	8
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	8
Recursos i activitats per a treballar sabers concrets.....	8
Variable.....	10
Sabers.....	10
Descripció i orientacions.....	10
Reflexions inicials.....	10
Comentaris sobre les connexions.....	11
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	11
Observacions sobre alguns sabers específics.....	11
Recursos i activitats.....	12
Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	12
Recursos i activitats per a treballar sabers concrets.....	12
Igualtat i desigualtat.....	13
Sabers.....	13
Descripció i orientacions.....	13
Reflexions inicials.....	13
Comentaris sobre les connexions.....	14
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	14
Observacions sobre alguns sabers específics.....	14
Recursos i activitats.....	15

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers.....	15
Recursos i activitats per a treballar sabers concrets.....	15
Pensament computacional.....	18
Sabers.....	18
Descripció i orientacions.....	18
Reflexions inicials.....	18
Comentaris sobre les connexions.....	19
Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació.....	19
Observacions sobre alguns sabers específics.....	19
Recursos i activitats.....	21
Recursos i activitats per a treballar sabers concrets.....	21
Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional.....	24
Resolució de problemes (CE 1 i CE 2).....	25
Sabers.....	25
Recursos.....	25
Raonament i prova (CE 3 i CE 4).....	26
Sabers.....	26
Recursos.....	26
Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5).....	26
Sabers.....	26
Recursos.....	27
Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6).....	27
Sabers.....	27
Recursos.....	28
Comunicació i representació (CE 7).....	28
Sabers.....	28
Recursos.....	29
Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9).....	29
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8.....	29
Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9.....	30

Consideracions generals

L'àlgebra ofereix alhora un llenguatge simbòlic amb les seves regles de maneig, una eina fonamental per construir models matemàtics, un instrument potent per resoldre problemes i una forma de pensament matemàtic. Per això jugarà un paper clau en tota l'educació matemàtica a secundària.

Al llarg de l'educació primària, els nostres alumnes ja hauran adquirit els fonaments de l'aritmètica i, probablement, alguns conceptes incipients d'àlgebra: coneixement de les operacions elementals i llur relació, coneixement de la prioritat de les operacions i l'ús de parèntesis, significat dels símbols aritmètics i de les operacions... Ara caldrà aprofundir-hi i treballar més el llenguatge simbòlic per expressar relacions quantitatives a través de variables, tot seguint un trajecte d'aprenentatge que s'estendrà al llarg dels quatre cursos de l'ESO. Serà important fer aquest camí amb calma, cuidant cada pas, sense discontinuïtats conceptuals, deixant que les idees es consolidin, evitant una prematura mecanització dels procediments, procurant que els aspectes formals tinguin sentit, intentant que les transformacions en les expressions simbòliques no siguin simplement l'aplicació d'unes regles buides de contingut, allunyant-nos de l'aplicació mecànica de receptes i de la pràctica reproductiva de procediments opacs, emmarcant el treball en un ambient de resolució de problemes.

Cal dedicar temps en aquest procés tenint en compte la dificultat que suposa la introducció d'un nou llenguatge i d'un nou entramat conceptual: descobrir patrons i models matemàtics, aturar-nos en la idea de variable i els diversos significats que adquireix segons el context, cuidar la distinció entre expressions algebraïques generals, identitats, equacions, inequacions, expressions de funcions, atendre al que significa la solució d'una equació... Poden semblar petits detalls, però són importants i tota l'atenció que hi dediquem donarà fruit quan les eines algebraïques es posin en joc en la resolució de problemes.

El sentit algebraic conté els següents blocs de sabers: patrons, model matemàtic, variable, igualtat i desigualtat, relacions i funcions i pensament computacional. Aquest últim bloc té característiques pròpies, però permet un ampli ventall de connexions internes que poden representar bones oportunitats didàctiques.

Blocs de sabers

Patrons

Sabers

- A. Observació i determinació de la regla de formació d'un patró numèric o geomètric.
- B. Observació de regularitats en diferents contextos matemàtics que permetin extreure conclusions o descobrir propietats.

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

Estudiar patrons dona l'oportunitat a l'alumnat d'observar, conjecturar, experimentar, descobrir i generalitzar en múltiples situacions: numèriques, de mesura, geomètriques, estocàstiques i algebraïques, és a dir, en tots els sentits de la matemàtica de secundària. Però també són una bona font de contextos a estudiar relacionats amb l'entorn proper de l'alumnat. Permeten connectar les matemàtiques amb la música, les arts visuals, l'escriptura, les ciències i la tecnologia.

Identificar patrons ajuda l'alumnat a desenvolupar la capacitat de raonament lògic permetent-los descobrir i comprendre seqüències i regularitats en àmbits diversos, fet essencial en la resolució de problemes. D'altra banda, treballar amb seqüències numèriques, geomètriques o algebraïques afavoreix arribar a la

comprensió conceptual de molts objectes matemàtics. Per exemple, estudiant patrons desenvolupem el pensament algebraic que serà clau per arribar posteriorment a la idea de funció.

Cal remarcar la diferència entre una seqüència o successió, que és un conjunt ordenat d'elements, i un patró, que és la regularitat, si existeix, que marca l'estructura d'una successió.

A 1r d'ESO l'alumnat seguirà i aprofundirà en el treball de patrons fet al llarg de primària: investigar patrons numèrics i geomètrics i expressar-los matemàticament, sigui verbalment o a través de símbols.

Un model adequat per treballar seqüències és, en primer lloc, buscar el següent terme, després buscar un terme proper, després un terme llunyà i finalment, si es considera oportú, el terme general. Per tal de determinar aquest terme general es fa molt necessari un treball ordenat. L'ús de taules per recollir les dades serà, en molts casos, determinant a l'hora de buscar el patró que segueix la seqüència, i per a fer-ho caldrà fixar-se no només en el resultat de cada terme, sinó en el procés que s'ha seguit per obtenir-lo. A 1r d'ESO es pot buscar el terme general sense la necessitat d'expressar-lo de forma algebraica.

Comentaris sobre les connexions

No s'han indicat de forma específica connexions amb sabers d'altres sentits perquè hi són de forma molt àmplia, és a dir, podem incloure els patrons per treballar bona part dels sabers de 1r d'ESO. Així, dins de numeració podem treballar patrons quan estudiem relacions de paritat, múltiples i divisors, potències o nombres decimals. En l'estudi de la geometria i si fem mesura també podem incloure patrons, per exemple per deduir els angles dels polígons regulars, per veure com varia el perímetre o l'àrea de diferents figures en fer-les créixer o en estudiar els eixos de simetria d'algunes figures.

En el cas del sentit estocàstic podem plantejar situacions de canvi quan estudiem estadística, per exemple, sabent les mesures de centralització d'un conjunt de dades, què passarà si sumem una constant a cadascuna de les dades? I si les multipliquem per una constant, quins canvis hi haurà?

Observacions sobre alguns sabers específics

Com ja s'ha esmentat anteriorment, és important incloure l'estudi de patrons numèrics, geomètrics o visuals quan estem treballant la resta de sentits del currículum. La cerca de regularitats, l'establiment de conjectures, la descoberta i la generalització no només són propis del sentit algebraic, on hi ha el bloc de patrons, són accions que traspassen tots els sentits.

També cal remarcar que en funció de l'organització i planificació de cada centre, a 1r d'ESO pot ser el moment d'introduir el llenguatge algebraic i fer el pas a trobar generalitzacions formals en casos molt senzills. Si es considera que encara no és el moment d'introduir el llenguatge algebraic, el professorat ha de tenir cura que l'alumnat expressi els patrons de forma verbal amb llenguatge precís.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

L'ús de material pot ajudar a entendre el problema a resoldre i descobrir la pauta. A la campanya "[Laboratori de matemàtiques](#)" del CREAMAT podem trobar propostes per treballar patrons amb diferents materials: [pattern blocs](#) i [cubets encaixables](#), entre d'altres.

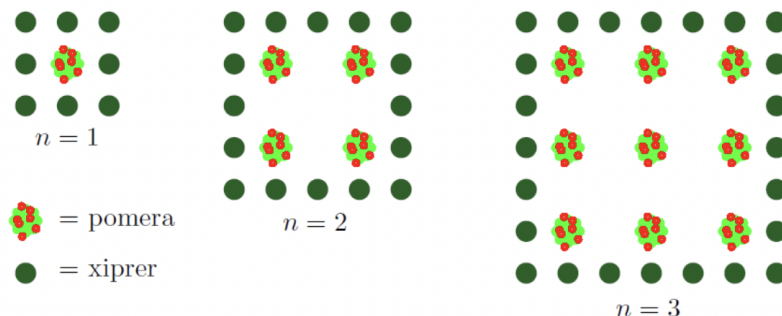
Recursos i activitats per a treballar sabers concrets

saber #1.ALG.PA.A i saber #1.ALG.PA.B

Un dels repositoris per trobar bones investigacions que tractin sobre patrons (**saber #1.ALG.PA.A i saber #1.ALG.PA.B**) és el "[Recull Fem Matemàtiques](#)", campanya del CREAMAT que recull gairebé tots els problemes de la primera FASE, les finals territorials i les fases finals del concurs. Podem trobar els problemes classificats per blocs temàtics, grups d'edat o any. Un exemple del que s'hi pot trobar n'és el següent problema, de l'any 2014: "[Xiprers i pomeres](#)".

XIPRERS I POMERES

En un poble hi ha molts horts de forma quadrada, uns són molt petits i d'altres més grans. Alguns pagesos hi han plantat pomeres i per protegir-les del vent han plantat xiprers al voltant de l'hort tal com es veu a la figura següent i on n indica el nombre de files de pomeres que té cada hort.



Quantes pomeres hi ha a l'hort d'un pagès que ha plantat tants xiprers com pomeres?

Font: "[Xiprers i pomeres](#)", del Fem Matemàtiques

Més enllà que el problema tracti de patrons, cal esmentar les característiques de la majoria de propostes de la primera fase del Fem Matemàtiques: són problemes oberts, requereixen temps per investigar i posen en marxa tots els processos matemàtics així com la gestió socioemocional.

Al bloc [Banc de recursos del Fem Matemàtiques](#), creat per la Mireia López i la Cyntia Riquelme, podem trobar el problema comentat i analitzades diferents resolucions fetes per alumnat. Es pot veure com troben eines per arribar al resultat organitzant les dades en taules per observar patrons. Hi ha alumnat que obté l'expressió verbal del patró, hi ha qui arriba a obtenir una expressió semi algebraica i uns pocs obtenen fórmules. Amb paraules de les autores del bloc,

Pensem que això és suficient per, mitjançant bones preguntes, portar-los a construir aquest llenguatge matemàtic en un context d'aula. Sobretot cal mostrar-los la seva potència i la seva riquesa i, així, fer de la introducció a l'àlgebra una eina necessària per a ells.

Es pot trobar una anàlisi i reflexió sobre aquest problema, i d'altres interessants, a l'article "[Problemas ricos en argumentación para secundaria: reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor](#)" (Morera et al., 2012).

saber #1.ALG.PA.A

Tot seguit, veurem un exemple de com podem estudiar patrons quan estem treballant múltiples i divisors. Es tracta de l'activitat "[Obrint i tancant portes](#)" del Joan Jareño que podem trobar a l'ARC. Es proposa un joc d'obrir i tancar portes d'un hotel seguint unes regles marcades pel professorat relacionades amb els múltiples de 2, de 3, de 4... La situació es pot representar repartint a cada alumne un full numerat. El problema convida a conjecturar quines seran les portes que quedaran obertes al final (cercar la pauta) i, en una segona part, a justificar-la.

L'enunciat pot ser el següent: imaginem un hotel amb un recepcionista juganer. Una nit organitza el següent joc. Demana pels altaveus a totes les habitacions que obrin les portes (posem que hi ha 100 habitacions). Després ordena: "Que les portes parelles es tanquin!". Així les portes 2, 4, 6... queden tancades i les 1, 3, 5... queden obertes. Després torna a donar una altra ordre. "Que les habitacions múltiples de 3, canviïn la seva situació!". Canviar la situació significa que si la porta està oberta s'ha de tancar, i si està tancada, s'ha d'obrir. Així la porta 3, que estava oberta, s'haurà de tancar, però la 6, que estava tancada, s'haurà d'obrir. Després el grum va seguint: "Els múltiples de 4 que canviïn la seva situació!". "I ara els múltiples de 5!". I continua. Al final del joc... quines portes quedaran obertes?

Després d'experimentar durant una estona amb la situació que deixa el recepcionista després de cada ordre, podem demanar a l'alumnat que "conjecturi" quines portes quedaran obertes. Les portes que

quedaran obertes són les 1, 4, 9, 16, 25... És la seqüència dels quadrats perfectes. També la podem descobrir observant que d'un nombre a l'altre es passa sumant senars consecutius: $1+3=4$; $4+5=9$; $9+7=16$...



Font: elaboració pròpia

Un cop descobert el patró, en una segona part, i segons el nivell, es pot continuar investigant què el justifica. La raó és que els quadrats perfectes són els únics que tenen una quantitat senar de divisors. A cada porta amb un número que no és quadrat perfecte se li aplica una quantitat parella d'accions: obrir-tancar. A les portes amb quadrats perfectes se li fan accions senars: obrir-tancar-obrir. Per poder observar el patró, veiem que tots els números tenen un nombre parell de divisors, menys els quadrats perfectes.

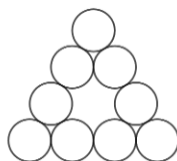
$$\begin{aligned} 32 &= 8 \times 4 = 4 \times 8 = 16 \times 2 = 2 \times 16 = \\ &32 \times 1 = 1 \times 32 \end{aligned}$$

1, 2, 4, 8, 16, 32

Font: materials de l'Ateneu

saber #1.ALG.PA.B

Una proposta per portar a terme al llarg d'una sola sessió, és la següent, on també podem veure com els patrons geomètrics permeten que l'alumnat raoni tant des del punt de vista espacial com numèric. Per quants cercles està format el següent triangle equilàter? Com ho has comptat?

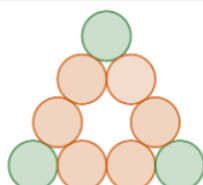


Font: elaboració pròpia

És important demanar en aquesta primera instància com ho han comptat perquè aquestes diferències de comptatge estan relacionades amb les diferències que s'expliquen en el pas n .

Si ara tinguéssim un triangle equilàter el costat del qual està format per 10 cercles en lloc de 4, quin seria el nombre total de cercles que formaria el triangle? I si al costat hi hagués exactament 50 cercles? O 100?

Part de la riquesa d'aquest tipus d'activitats és que permeten encarar-les de formes diverses i val la pena que a classe dediquem temps per explorar totes les que hagin sortit. Es pot aprofitar per classificar les diferents resolucions en funció de com s'ha fet el recompte i discutir si dues estratègies representen la mateixa forma de comptar o són en realitat diferents. Algunes opcions de les moltes que hi ha per fer el recompte són les següents:

		
Triangle de base 4 cercles: $3 + 3 + 3 = 3 \cdot 3 = 9$ Triangle de base 50 cercles: $49 + 49 + 49 = 3 \cdot 49 = 147$ Triangle de base 100 cercles: $99 + 99 + 99 = 3 \cdot 99 = 297$ Triangle de base n cercles: $(n-1) + (n-1) + (n-1) = 3 \cdot (n-1)$	Triangle de base 4 cercles: $4 + 3 + 2 = 9$ Triangle de base 50 cercles: $50 + 49 + 48 = 147$ Triangle de base 100 cercles: $100 + 99 + 98 = 297$ Triangle de base n cercles: $n + (n-1) + (n-2) = 3n - 3$	Triangle de base 4 cercles: $3 + 3 \cdot 2 = 9$ Triangle de base 50 cercles: $3 + 3 \cdot 48 = 147$ Triangle de base 100 cercles: $3 + 3 \cdot 98 = 297$ Triangle de base n cercles: $3 + 3 \cdot (n-2) = 3n - 3$

En funció de si ja s'ha introduït el llenguatge algèbric o no, es podrà arribar a la generalització amb la fórmula o deixar-ho per cursos posteriors, però sigui com sigui, l'alumnat ha de ser capaç d'expressar verbalment com fa el recompte. Hem de demanar-li que expressi la regla de formació del patró de la manera més senzilla possible, fent servir de forma correcta el vocabulari. L'ús de material manipulable pot ajudar a visualitzar i entendre la situació a resoldre.

Podríem ampliar el problema plantejant-lo sobre un quadrat en lloc d'un triangle equilàter i preguntar-nos quins canvis ens podem trobar abans de començar a investigar.

saber #1.ALG.PA.B

Un bon moment per buscar regularitats (**saber #1.ALG.PA.B**) és el de la pràctica productiva, per exemple, quan es treballen les operacions combinades dins el bloc Sentit de les operacions del sentit numèric. Es podria posar un patró com el següent i demanar els alumnes què observen:

$$\text{PAS 1} \quad \left(4 + \frac{1}{2}\right) : 3 - 1 =$$

$$\text{PAS 2} \quad \left(5 + \frac{1}{3}\right) : 4 - 1 =$$

$$\text{PAS 3} \quad \left(6 + \frac{1}{4}\right) : 5 - 1 =$$

Font: elaboració pròpia

Aquesta activitat l'hem anomenat "pràctica productiva d'operacions combinades" per a poder fer l'anàlisi competencial.

Model matemàtic

Sabers

- Ús de la proporcionalitat numèrica com a model matemàtic de situacions contextualitzades. **#NUM.RP**
- Anàlisi de les solucions d'un problema, presa de decisions en conseqüència i formulació de prediccions, si s'escau. **[E]**

Descripció i orientacions

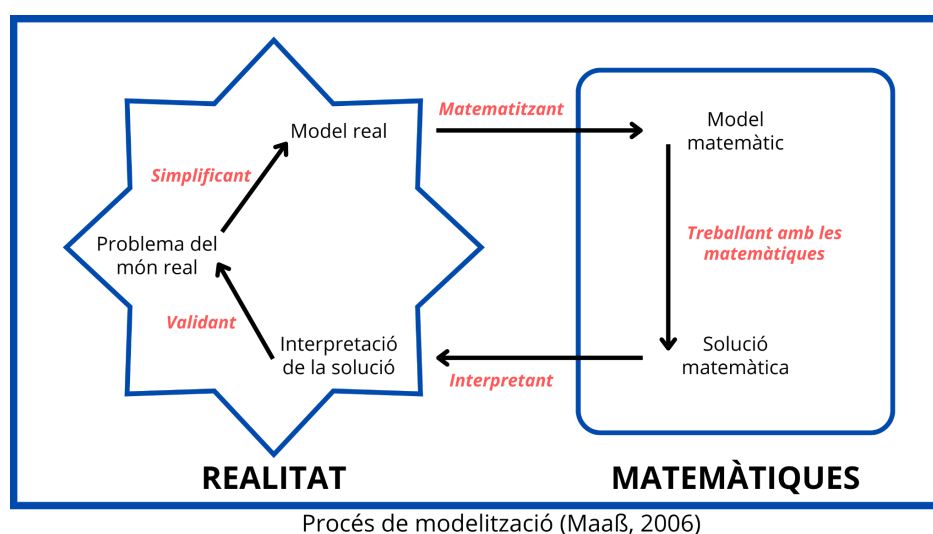
Reflexions inicials

Les matemàtiques ens permeten entendre millor el món i prendre decisions. La modelització matemàtica implica la construcció de models matemàtics per abordar situacions sobre fenòmens naturals i socials, i on l'elecció de les matemàtiques rellevants, per donar resposta a la situació, forma part del procés de resolució.

Segons expliquen Solar, Deulofeu i Azcárate a l'article "[Competencia de modelización de gráficas funcionales](#)" (Solar et al., 2015),

La modelització és el conjunt de fases necessàries per resoldre un problema provinent d'una situació real per mitjà d'un model matemàtic.

Hi ha moltes versions del cicle de modelització, però totes contenen els mateixos elements essencials i etapes. Els autors citats anteriorment ens proposen el següent:



Procés de modelització (Maaß, 2006)

Font: elaboració pròpia

El procés de modelització matemàtica no s'ha de confondre amb l'ús d'un model per representar o resoldre un problema que no requereix tot el procés.

El procés de modelitzar matemàticament suposa un repte per a l'alumnat, i de vegades amb certa dificultat per la falta de pràctica. Alguns aspectes que el professorat podem tenir en compte són, per exemple, treballar l'organització de la feina, recordar que tenen calculadores i programes informàtics a la seva disposició i quan algun grup es quedi encallat o vagi en alguna direcció poc desitjada fer preguntes del tipus:

- Quines són les dades importants? Què canvia i què es manté igual?
- Quina informació coneixeu? Quina informació us agradaria saber? On podeu trobar aquesta informació? Quina hipòtesi podeu fer?
- Quina imatge, diagrama, gràfic, taula, fórmula... pot ajudar a entendre les relacions entre les variables de la vostra situació?
- Com podeu descriure la situació matemàticament?
- Amb quines condicions funciona el vostre model? Quan podria no funcionar?
- Com podeu millorar el vostre model? Si volem que el model sigui més útil, quines modificacions podríeu fer?
- La solució està explicada de forma clara? Hi ha alguna part de l'explicació que al lector li pugui semblar confosa?

La tecnologia i la creativitat tenen un paper important quan estem fent modelització matemàtica. A l'hora de crear models, les eines tecnològiques (programes de geometria dinàmica, fulls de càlcul, calculadores...) ens poden ser de gran ajuda, ja que ens permeten avaluar diferents opcions, comparar-les i fer prediccions.

D'altra banda, el procés de formular un model, representar-lo i analitzar-lo depèn de l'experiència i de la creativitat que s'ha anat adquirint al llarg dels anys. Per aquest motiu, és important no deixar per a més endavant aquest bloc i començar a treballar-lo a 1r d'ESO.

Cal fer esment de l'estreta relació d'aquest bloc amb el **saber #SOE.CE.M**, Apreciació de l'interès dels processos de modelització com a forma atractiva d'enllaçar les matemàtiques amb la realitat sobre la qual es vol actuar, del sentit socioemocional.

Comentaris sobre les connexions

S'han destacat dues connexions molt evidents. D'una banda, el **saber #1.ALG.MM.A** està relacionat de forma natural amb el bloc de raonament proporcional del sentit numèric, donat que el que es pretén és modelitzar situacions contextualitzades a través de la proporcionalitat numèrica. D'altra banda, el **saber #1.ALG.MM.B** apel·la de forma directa al sentit socioemocional. L'anàlisi de les solucions d'un problema permet identificar els errors (propis o dels companys) i fer aportacions constructives per trobar alternatives. La presa de decisions implica col·laborar de forma activa amb els companys per arribar a acords.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

En el bloc Model matemàtic s'ha destacat el **saber #1.ALG.MM.B** (Anàlisi de les solucions d'un problema, presa de decisions en conseqüència i formulació de prediccions, si s'escau) com a essencial donat que es considera fonamental en el procés de resolució de problemes.

Observacions sobre alguns sabers específics

Amb el treball del **saber #1.ALG.MM.A**, es poden posar en joc moltes idees matemàtiques: fraccions, raons, proporcions, operacions... i si es demana a l'alumnat que expliqui el seu model i les estratègies que han seguit al llarg del procés, es dona l'oportunitat d'enriquir el treball realitzat escoltant les idees i propostes dels companys i companyes de classe.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Un tipus de tasques on el treball de modelització matemàtica pot encaixar de forma òptima són els projectes. El CREAMAT té una Campanya anomenada [Matemàtiques i projectes](#) on es poden trobar molts exemples de forma detallada amb tots els materials necessaris per portar-los a l'aula.

Recursos i activitats per a treballar sabers concrets

Les tres propostes que es presentaran tot seguit, ens serviran per treballar els dos sabers d'aquest bloc:

#1.ALG.MM.A i #1.ALG.MM.B.

En primer lloc, tenim l'activitat "[Anem a fer llimonada](#)", del professor Lluís Mora. L'alumnat haurà de decidir, dins d'un grup de llimonades de les quals es coneix la proporció, quina és la que té més gust de llimona. A partir d'aquesta activitat inicial, la proposta de la qual és fer-la utilitzant aigua i suc de llimona, es van introduint activitats que han de permetre el treball amb diferents proporcions. Posteriorment, s'introdueixen altres barreges i diferents maneres de produir-les, i amb l'ús de diferents tipus de nombres, fraccions, decimals i percentatges, l'alumnat podrà decidir quina és la que tindrà més gust sense haver de provar-la. Per acabar, s'introdueixen els preus de la llimonada com a elements d'ampliació de l'activitat. A més a més del treball del bloc Model matemàtic, amb aquesta activitat l'alumnat treballa diferents sabers del sentit numèric i del sentit de la mesura. Per modelitzar la situació, s'haurà de dissenyar un experiment i així poder respondre les preguntes pertinents a través d'una bona organització de la informació obtinguda, per acabar prenent les decisions oportunes.

Es pot trobar una activitat similar explicada amb tot detall al llibre "[Principles and Standards for School Mathematics](#)" (NCTM, 2000, pàg. 275). S'hi discuteix de forma àmplia sobre les diferents formes d'enfocar

un problema contextualitzat en una situació de proporcionalitat i s'analitzen les diferents estratègies proposades per un grup d'alumnes.

El món de les receptes, tot i que pot estar molt vist per l'alumnat, pot ser un bon context per iniciar-se en la modelització matemàtica i que l'alumnat reconegui les etapes del procés. Vegem-ne un exemple senzill. Es mostra a l'alumnat la següent imatge:



Font: elaboració pròpia

La proposta és la següent: quins canvis hi haurà a la recepta de mousse de xocolata si l'hem de fer per 6-9 persones? Fem una anàlisi de les diferents etapes del procés.

- Problema del món real. Adaptar la recepta per a 6-9 persones.
- Matematitzat. Calcular les quantitats d'ingredients necessaris per a 6-9.
- Formular el model matemàtic. Un exemple podria ser el següent:
 - Supòsits: hi ha disponibilitat d'ingredients, la quantitat no és un problema. I també suposarem que les racions de la nova recepta seran de la mateixa mida que amb la recepta original.
 - La quantitat de cada ingredient a la nova recepta serà la de la recepta vella per una constant de proporcionalitat. Aquesta constant serà:

$$\frac{\text{nombre de comensals de la nova recepta}}{\text{nombre de comensals de la recepta original}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$\frac{\text{nombre de comensals de la nova recepta}}{\text{nombre de comensals de la recepta original}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$

- Treballant amb les matemàtiques obtenim la solució matemàtica:
 - $277,5 \text{ g}$ de xocolata
 - $\frac{3}{8}$ parts d'una tassa d'aigua calenta
 - 1 cullerada petita i mitja d'essència de vainilla
 - 7,5 ous grans
 - 2 tasses i quart de nata
- Interpretant la solució.
 - 275 - 280 g de xocolata
 - Gairebé mitja tassa d'aigua calenta
 - 1 cullerada petita i mitja d'essència de vainilla
 - 7 o 8 ous
 - 2 tasses i quart de nata
- Validant la solució. Una possibilitat seria fer les dues receptes i comparar les dues mousses.

Es pot demanar a l'alumnat que presenti la recepta modificada de forma escrita, amb els supòsits ben definits i explicant de forma detallada com s'ha abordat la situació.

Amb la darrera proposta deixem els menjars i les begudes per donar pas als esports, un context d'on poden sorgir també moltes situacions de proporcionalitat. Es tracta del problema de NRICH "[Triathlon and Fitness](#)" que ens ofereix un context de la vida real per treballar proporcionalitat, velocitats i unitats de mesura. La resposta final pot sorprendre l'alumnat i el pot portar a preguntes interessants sobre la validesa del model proposat. Al web del problema podem trobar-hi diferents resolucions d'alumnes comentades. Per plantejar l'activitat a l'aula es poden fer grups de 3 i lliurar una còpia de l'enunciat a cada grup. L'objectiu és esbrinar quin esportista ha cremat més calories en un triatló. L'enunciat és el següent: El triatló és un esport que consta de tres curses consecutives, una de natació, una de bicicleta i finalment una cursa de córrer. Adam, Ben i Carles volen classificar-se per al triatló olímpic. Aquests són els seus resultats d'una cursa de prova:

	Natació 1500m	Ciclisme 40 km	Córrer 10 km	TOTAL
Adam	19:12	1:04:33	32:13	1:55:58
Ben	21:19	1:05:28	31:54	1:58:41
Carles	22:31	1:03:22	30:12	1:56:05

Font: "[Triathlon and Fitness](#)", de NRICH

Quin esportista creus que ha cremat més calories?

Adam, Ben i Charles pesen aproximadament 70 kg cadascun. S'estima que els atletes d'aquest pes cremen energia als ritmes següents:

- **Nedar** a 4,5 km/h crema 600 kcal per hora
- **Anar en bicicleta** a 30 km/h consumeix 900 kcal per hora
- **Córrer** a 15 km/h crema 1100 kcal per hora

Suposant que la velocitat a la qual es cremen calories és **directament proporcional** a la velocitat dels atletes, calculeu quantes calories va cremar cadascun dels tres atletes durant la seva cursa. Us sorprèn? Com podeu explicar els vostres resultats? Creieu que els supòsits del model són vàlids?

Abans de fer cap càlcul, es demana que conjeturin quin esportista pensen que pot ser, i expliquin per escrit el perquè. Aquestes són algunes de les preguntes clau que es poden fer servir per ajudar als grups que es queden encallats: Què cal saber per calcular la velocitat de cada esportista? Com es pot calcular la velocitat en quilòmetres per hora? Si la seva velocitat (nedant) és inferior a (4,5) km/h, esperaries que cremés més o menys de (600) kcal per hora? Un cop sàpigues la velocitat a la qual crema calories, com calcularàs quantes calories crema en (19 minuts i 12 segons)? Cap al final de l'activitat, es fa una posada en comú on els diferents grups expliquen com han calculat el nombre de calories cremades per a cada etapa del triatló. La resposta sorprèn gairebé sempre.

Cal recordar que el **saber #1.ALG.MM.B** és essencial, però que els recursos que s'acaben de descriure són només una proposta.

Variable

Sabers

- A. Expressió de quantitats indeterminades.
- B. Incògnites en equacions. [E] #ALG.ID
- C. Variables en el context del pensament computacional. [A] #ALG.PC
- D. Variables estadístiques quantitatives i qualitatives. [E] #EST.DI, #EST.IN

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

El concepte de variable és molt general, respon a diferents naturaleses segons el context on s'utilitzi i, alhora, és clau tant en l'educació matemàtica com en altres disciplines científiques i tecnològiques. Alan H. Schoenfeld i Abraham Arcavi, en el seu article "On the Meaning of Variable" (Schoenfeld & Arcavi, 1988) afirmen:

El concepte de variable és fonamental per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a secundària. La seva comprensió proporciona la base per a la transició de l'aritmètica a l'àlgebra i és necessària per a l'ús significatiu de totes les matemàtiques avançades.

En general, les variables representen nombres desconeguts o valors que poden canviar. Les trobem en les funcions, en les equacions, en estadística, en programació com contenidores per emmagatzemar dades que poden modificar-se durant l'execució d'un programa, en l'àmbit STEM per a representar magnituds que canvien. A vegades les trobem com a variables dependents i independents en funcions, com a incògnites en equacions (en el paràgraf següent es fa una precisió al respecte), com a paràmetres en representació de famílies de funcions, com a indeterminades en polinomis, en estadística...

Algunes mirades consideren el concepte d'incògnita com un tipus de variable. Així, en el document "Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria" de la CEMat (CEMat, Comité Español de Matemáticas, 2021), s'assenyala com a un objectiu en l'educació primària "Representar la idea de variable com a quantitat desconeguda, o que pren diferents valors per mitjà d'una lletra o un símbol." La mateixa idea es troba en els "Principles and Standards for School Mathematics" del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) quan, en l'apartat de l'Àlgebra per a l'etapa 6-8, es diu (NCTM, 2000):

El paper de la variable per a representar un nombre desconegut s'il·lustra en la primera equació ($27=4x+3$): x simplement està ocupant el lloc d'un nombre específic que ha de calcular-se per a resoldre l'equació.

En canvi, altres mirades, com la de l'article de Schoenfeld i Arcavi ja esmentat (Schoenfeld & Arcavi, 1988), separen la idea d'incògnita de variable pel fet que una incògnita té un valor fix, malgrat que inicialment sigui desconegut. Per tant, des del punt de vista didàctic en l'educació secundària, pot ser interessant reservar la paraula "variable" pel context de les funcions i el pensament computacional i, emprar la paraula "incògnita" en l'àmbit de les equacions i les inequacions. Aquesta distinció entre "variable" i "incògnita" pot ajudar l'alumnat a entendre també millor les idees de "funció" i "equació o inequació".

Comentaris sobre les connexions

El bloc de sabers Variable té un caràcter conceptual que el vincula amb diversos sabers d'altres blocs. Dins del sentit algebraic, el **saber #1.ALG.VA.B** està relacionat naturalment amb el bloc d'Igualtat i desigualtat (**saber #1.ALG.ID.D**), mentre que el **saber #1.ALG.VA.C** ho està amb el bloc de Pensament computacional (**saber #1.ALG.PC.E**) pel paper que juguen les variables en la comprensió i creació d'algorismes. El **saber #1.ALG.VA.D**, variables estadístiques, té un enllaç directe amb el sentit estocàstic (el **saber #1.EST.DI.B** fa referència als conceptes bàsics d'estadística i el **saber #1.EST.IN.B** a la concreció de les variables estadístiques en el marc d'un estudi estadístic).

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

Atès que, en el bloc **#1.ALG.ID**, el **saber #1.ALG.ID.H** (traducció d'enunciats de problemes a una equació senzilla, resolució i comprovació en el context del problema) es destaca com a essencial, convé remarcar de la mateixa manera el **saber #1.ALG.VA.B**, que tracta el concepte bàsic d'incògnita en una equació. També s'ha considerat essencial el concepte de variable estadística (**#1.ALG.VA.D**), que juga un paper important com a noció bàsica dins del sentit estocàstic. La idea de variable en el context del pensament computacional, **saber #1.ALG.VA.C**, té característiques específiques que fan que, segons l'opció que es prengui en el treball del bloc **#1.ALG.PC**, pugui ser considerada d'ampliació.

Observacions sobre alguns sabers específics

Els primers passos en àlgebra s'han de fer amb molta cura perquè poden tenir dificultats especials, però la capacitat de manejar expressions simbòliques atorgarà a l'alumnat eines molt potents de treball matemàtic. Un aspecte clau d'aquest procés és el desenvolupament progressiu del concepte de variable que es perllongarà tota l'educació secundària i que pot començar amb l'ús de símbols per expressar quantitats indeterminades, **saber #1.ALG.VA.A**, dins d'expressions algebraïques molt senzilles procedents de situacions contextualitzades. Respecte de la idea d'incògnita d'una equació, **saber #1.ALG.VA.B**, convindrà anar-la perfilant a través de la resolució d'equacions senzilles. De la mateixa manera, la idea de variable en el context del pensament computacional, **saber #1.ALG.VA.C**, caldrà treballar-la a partir de la comprensió i creació de petits algorismes. Igualment, el coneixement de les variables estadístiques, **saber #1.ALG.VA.D**, convindrà desenvolupar-lo a partir d'estudis estadístics concrets.

Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Com ja s'ha comentat, els quatre sabers d'aquest bloc són de tipus molt conceptual i s'han de treballar combinadament amb sabers d'altres blocs i sentits: patrons, models matemàtics, equacions, relacions i funcions, disseny d'algorismes, estudis estadístics... A partir de posar en joc aquests sabers s'aniran construint els conceptes.

Recursos i activitats per a treballar sabers concrets

Per a treballar el **saber #1.ALG.VA.A**, pot ser interessant descobrir la necessitat de representar quantitats indeterminades a partir de textos molt simples (com ara "el triple d'un nombre" o "el nombre següent d'un nombre"), de condicions ("El triple d'un nombre és 12, quin és el nombre?"), de petites fórmules ("Podries expressar l'àrea d'un rectangle que té 3 cm de base? Queda alguna dada indeterminada?") i de patrons (com sèries de construccions amb cubs encaixables o d'imatges). Així mateix, també poden ser útils els recursos indicats per treballar el **saber #1.ALG.ID.A**. Hi ha una connexió literària que resulta molt il·lustrativa per introduir l'expressió de quantitats indeterminades. Es tracta d'un fragment de l'obra "El Petit Príncep" d'Antoine de Saint-Exupéry on el Petit Príncep, com a presentació, li diu a l'aviador: "Si us plau... dibuixa'm un be!". Quan ha superat la seva sorpresa, l'aviador li dibuixa un be, però al Petit Príncep no li agrada, diu que està malalt. L'aviador fa un segon dibuix, però tampoc li agrada, diu que és un marrà, que porta banyes. Encara fa un altre dibuix, però el Petit Príncep diu que és vell. Finalment, l'aviador dibuixa una caixa i li diu: "El be que vols és a dins". El Petit Príncep s'ho mira i diu: "És exactament això el que volia!". L'aviador ha substituït qualsevol dibuix d'un be concret per una caixa on cap el be que qualsevol persona es pugui imaginar. A través de la caixa ha aconseguit expressar una imatge indeterminada que generalitza i inclou moltes imatges concretes, entre elles la que el Petit Príncep s'imaginava. Hi ha [una cançó que ho explica](#).

La consolidació del **saber #1.ALG.VA.B** es pot portar a terme treballant els sabers del bloc d'Igualtat i desigualtat (**#1.ALG.ID.C**, **#1.ALG.ID.D**, **#1.ALG.ID.E**, **#1.ALG.ID.F**, **#1.ALG.ID.G** i **#1.ALG.ID.H**). Pot resultar profitós resoldre petites equacions en paraules per arribar a formalitzar-les en casos molt senzills, emprant símbols diversos per indicar les quantitats desconegudes, o incògnites. Per exemple, és interessant utilitzar un quadradet que pot representar una caixeta contenidora de valors. L'assaig per tempteig de valors diversos fins a descobrir el que realment compleix la condició que expressa l'equació també pot contribuir a consolidar el significat de la incògnita.

Una bona manera de familiaritzar-se amb les variables en el context del pensament computacional, **saber #1.ALG.VA.C** d'ampliació, consistirà en la comprensió i creació de petits algorismes per a resoldre problemes senzills (aspecte que remet al **saber #1.ALG.PC.E**), així com pensar-les com a caixetes contenidores de valors de diferents tipus que poden canviar al llarg de l'execució dels programes. Pot ser molt interessant portar a classe caixes en les quals es poden posar targetes de paper amb un nombre escrit. Cada vegada que posem

una targeta en una caixa, naturalment, haurem de retirar la targeta que pogués contenir abans. A partir d'aquí podem anar plantejant diverses qüestions:

- Podem posar nom a les caixetes per tal que resulti fàcil referir-nos a elles (A, B, V, POP, NUMS...)?
- Podem anomenar "assignació" al procés de posar una targeta en una caixa i eliminar la targeta anterior que hi havia?
- Es distingeix bé entre el nom de la caixa i el valor que conté?
- Ens adonem que les caixes són sempre les mateixes, però el seu valor és "variable"?
- Com intercanviariem els valors de dues caixes (dues variables)? Ens cal emprar alguna caixa "auxiliar"? Podríem escriure els passos que cal seguir de manera clara i sense ambigüitats?
- Suposem que disposem d'una "unitat de comparació" (pot ser un/a alumne/a) que, donats dos nombres, ens diu quin és el més gran. Com podríem ordenar dues caixes A i B de manera que a la caixa A hi quedés el valor més gran i a la B el valor més petit? Podríem escriure els passos que cal seguir de manera clara i sense ambigüitats? El procediment funciona si els dos nombres són iguals?
- Com podríem ordenar tres caixes? Podríem escriure els passos?
- Si disposem d'una "unitat que sap sumar dos nombres" (només dos a la vegada), com faríem la suma dels valors de dues caixes? On posaríem el resultat? Aniria bé disposar d'una caixa addicional? I si tan sols tenim les dues caixes?
- Com faríem la suma dels valors de tres caixes? Podries descriure els passos fets? Un altre company o companya podria fer el mateix seguint estrictament els passos descrits?

Moltes possibilitats per pensar, fer físicament i comentar-ho!

El **saber #1.ALG.VA.D**, referent a les variables estadístiques, hauria de tractar-se conjuntament amb els sabers del sentit estocàstic, en contextos pràctics com la realització d'estudis estadístics (**#1.EST.DI.B**, **#1.EST.IN.B**). En explorar les variables estadístiques, descobrim que no totes contenen nombres ni es poden ordenar. Pot ser interessant cercar exemples contextualitzats que incloguin tant variables qualitatives (nominals o ordinals) com quantitatives (discretes o, en cursos posteriors, contínues).

Igualtat i desigualtat

Sabers

- A. Expressions que contenen quantitats indeterminades en contextos matemàtics o de la vida quotidiana. Valor numèric d'aquestes expressions.
- B. Transformació d'expressions simbòliques. **#NUM.SO**
- C. Condicions que expressen igualtats on hi ha alguna quantitat desconeguda que es vol trobar, emprant paraules o símbols matemàtics.
- D. Concepte d'equació, d'incògnita i de solució. **#ALG.VA**
- E. Resolució d'equacions senzilles per tempteig per tal de descobrir la relació amb les operacions inverses. **#NUM.SO**
- F. Transformació de les equacions en equivalents com a procediment de resolució.
- G. Comprovació de solucions.
- H. Traducció d'enunciats de problemes a una equació senzilla, resolució i comprovació en el context del problema. **[E]**

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

La potència del llenguatge simbòlic i dels mètodes algebraics en la matematització de situacions i en la resolució de problemes ens convida a tractar amb una cura especial la introducció de l'àlgebra en l'escola secundària evitant la simple reducció a procediments mecànics i posant especial atenció a les idees de fons, al sentit dels símbols, de les expressions i de les regles de transformació. No hauríem de perdre oportunitats

per treballar a fons entorn a les idees i procediments algebraics, abans de la seva mecanització. En el text “Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria” ([Quaderns d’Avaluació núm. 31](#)) s’indica el següent (Aubanell, 2015):

L’enorme potència dels mètodes algebraics ofereix una eina valuosíssima per a la resolució de problemes, però en el camp de l’educació matemàtica cal reconèixer que sovint pot tapar aspectes significatius de la situació que es tracta i no deixar prou espai per posar en joc altres tipus de raonament matemàtic, potser menys formals, però més intuïtius. És important capacitar l’alumne en el maneig simbòlic, ja que les tècniques algebraiques li oferiran moltes possibilitats de treball matemàtic, tant a l’ESO com en els possibles estudis post-obligatoris i, fins i tot, en determinades situacions quotidianes. Tanmateix, s’hauria de procurar que, en la mesura del possible, l’alumne no perdés “el sentit dels símbols i de les expressions algebraiques”, una idea molt suggeridora del professor Abraham Arcavi.

En l’ensenyament de l’àlgebra cal posar molta atenció en evitar substituir el pensament matemàtic per la mera aplicació de regles que acaben perdent el sentit i projectant la falsa idea que fer matemàtiques consisteix només a aplicar unes receptes memoritzades. Aquesta percepció a vegades provoca que, en la resolució de problemes que vagin més enllà dels simples exercicis, alguns/es estudiants deixin d’emprar les seves habilitats de pensament lògic tot cercant l’ús de procediments mecànics que no existeixen o que compliquen el procediment. Vegeu l’apartat “Learning without Thought” del capítol 2 del llibre de Jo Boaler “What’s Math Got to Do with it?” (Boaler, 2015).

Comentaris sobre les connexions

Com a criteri general és important aprofitar tota oportunitat per connectar sabers, ja que l’establiment de connexions internes facilita presentar la matemàtica com un tot coherent. Per tant, benvingudes totes les connexions que cada docent estableixi. Tot i així se n’han destacat tres que semblen naturals:

- Les dels **sabers #1.ALG.ID.B** i **#1.ALG.ID.E** amb **#1.NUM.SO** ja que busquen fonamentar aspectes algebraics en el sentit de les operacions aritmètiques.
- La del **saber #1.ALG.ID.D** amb **#1.ALG.VA** que, en introduir la idea d’incògnita, necessàriament ha de vincular-se amb el bloc de Variable dins del propi sentit algebraic.

Comentaris sobre els sabers essencials i d’ampliació

Tots els sabers del bloc són fonamentals en el sentit literal, posen els fonaments del llenguatge algebraic, per això no se n’assenyala cap com d’ampliació. Tanmateix es destaca el **saber #1.ALG.ID.H** com a essencial pel que té de síntesi de tots els sabers anteriors i de relació amb contextos senzills.

Observacions sobre alguns sabers específics

Pel que fa al **saber #1.ALG.ID.A** convé posar atenció en el camí que segueix l’alumnat per anar familiaritzant-se amb les expressions algebraiques, que contenen quantitats indeterminades. En l’aprenentatge de qualsevol llenguatge, allò que per a la persona habituada és senzill, pot ser molt complicat per a la persona que s’hi està iniciant. Igual passa en l’aproximació al llenguatge algebraic: allò que pot semblar un pas trivial pot ser un salt difícil per a l’alumnat no habituat. Convé dedicar-hi temps per tal que l’aprenentatge resulti significatiu i sòlid, més enllà de simples mecàniques. Tenir cura d’aquests primers passos en l’àlgebra evitarà bloquejos i facilitarà aprenentatges posteriors, per exemple en la traducció d’enunciats de problemes. Serà interessant fer la traducció de petites frases a expressions simbòliques i també al revés, donada una expressió simbòlica senzilla, inventar una petita “història” que correspongui a l’expressió. El càlcul del valor numèric d’aquestes expressions per a uns valors concrets de les indeterminades va més enllà d’un simple exercici de substitució, transmet la idea que una expressió algebraica és un patró, si es vol un petit model matemàtic, que correspon a infinites expressions aritmètiques.

El **saber #1.ALG.ID.B** es refereix a transformacions elementals com suma i resta de termes semblants o desfer parèntesis aplicant la propietat distributiva en casos senzills. Serà útil basar-se en els procediments de transformació d’expressions numèriques (**#1.NUM.SO.A**) i cercar el recolzament de petites situacions

contextualitzades que donin sentit a les expressions simbòliques i permetin il·lustrar el significat de les transformacions que s'hi fan.

El **saber #1.ALG.ID.C** fa un pas més tot referint-se a expressions (amb paraules o amb símbols) que incorporen una condició d'igualtat i que proposen cercar el valor que ha de tenir la quantitat desconeguda per tal que es compleixi aquesta condició. Representa l'inici de la idea d'equació que queda formalitzada en el **saber #1.ALG.ID.D**. En aquest context la indeterminada ja representa una quantitat que es vol calcular i que anomenem "incògnita" (**#1.ALG.VA.B**).

El treball entorn del **saber #1.ALG.ID.E** s'hauria de fer amb equacions molt senzilles ($ax=b$, $ax+b=c...$), emprant diversos símbols per a la incògnita, no necessàriament sempre la "x". El mot "tempteig" és una invitació a l'exploració que, portada a terme per l'alumnat a partir de l'ús amb sentit de les operacions aritmètiques (**#1.NUM.SO.B**), a poc a poc anirà fent possible la descoberta de regularitats que es posaran en comú. Així s'establiran, amb sentit, peces conceptuals bàsiques en la resolució d'equacions que després s'aplicaran per tal de treballar el **saber #1.ALG.ID.F**, un treball que convé fer amb calma, mesurant curiosament els salts de dificultat, des de la idea que s'estan posant els fonaments d'una eina algebraica potentíssima que ha de tenir significat i que no s'ha de convertir prematurament en un conjunt de regles de manipulació formal. La comprovació de solucions, el **saber #1.ALG.ID.G**, és un pas natural per concloure els processos de resolució tant pel fet de subratllar l'objectiu de tot el procés com per què, per a l'alumnat, és un mecanisme d'autoregulació.

El **saber #1.ALG.ID.H** és un saber essencial per què dona joc als sabers anteriors i els posa al servei de l'exploració de situacions contextualitzades a través de la resolució de petits problemes que caldrà que l'alumnat pugui treballar amb calma, comentant els passos, compartint idees, valorant estratègies... S'haurà d'atendre la interpretació de l'enunciat, la seva traducció a una expressió algebraica de la condició que exposa l'enunciat (una expressió que actua com a model matemàtic de la situació plantejada), la pròpia resolució de l'equació, la comprovació del resultat i la valoració de la plausibilitat d'aquest resultat en el context del problema. Per aquest treball seria bo proposar problemes amb enunciats que posin en marxa l'interès, que permetin abordatges diversos i, per tant, convidin al diàleg, que en la resolució de l'equació no s'oblidi el sentit dels símbols, que fugin de l'aplicació de receptes, que no perdin de vista el context.

En relació amb el **saber #1.ALG.ID.H** cal tenir en compte el tema dels contextos. Puig Adam, en el seu decàleg (1960) diu: *No oblidar l'origen concret de les matemàtiques i els processos històrics de la seva evolució*. Uns anys abans Lobachevski (1792-1856) havia afirmat: *No hi ha cap branca de les matemàtiques, per abstracta que sigui, que no es pugui aplicar algun dia a l'estudi dels fenòmens del món real*. Totes dues cites, des de punts de vista ben diferents, apel·len a la relació entre les matemàtiques i els diferents contextos.

En l'ensenyament de les matemàtiques les característiques de les activitats d'aprenentatge són un punt clau. Si aquestes activitats tenen com a objectiu la construcció de sabers matemàtics de naturalesa abstracta, cal partir de concrecions d'aquests sabers. D'altra banda, si el que es vol és mostrar les diferents utilitats de les matemàtiques i aplicar-les per a resoldre problemes diversos, també cal concretar aquells contextos on es possible i té sentit aplicar les matemàtiques del currículum. És precisament en l'aplicació de sabers a contextos diferents on es manifesta una part important de la competència matemàtica.

Per tant, en el procés d'aprenentatge matemàtic hi ha almenys dos moments on els contextos són rellevants:

- a) en l'inici del procés, d'una banda per interessar a l'alumnat, creant reptes que vulgui intentar resoldre, i de l'altra, per proporcionar-li un suport concret i significatiu per construir nou coneixement.

- b) en la part final del procés, per mostrar que les matemàtiques són útils per analitzar i resoldre situacions d'àmbits molt diversos i, al mateix temps, per consolidar i aplicar els aprenentatges realitzats.

Per tal d'aportar orientacions sobre quins contextos poden ser els més adequats per introduir a les classes de matemàtiques, pensem que cal anar més enllà de les classificacions generals com els anomenats contextos quotidians o contextos reals, expressions que semblen incloure tot allò que no es directament matemàtic, ja que si no precisem una mica, podria semblar que tot context no matemàtic pot ser adequat. Presentem, sense ànim d'exhaustivitat una tipologia de contextos:

Context proper a l'alumne. Interessos, vivències i necessitats dels alumnes. Són aquelles situacions que interessen a l'alumnat perquè els afecten directament. S'inclouen aquí, aquelles situacions en les que es reclama una participació directa i vivencial a l'alumne (teatralitzacions, role-plays,...) i també les experimentacions a partir de materials manipulatius. Aquest context es situa, majoritàriament, en la part introductòria del procés d'aprenentatge.

Context quotidià. Entorn social, local, del treball i cultural proper a l'alumnat. Són situacions que l'alumnat pot comprendre per la seva proximitat, i per aquest motiu, és important analitzar-les i conèixer-les emprant les matemàtiques. Són especialment adequades aquelles que, a més de socialment rellevants, s'han produït en un moment proper al del seu treball a la classe (eleccions, fenòmens apareguts en mitjans de comunicació, actes culturals, esportius, ...)

Context històric. Molts dels sabers del currículum de la ESO van ser creats fa molts segles per resoldre problemes que tenen sentit quan s'emmarquen en l'època en que es van desenvolupar. Utilitzar aquests problemes i les solucions originals pot servir per donar sentit a els sabers involucrats, veure'n el seu origen i també conèixer altres maneres de fer matemàtiques d'acord amb els coneixements del seu temps.

Context lúdic. Les recreacions matemàtiques, els reptes i els jocs, són un context molt extens que es pot relacionar amb la majoria de sabers matemàtics. Tot i que podria entrar dins del context quotidià (jugar és una activitat humana rellevant i adequada per l'adolescència) és molt ampli i permet dissenyar activitats de durada molt diversa. La idea de repte i l'interès intrínsec de moltes recreacions i jocs és un dels punts clau de la rellevància d'aquest context.

Context científic i tecnològic. Les relacions entre les diferents ciències experimentals, ciències de la salut i la tecnologia amb les matemàtiques són moltes i per tant, els contextos científics poden ser apropiats tant per construir conceptes matemàtics i comparar-los amb els seus equivalents en altres ciències, com també per aplicar sabers matemàtics ja construïts. Cal tenir en compte que tant aquest context com els dos següents tenen relació amb altres matèries del currículum, per la qual cosa, es adequat introduir-los d'acord amb el treball realitzat en les matèries relacionades.

Context social. Moltes problemàtiques de les ciències socials (geografia, història, economia,...) i del món d'avui (desigualtats, guerres, pandèmies, canvi climàtic,...) necessiten les matemàtiques per a ser analitzades i al mateix temps ajuden a donar sentit a molts sabers, especialment el sentit estocàstic.

Context humanístic. L'art, la fotografia, la música, la literatura i la resta de disciplines dites humanístiques comparteixen totes elles relacions amb les matemàtiques, en els dos sentits esmentats: ajudar a construir conceptes matemàtics a través de plasmacions artístiques i proporcionar activitats d'aplicació de les matemàtiques en l'anàlisi de problemàtiques d'aquestes disciplines.

Context matemàtic. Fer matemàtiques és, moltes vegades, treballar en el context pròpiament matemàtic i en les connexions internes que hi ha entre els diferents sabers. Mantenir la idea de repte, que porta a voler fer allò que es proposa, i recolzar-se en aquells sabers que ja poden considerar-se concrecions, per tal de construir-ne d'altres.

Entenem que una tipologia de contextos com aquesta pot ajudar a trobar exemples de situacions per a ser treballades a l'aula, de procurar que els contextos abastin l'ampli ventall proporcionat i també ser

compartides amb el treball en altres matèries, sempre tenint en compte les característiques i interessos de l'alumnat.

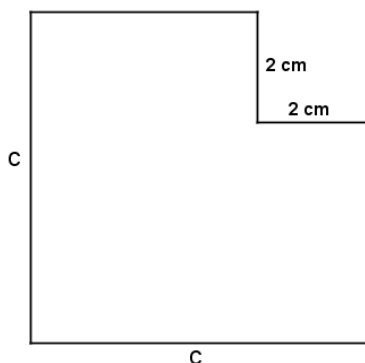
Recursos i activitats

Recursos i activitats generals per al bloc de sabers

Existeix un itinerari didàctic a l'ARC que, encadenant diverses activitats, permet recobrir força bé aquest bloc i que fins i tot va una mica més enllà. És un [itinerari](#) dissenyat per la professora Montserrat Gelis i format per 9 elements, propostes d'activitats/recursos.

Recursos i activitats per a treballar sabers concrets

Podem treballar el **saber #1.ALG.ID.A** fent traduccions, en un sentit i l'altre entre expressions en paraules i amb símbols. Per exemple "Un nombre més 3" podem escriure-ho com $n+3$, $2n-1$ podem descriure-ho com "El doble d'un nombre, menys 1". El pas entre expressions amb paraules que contenen quantitats indeterminades i expressions algebraiques senzilles es pot fer doncs en els dos sentits: de les paraules a l'expressió algebraica i de l'expressió algebraica a un petit relat. Es pot trobar un bonic exemple d'aquesta activitat i del càlcul del valor numèric d'expressions algebraiques en l'[enllaç](#) creat pel professor Sergi del Moral. També es pot treballar l'expressió en llenguatge simbòlic de relacions entre elements de figures geomètriques. Així serà interessant construir una expressió algebraica per al perímetre o per a l'àrea de figures geomètriques senzilles en les quals alguna magnitud és desconeguda. Per exemple expressar el perímetre i l'àrea de la següent figura que mostra un quadrat (de costat desconegut, major de 2 cm) del qual s'ha tret un altre quadrat de costat 2 cm:

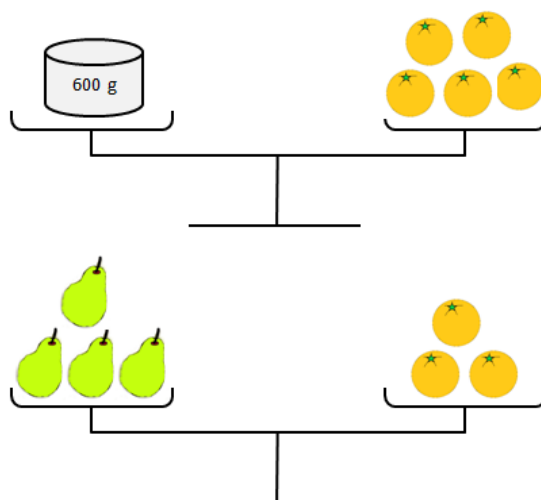


Font: elaboració pròpia

Per a treballar el **saber #1.ALG.ID.B** i subratllar la potència de les eines algebraiques hi ha una activitat molt bonica que, amb el nom de "Penseu-vos un nombre" es descriu en el llibre ANIMA'T!, de Claudi Alsina, Anton Aubanell i Carme Burgués (Alsina et al., 2023, pàgines 199, 200 i 201). Es pot trobar en el següent [enllaç](#). S'observa molt clarament com una expressió algebraica és un model de moltes expressions aritmètiques i com la transformació d'expressions algebraiques equival a la transformació de moltes expressions aritmètiques tot mostrant el valor de l'àlgebra com a "aritmètica generalitzada" i prenent consciència de la seva potència. Aquesta activitat acaba amb un símil encantador extret de l'obra "El Petit Príncep" d'Antoine de Saint-Exupéry que també s'esmenta entre els recursos per treballar el **saber #1.ALG.VA.A**.

Un recurs molt interessant per a treballar el **saber #1.ALG.ID.C** és l'ús de dibuixos amb balances equilibrades per expressar igualtats de pesos entre els dos plats dins dels quals hi ha objectes de pes desconegut que cal deduir. Aquesta activitat té l'avantatge d'expressar la igualtat des d'un punt de vista físic i d'identificar-la amb l'equilibri de pesos. Es tracta de condicions d'igualtat expressades de manera gràfica, sense paraules, que conviden a fer raonaments i establir petites estratègies que poden ser diferents per a

cada alumne/a i que serà bo de posar en comú. A vegades es poden “encadenar” balances com en l'exemple següent en el qual voldríem calcular el pes d'una pera:



Font: elaboració pròpia

Aquest recurs té diversos nivells de dificultat i es podrà emprar també en cursos posteriors. També es pot treballar el **saber #1.ALG.ID.C** convidant a expressar condicions d'igualtat en contextos geomètrics. Per exemple, en la figura que s'ha emprat en l'apartat dedicat al **saber #1.ALG.ID.A**, ens podem preguntar com podríem expressar que el seu perímetre és 20 cm? Hi ha algun valor de c que faci que el perímetre sigui 20 cm? O com podem expressar que la seva àrea és 12 cm²? Hi ha algun valor de c que faci que l'àrea sigui 12 cm²?

Aquestes mateixes activitats són una bona introducció als conceptes que posa en joc el **saber #1.ALG.ID.D**.

Per a treballar el **saber #1.ALG.ID.E**, en concret per iniciar la resolució d'equacions del tipus $ax+b=c$, hi ha un recurs gràfic molt interessant, les tires o franges d'equacions. Suposem que volem solucionar l'equació $5x+4=19$, podem fer-ne una interpretació gràfica de la següent manera:

x	x	x	x	x	4
19					

Font: elaboració pròpia

Visualment, l'alumnat deduirà que la llargada de les 5 porcions x és 15 i, per tant, que la llargada de cada porció x serà 3. Si bé es poden emprar franges de cartró prepreparades, sembla molt més funcional, participatiu i generalitzable fer simplement dibuixos. Es pot trobar més informació a l'enllaç "[Engaging-math](#)" que inclou dos vídeos molt interessants el segon dels quals ja apunta una generalització.

Fent un pas més, per a treballar el **saber #1.ALG.ID.F**, en equacions en les quals la incògnita tan sols aparegui en un lloc, pot ser útil la tècnica anomenada de "[Cover up](#)" que consisteix a simplificar l'equació tot tapant-ne una part. Si cal es pot iterar el procediment com es mostra en l'exemple següent:

$$6 \cdot (3x - 4) + 7 = 19$$

$$\boxed{} + 7 = 19$$

$$\boxed{} = 12$$

$$6 \cdot (3x - 4) = 12$$

$$6 \cdot \boxed{} = 12$$

$$\boxed{} = 2$$

$$3x - 4 = 2$$

$$\boxed{} - 4 = 2$$

$$\boxed{} = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Font: elaboració pròpia

En [aquest enllaç](#) es presenta un magnífic esquema visual del mètode traduït pel professor Manel Martínez a partir de l'original de Doug Neill. Així mateix s'enllaça el guió d'una activitat que, amb el títol de [Núvols](#) pot ser molt útil per introduir l'alumnat en la tècnica del "cover-up", redactat per Manel Martínez a partir de la proposta de [Don Steward](#).

Es pot trobar més informació sobre [aquest mètode a la web de PuntMat](#).

Es tracta d'un mètode útil també per a la resolució d'equacions més complexes (quadràtiques, racionals, irracionals...) amb una única aparició de la incògnita.

Cal subratllar que, en la pràctica productiva que es faci, és important que es mantingui el sentit de les transformacions que es van portant a terme tot observant la successiva aplicació, als dos membres de l'equació, de l'operació inversa necessària per eliminar un terme (es resta 7 a cada membre, es divideix entre 6 cada membre, se suma 4 a cada membre, es divideix entre 3 cada membre), evitant regles de "transposició de termes" que acaben essent automatismes buits de sentit matemàtic.

La comprovació de solucions, **saber #1.ALG.ID.G**, ha d'estar present tant en la pràctica productiva que es faci entorn del **saber #1.ALG.ID.F** com en la resolució de problemes contextualitzats que es proposin per treballar el **saber #1.ALG.ID.H**.

Per a treballar el **saber #1.ALG.ID.H** poden ser molt útils els petits problemes algebraics que es plantegen en la pàgina web de NRICH: "[Equations and Formulae - Short Problems](#)". Es tracta d'una llista molt àmplia, per a primer d'ESO tan sols recomanem els primers que porten l'indicatiu de dificultat d'una o dues estrelles. Estem en una etapa introductòria i no cal ni córrer, ni fer molts problemes, ni fer-los difícils. Però sí que cal treballar-los amb calma, compartir idees, atendre la traducció de l'enunciat, l'estratègia de resolució, la correcció i plausibilitat de la solució, mantenint, al llarg de tot el procés, el sentit dels símbols i de les expressions algebraiques que s'utilitzin.

Cal recordar que el **saber #1.ALG.ID.H** és essencial, però que el recurs que s'acaba de descriure és només una proposta.

Pensament computacional

Sabers

- A. Descomposició de problemes en parts més petites com a estratègia de resolució. [E] #MES.ME

- B. Reconeixement de patrons en processos seqüencials. #NUM.RE
- C. Classificació i ordenació d'objectes com una forma d'abstracció. [E] #ESP.FG
- D. Utilització d'esquemes (quadres, fletxes, diagrames de flux, diagrames de Venn...) per analitzar i descriure situacions matemàtiques. #NUM.RE, #NUM.CO
- E. Comprensió i creació d'algorismes per a resoldre problemes explorant, descobrint, consolidant o aplicant idees matemàtiques a través de seqüències ordenades d'instruccions que puguin ser executades per una persona o per un ordinador. [A] #NUM.SO, #EST.PI, #MES.ME, #ALG.VA
- F. Ús adequat de la calculadora: oportunitat, definició prèvia de seqüències d'operacions, execució acurada, avaluació de possibles errades. #NUM.SO, #NUM.RE, #NUM.QU
- G. Introducció al maneig de programes de geometria dinàmica. #MES.ME
- H. Autoconfiança, persistència, adaptabilitat, flexibilitat, creativitat, col·laboració i gestió constructiva de l'error. #SOE

Descripció i orientacions

Reflexions inicials

L'especificació i seqüenciació de sabers corresponent al bloc de Pensament computacional, a partir del que disposa el currículum, s'ha fet atenent a diversos criteris:

- S'ha intentat contextualitzar-los al màxim dins de l'àmbit de les matemàtiques.
- En aquesta línia, el bloc de sabers del Pensament computacional té abundants i significatives connexions amb els altres blocs del sentit algebraic, amb els altres sentits i, naturalment, amb el procés de resolució de problemes. Aquestes connexions faciliten el tractament d'algunes idees del pensament computacional dins del treball matemàtic i, alhora, aporten possibilitats didàctiques en la introducció, desenvolupament i aplicació dels sabers matemàtics.
- Els sabers s'han especificat de manera que, a cada curs, n'hi hagi que corresponguin a cadascuna de les quatre categories següents:
 - Sabers relacionats amb les dimensions del pensament computacional a què fa referència la competència específica 4: descomposició, patrons, abstracció i algorismes.
 - Sabers relacionats amb la construcció d'algorismes que puguin ser executats per persones o per ordinadors.
 - Sabers relacionats amb l'ús d'eines computacionals per al treball matemàtic.
 - Sabers relacionats amb la gestió socioemocional que són transversals a tots els cursos de l'ESO.
- A través del redactat dels sabers, s'ha intentat donar acollida a tres opcions de treball diferents però compatibles:
 - La possibilitat de desenvolupar-ho sense arribar a la necessitat de les eines digitals. És el que s'anomena "pensament computacional desendollat".
 - La possibilitat de crear programes en llenguatges de programació, com ara Scratch, Blockly, Snap!, JavaScript o Python. Els tres primers són entorns de programació per blocs, molt visuals, mentre que els altres dos són entorns de programació textuals amb una sintaxi clara, ben estructurada i, en el cas del Python, versàtil. Per a 1r ESO, es recomana treballar amb els llenguatges de programació per blocs, i deixar per casos puntuals la programació textual (com Python).
 - La possibilitat d'emprar aplicacions del camp de la robòtica i dispositius mòbils (Micro:bit, Arduino, App Inventor...).

Comentaris sobre les connexions

La densitat de connexions amb altres sabers d'altres sentits és alta, ja que comparteix moltes de les habilitats fonamentals que són essencials en l'estudi de les matemàtiques, com ara la resolució de problemes, el raonament lògic i la descomposició de tasques complexes en passos més simples. Aquest

tipus de pensament implica l'ús d'algoritmes, patrons i models per abordar problemes de manera estructurada, una pràctica que és molt similar al procés matemàtic de formular conjectures, provar hipòtesis i trobar solucions. El **saber #1.ALG.PC.H** té una evident connexió amb el sentit socioemocional.

Comentaris sobre els sabers essencials i d'ampliació

La naturalesa diversa dels sabers d'aquest bloc fa difícil destacar-ne alguns com a essencials. Tanmateix, s'ha optat per escollir com a essencials els **sabers #1.ALG.PC.A** i **#1.ALG.PC.C** pel que tenen de bases conceptuais, tant per a la resolució de problemes, com per avançar cap a l'abstracció.

El **saber #1.ALG.PC.E** s'ha marcat d'ampliació perquè es pot graduar molt la profunditat com es treballa: des de la descripció d'algorismes en llenguatge habitual o amb símbols fins a la programació de codi.

Observacions sobre alguns sabers específics

El **saber #1.ALG.PC.A**, que és un saber essencial, es pot entendre com la segona regla del “Discurs del mètode” de René Descartes per resoldre situacions diverses, comprenent la complexitat d'un problema com dependències de proposicions més simples. Algú altre el pot interpretar com l'aplicació al mètode de [“divideix i venceràs”](#).

Hi ha diferències entre el concepte de patró algebraic (**#1.ALG.PA**) i el reflectit dins el pensament computacional el qual implica identificar patrons per resoldre un problema de manera més eficient o reutilitzable.

El **saber #1.ALG.PC.C**, que és un saber essencial, permet manipular la informació d'una manera més comprensible i manejable. És fonamental en diverses disciplines i consisteix en agrupar i organitzar objectes o idees segons certes característiques comunes per tal de simplificar la complexitat i facilitar la comprensió, l'anàlisi i la manipulació d'informació. Ampliem els conceptes que involucren aquest **saber**:

- Classificació: procés d'agrupació d'objectes en categories o classes basant-se en atributs compartits. Permet reduir la complexitat al permetre tractar un conjunt divers d'objectes com un grup únic.
- Ordenació: procés d'organitzar objectes segons una certa seqüència o criteri, com ara la mida, l'ordre alfabètic o el valor numèric. L'ordenació és essencial per a la cerca eficient d'informació i per facilitar la comparació entre objectes.
- Abstracció: procés de simplificar i generalitzar un conjunt d'informació, centrant-se en les característiques essencials i eliminant els detalls irrelevants.

El **saber #1.ALG.PC.D** és una eina per analitzar i descriure situacions matemàtiques, facilitant la comprensió, la representació i la comunicació de conceptes complexos i permetent visualitzar i organitzar la informació de manera estructurada i clara.

A través de **saber #1.ALG.PC.E** es pot explorar, descobrir, aplicar i consolidar idees matemàtiques. Els elements claus d'uns algorismes són les dades inicials (entrades), les instruccions (passos clars i concrets), condicionals i els resultats obtinguts (sortides).

La calculadora científica en què s'ha pensat en les orientacions del **saber #1.ALG.PC.F** ha estat de la marca CASIO, pel fet d'incorporar un [emulador gratuït](#) que ajuda a fer el traspàs d'informació. A part, en el seu portal web ofereix una zona de [recursos educatius](#) força àmplia. Una altra empresa amb una filosofia similar, amb un [emulador online](#) i [recursos educatius](#) és [numworks](#).

El **saber #1.ALG.PC.G** se centra en el programa de geometria dinàmica [GeoGebra](#), per un fet de tradició

local, fins i tot hi ha una bona associació ([ACG](#)) que en transmet les seves bondats i beneficis dins l'aula. És un programari molt còmode per a la gestió autònoma de l'alumnat i el seu aprenentatge, amb poca intervenció del professorat. Al professorat novell li pot ser d'ajuda aquest taller [Matemàtiques amb GeoGebra. Nivell 0](#) o aquest [C²EM. Taller iniciació geometria dinàmica](#). Amb aquests recursos no es pretén que el professorat creï activitats dirigides o per mostrar conceptes, sinó per sentir-se més segur i còmode en el moment de portar-lo a l'aula. Es considera que aquest coneixement es desenvolupa quan l'alumnat manipula, gestiona i construeix els recursos proposats al seu propi ritme.

A continuació s'amplien els conceptes que involucren el **saber #1.ALG.PC.H** i que són bàsics per al creixement personal:

- L'autoconfiança és la creença en les pròpies capacitats.
- La persistència impulsa a seguir endavant malgrat les dificultats.
- L'adaptabilitat i la flexibilitat permeten ajustar-se a canvis i circumstàncies noves.
- La creativitat genera solucions innovadores.
- La col·laboració permet facilitar el treball en equip.
- La gestió constructiva de l'error ensenya a aprendre dels fracassos per millorar.

Totes aquestes activitats es poden gestionar amb tasques col·laboratives, ja sigui amb una pissarra compartida o amb eines digitals síncrones. Això permet que cadascú/na pugui aportar alguna cosa, i per petita que sigui, cada aportació incrementa la confiança personal de qui hi participa. A més, durant el procés sorgeixen errades que no es penalitzen, sinó que es veuen com a oportunitats per explorar nous camins, alternatives o enfocaments més enriquidors. Totes aquestes actituds enllacen amb el sentit socioemocional, **#SOE**

Recursos i activitats

Recursos i activitats per a treballar sabers concrets

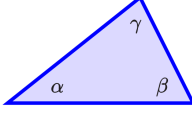
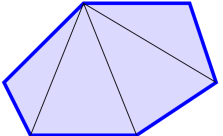
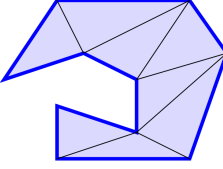
Per a treballar el **saber #1.ALG.PC.A**:

Les tasques [Bebras](#) són un material excel·lent per aquest saber. Es poden trobar col·leccions de tasques organitzades per nivells en diverses llengües, com són les [d'Uruguai](#), [Argentina](#) o [Austràlia](#). N'hi ha que es troben traduïdes al català ([helloBebras](#)), de les quals recomanem, per aquest saber, del document "nivell 2: 5è Primària - 2n ESO", les tasques, "Carrer", "Plegar paper" i "Bales", ja que el mateix repte aporta un cas senzill explicat per entendre la proposta final. A la mateixa web hi ha una guia pel docent on es desenvolupen aquestes, i d'altres tasques. En qualsevol cas, aquests problemes poden fer-se individualment o en petit grup, però convé posar en comú les estratègies de solució i compartir una reflexió sobre les habilitats de pensament computacional que s'han posat en joc en la resolució del repte (reconeixement de patrons, ús d'abstraccions, descomposició i anàlisi del problema, determinació de les eines més adequades per solucionar-lo, definició d'algorismes...).

Aplicar el mètode de "[Cover up](#)" (comentat en el **saber #1.ALG.ID.F**) permet simplificar una equació (no només de primer grau), amb una incògnita que es troba en un sol membre de la igualtat, reduint-la a una altra més manejable. L'estratègia de *cover up* s'inicia amb una equació on es tapa l'última seqüència d'expressions que faríem en el cas que es pogués resoldre i preguntar-nos quin valor pren tot el que hem tapat per tal que sigui certa la igualtat. El que hem tapat prendrà el mateix valor que estem pensant, aconseguint una equació simplificada. Anirem reproduint el procés fins que tenim la solució.

La fórmula per trobar i calcular la suma dels angles interiors d'un polígon ([wikipedia](#)) qualsevol es desprèn en dividir-lo en triangles a partir de totes les seves diagonals. Es descompon el problema inicial, literalment

en parts més petits, els triangles, el polígon amb menys costats possibles i sabent quan sumen els seus angles interiors ([blog: el punt singular](#)) i, junt amb la relació de les diagonals que té un polígon, es pot concloure la fórmula desitjada. Per arribar-hi, és recomanable seqüenciar les dades en una taula amb les següents columnes: el nom del polígon, el nombre dels seus costats, el nombre de diagonals que es poden crear des d'un únic vèrtex, el nombre de triangles que s'han generat i a partir de descompondre el polígon per aquestes diagonals i, finalment, la suma de tots els angles interiors dels triangles, que és la suma dels angles interiors del polígon.

Nom	#costats	#diagonals (des d'un vèrtex)	#triangles generats	Suma dels angles	 $n = 3 : w = \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$  $n = 6 : w = 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$  $n = 10 : w = 8 \cdot 180^\circ = 1440^\circ$ Font: (wikimedia)
Quadrilàter	4	1	2	$2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$	
Pentàgon	5	2	3	$3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$	
Hexàgon	6	3	4	720°	
Heptàgon	7	4	5	900°	
Octàgon	8	5	6	1080°	
Enneàgon	9	6	7	1260°	
Decàgon	10	7	8	1440°	
Dodecàgon	12	9	10	1800°	

Una alternativa al [joc del NIM](#) també serveix per treballar aquest saber. La clau per trobar l'estratègia guanyadora no és en dividir el problema en parts més petites, sinó en simplificar el problema pensant en l'estat final del joc i desfer el camí tirant endarrere la situació. Un altre cas com aquest és el "[Joc de l'abellot](#)". Aquest [problema](#) Bebras també es raona en el mateix sentit per justificar la resposta. Cal recordar que el **saber #1.ALG.PC.A** és essencial, però que el recurs que s'acaba de descriure és només una proposta.

Per a treballar el **saber #1.ALG.PC.B**:

L'algorisme d'Euclides reutilitza un procés per trobar el màxim comú divisor de dos nombres, és molt eficient com a algoritme. Es pot utilitzar com a [recurs directe i programable](#) o com a pràctica productiva de la resta ([Banc de recursos FM](#), [vídeo de com portar-ho a l'aula](#)).

Un exercici de fraccions successives com les següents, són un bon entorn per tal que l'alumnat observi la situació i trobi alguna regularitat que l'ajudi a calcular, d'una manera més eficient, les operacions de fraccions amb un patró a seguir.

- A. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$
- C. $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

Per a treballar el **saber #1.ALG.PC.C**:

La doble classificació i ordenació dels triangles segons els costats i angles pot servir perfectament per aplicar aquest saber, tal com es pot observar en la proposta que ens comparteix el professor Enric Brasó en la seva [pàgina web](#).

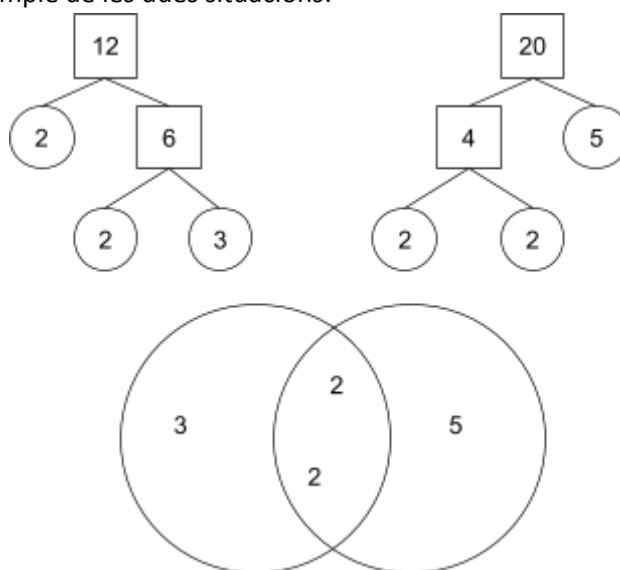
Un altre recurs d'aquest estil és la classificació de quadrilàters.

En quant a exemples d'ordenació d'objectes, dins de fraccions, es demana als i les alumnes que ordenin fraccions, primer amb el mateix denominador, després amb el mateix numerador i finalment, sense cap distinció.

Cal recordar que el **saber #1.ALG.PC.C** és essencial, però que el recurs que s'acaba de descriure és només una proposta.

Per a treballar el **saber #1.ALG.PC.D**:

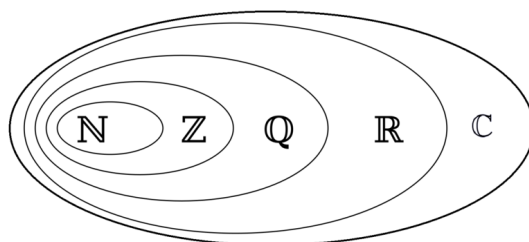
La factorització de nombres naturals es pot trobar amb l'ajuda d'un diagrama d'arbres, on les fulles són els nombres primers. I si es desitja trobar el mínim comú múltiple i el màxim comú divisor, ajuden molt els diagrames de Venn. Un exemple de les dues situacions:



Font: elaboració pròpia

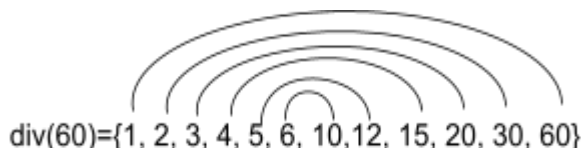
El $\mathrm{mcd}(12, 20) = 2 \cdot 2 = 2^2 = 4$ i el $\mathrm{mcm}(12, 20) = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 60$

Els diagrames de Venn es troben en la classificació del conjunt de nombres:



Font: [wikimedia](#)

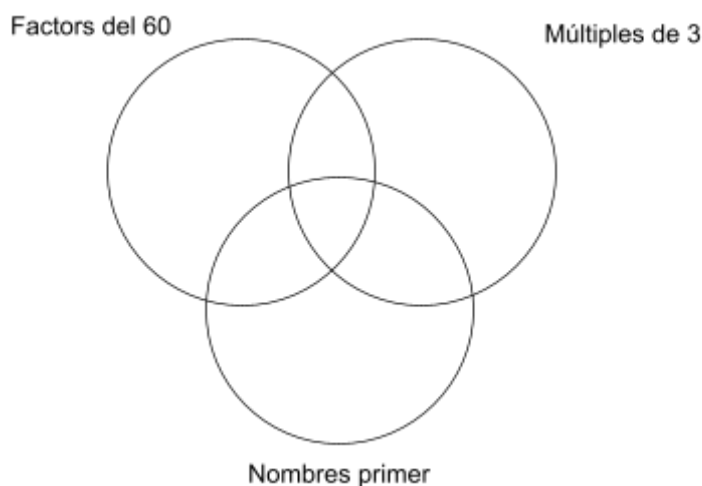
Per trobar tots els divisors d'un nombre és recomanable anar-los trobant amb el format visual de l'arc de Sant Martí, exemple:



Font: elaboració pròpia

Un altre exercici numèric, “[Number Venn](#)”, on el diagrama de Venn és útil per entendre conceptes relacionats amb la factorització en diferents estats és el següent:

Situa els diferents nombres dins el diagrama: 3, 5, 6, 12, 30, 7, 33, 31, 20, 15



Font: elaboració pròpia

Per a treballar el **saber #1.ALG.PC.E:**

El “[garbell d'Eratòstenes](#)” és un algorisme molt eficient per trobar tots els nombres primers menors que un nombre donat. Tot i que en general les taules per fer el garbell solen ser en files de 10 (i arriben al 100) ([jcllc](#)), no cal i es poden crear diferents distribucions amb altres múltiples (i altre nombre final), com per exemple, el 6 i 112.

Durant el procés de l'algorisme, es generen preguntes: Aneu ratllant els nombres linealment o veieu alguna drecera per descartar-los més ràpid? Fins on pareu per estar segur que heu trobat tots els nombres primers? Com es diuen els ratllats? Veieu alguna relació en la distribució dels nombres primers?

La “[conjectura de Collatz](#)” i les seves [variants](#) són una bona font per crear algorismes i fer-se preguntes de caràcter matemàtic. Per combinar-ho amb la programació visual per blocs, pot ser útil aquesta [campanya](#) d'exploracions matemàtiques.

Dissenyar un algorisme que ajudi a explicar la solució al problema de com aconseguir mesurar exactament 4 litres amb l'ajuda de dues botelles de 5 i 3 litres i una font d'aigua ([Calaix+ie](#)). Hi ha un parell d'alternatives aquest problema a [Plan Ceibal](#).

Dibuixar línies poligonals seguint criteris geomètrics donats, com polígons regulars ([Ateneu](#)), en programació visual, donen un bon context complet que implica el disseny, codificació i depuració. Aquesta programació pot incorporar blocs iteratius, instruccions condicionals i variables.

Per a treballar el **saber #1.ALG.PC.F:**

Només amb l'ajuda de quatre quates, trobar les seqüències d'operacions per tal d'arribar als valors del 0 al 10 (i anar progressant fins al 100 segons es vegin les habilitats dels alumnes). En aquesta activitat es recomana fer servir la calculadora perquè la finalitat és conscienciar de la jerarquia de les operacions i com hi actuen en una calculadora científica.

Per altra banda, en aquest nivell és bo assegurar-se que saben fer servir la calculadora, evitant els següents errors:

- No tenir en compte la jerarquia d'operacions i no fer servir parèntesis correctament, per exemple, quan volen calcular una expressió com “ $2 + 3 \times 4$ ”, podrien escriure “ $2 + 3 \times 4$ ” sense parèntesis i obtenir “14” en lloc de “ $(2 + 3) \times 4$ ”, que dona “20”.

- No entendre l'arrodoniment que fa la calculadora en els nombres decimals que ocupen més que tota la pantalla, en particular en el cas dels decimals periòdics.
- No fer servir la tecla "SHIFT" o "ALPHA" per accedir a les funcions secundàries.
- No comprendre la notació científica en algunes calculadores de l'estil "2.5E3".

Una reflexió que es pot fer dins l'àmbit de treball amb la calculadora és preguntar-se: "És possible escriure qualsevol nombre en una calculadora o un ordinador?" Serà interessant descobrir que existeix una recta digital finita a través de la qual s'aproxima la recta real. Aquestes consideracions estan lligades a la idea de precisió i errors d'aproximació.

Per a treballar el **saber #1.ALG.PC.G**:

Algunes propostes per tal que l'alumnat vagi adquirint confiança en el programa de geometria dinàmica GeoGebra, al mateix temps que aprèn conceptes matemàtics poden ser:

- Construir i descobrir les rectes i els punts notables d'un triangle.
- Sense l'ajuda de les eines directes, construir amb "regle i compàs", és a dir, amb rectes i circumferències, la mediatriu d'un segment, una alçada d'un triangle o la bisectriu (interior) d'un angle.
- Lligat a la proposta anterior i gamificat, es pot portar a l'aula [Euclid: the Game](#).
- Aplicacions de mòbil com Pythagorea i Euclidea.
- Mostració de la relació entre l'angle central i els angles inscrits i circumscrits d'una circumferència.
- Mostració del recíproc del teorema de Pitàgores.

Blocs de competències: processos matemàtics i gestió socioemocional

El conjunt de sabers que constitueixen el sentit algebraic, com tots els altres sentits, s'han de relacionar amb el conjunt de competències del currículum. Sense un coneixement dels sabers difícilment es poden desenvolupar els processos per avançar en l'assoliment de les competències i, d'altra banda, la manera com s'introdueixen, es construeixen i s'utilitzen els sabers és clau per poder realitzar un treball competencial.

Així doncs, tots els sabers poden contribuir a desenvolupar qualsevol competència si es treballen en activitats adequades. Igualment, un saber pot contribuir a desenvolupar diverses competències

Es presenta la relació entre els sentits i les competències específiques a través dels processos: Resolució de problemes (competències específiques CE 1 i CE 2), Raonament i prova (competències específiques CE 3 i CE 4), Connexions, on distingim les internes (competència específica CE 5) i les externes (competència específica CE 6), Comunicació i representació (competència específica CE 7) i Gestió socioemocional (competències específiques CE 8 i CE 9).

Aquesta relació, pel que fa al sentit algebraic, es concreta, en el marc d'aquest exemple, de la manera que es descriu en els apartats següents, tot i que poden existir altres anàlisis igualment vàlides.

Resolució de problemes (CE 1 i CE 2)

La introducció del llenguatge algebraic ofereix a l'alumnat l'oportunitat d'abordar problemes matemàtics amb la potència de les eines algebraiques. En la resolució de molts problemes, el primer pas és comprendre bé l'enunciat, i sovint a 1r d'ESO, el segon consisteix a traduir aquest enunciat a una representació simbòlica que conté una quantitat desconeguda, una equació. Mitjançant tècniques algebraiques, es podrà resoldre aquesta equació i interpretar-ne el resultat dins del context del problema. El sentit algebraic proporciona, doncs, moltes possibilitats per treballar la resolució de problemes, especialment en la comprensió dels enunciats i la seva traducció al llenguatge matemàtic, en aquest cas, algebraic (CE 1). També pel que fa a la interpretació dels resultats, la validesa dels quals pot estar condicionada pel context del problema (CE 2).

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la resolució de problemes són, entre altres:

- El **saber #1.ALG.MM.B**, que és essencial, contribueix clarament al desenvolupament de la CE 2.
- El **saber #1.ALG.ID.H**, considerat essencial, s'alinea absolutament amb les competències CE 1 i CE 2.
- El bloc de Pensament computacional (**#1.ALG.PC**) també té una connexió important amb les competències CE 1 i CE 2. En particular, destaca el **saber #1.ALG.PC.D**, rellevant per a la interpretació i traducció d'un problema a un model matemàtic i, per tant, per a la CE 1.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de resolució de problemes. Per exemple:

- La col·lecció de problemes de la primera fase del "Fem Matemàtiques" (citada a propòsit dels **sabers #1.ALG.PA.A** i **#1.ALG.PA.B**) és una eina excel·lent per contribuir al desenvolupament de les competències CE 1 i CE 2, entre d'altres.
- El problema d'obrir i tancar portes (**#1.ALG.PA.A**) presenta un context molt bo on cal entendre les instruccions, prendre decisions i utilitzar tant conceptes com eines matemàtiques per resoldre les qüestions plantejades (CE 1), així com donar resposta raonada a les preguntes i formular-ne de noves (CE 2).
- El problema de l'ARC, "[Anem a fer llimonada](#)", així com els de la "Mousse de xocolata" i "La triatló i les calories", esmentats en el bloc de Model matemàtic, també són bones oportunitats per treballar les CE 1 i CE 2.
- Les exploracions sobre la conjectura de Collatz i altres regularitats matemàtiques (presentades en el **saber #1.ALG.PC.E**) poden contribuir tant al desenvolupament de la competència CE 4, relativa al pensament computacional, com a les CE 1 i CE 2.

Raonament i prova (CE 3 i CE 4)

En tot l'aprenentatge de l'àlgebra, la comprensió del significat dels símbols és un punt clau, que cal tenir en compte per poder fer raonaments de tot tipus. La manipulació de símbols algebraics, així com de dibuixos i gràfics, ens permet descobrir noves relacions, buscar equivalències entre expressions aparentment diferents i trobar justificacions generals. A l'hora d'emprar les eines algebraiques en situacions contextualitzades, hem de procurar que l'aplicació mecànica de regles no substitueixi els processos de raonament ni amagui els significats dels símbols i expressions derivats del context (CE 3). Tot el bloc de Pensament computacional està profundament lligat al raonament i associat a la competència CE 4.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar el raonament són, entre altres:

- La identificació de patrons (**saber #1.ALG.PA.A** i **saber #1.ALG.PA.B**) permet desenvolupar la capacitat de raonament lògic i d'argumentació (CE 3).
- En el bloc **#1.ALG.ID**, i en particular en el **saber #1.ALG.ID.H**, es remarca que la manipulació simbòlica no ha de substituir el necessari raonament, un aspecte totalment alineat amb la competència CE 3.
- La competència CE 4 està molt vinculada al bloc de Pensament computacional (**#1.ALG.PC**). Tanmateix, aquest bloc també està fortament relacionat amb el raonament lògic i la competència CE 3. Per exemple, el **saber #1.ALG.PC.A**, que és un saber essencial, destaca l'estratègia de descomposició de problemes complexos en parts més simples, una idea que correspon a la segona regla del *Discurs del mètode* de René Descartes.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers fan referència directa al procés de raonament i prova. Per exemple:

- La investigació del problema "Xiprers i pomeres" (relacionat amb els **sabers #1.ALG.PA.A i #1.ALG.PA.B**) ensenya a l'alumnat a raonar per identificar un patró, una fórmula o un model matemàtic, contribuint al desenvolupament de la competència CE 3.
- L'activitat d'obrir i tancar portes (esmentada en relació amb el **saber #1.ALG.PA.A**) planteja la necessitat de fer un raonament que justifiqui el resultat obtingut (CE 3).
- L'activitat "pràctica productiva d'operacions combinades" (**saber #1.ALG.PA.B**) promou el raonament a través dels patrons per arribar a una conclusió, contribuint així al desenvolupament de la CE 3.
- Les tasques Bebras (citades en el bloc de Pensament computacional **#1.ALG.PC**) són un material excel·lent per promoure el raonament, l'argumentació (CE 3) i el pensament computacional (CE 4).
- Quan es menciona el **saber #1.ALG.PC.D** i s'esmenten els diagrames de Venn, s'està fent referència a una eina de representació que pot promoure el raonament i l'argumentació (CE 3).

Connexions amb altres parts de la matemàtica (CE 5)

L'àlgebra es relaciona amb la majoria dels sentits matemàtics, però probablement és amb el sentit numèric i l'espacial, juntament amb el de la mesura, on trobem un major nombre de connexions. El bloc de sabers de Pensament computacional també presenta riques connexions amb altres blocs i sentits. Aquesta connectivitat interna dins del cos de coneixements matemàtics és un dels seus aspectes més fascinants i, alhora, ofereix oportunitats didàctiques valuoses: cada vegada que l'alumne/a descobreix aquestes connexions internes, consolida els seus aprenentatges. Totes aquestes connexions representen ocasions per contribuir al desenvolupament de la competència CE 5.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions internes són, entre altres:

- El **saber #1.ALG.PA.B**, que fa referència a patrons.
- Els **sabers #1.ALG.MM.A i #1.ALG.MM.B** del bloc Model matemàtic. La idea de proporcionalitat està present en àrees diverses de la matemàtica, com també ho està la necessitat d'interpretar les solucions dels problemes contextualitzats.
- El concepte de variable per expressar quantitats indeterminades, **saber #1.ALG.VA.A**.
- El llenguatge simbòlic, en el qual l'alumnat comença a iniciar-se, és un element especialment característic de tot el cos matemàtic, per això cal destacar l'aspecte transversal dels **sabers #1.ALG.ID.A, #1.ALG.ID.B, #1.ALG.ID.C, #1.ALG.ID.D i #1.ALG.ID.F**.
- Alguns dels sabers del bloc de Pensament computacional són transversals a molts temes matemàtics. És el cas dels **sabers #1.ALG.PC.A, #1.ALG.PC.B, #1.ALG.PC.C i #1.ALG.PC.D**.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers aporten o utilitzen connexions internes. Per exemple:

- L'activitat "pràctica productiva d'operacions combinades" (**saber #1.ALG.PA.B**) potencia la cerca de patrons en un context numèric.
- La relació natural de l'àlgebra amb el sentit numèric, tal com es descriu a propòsit del **saber #1.ALG.ID.B**.
- Els aspectes de "geometrització" del raonament algebraic, com el que es mostra a propòsit del **saber #1.ALG.ID.A**, o les tires o dibuixos de rectangles per resoldre equacions senzilles, esmentats a propòsit del **saber #1.ALG.ID.E**.

- La idea d'iteració continguda en la tècnica del “cover up” comentada a propòsit del **saber #1.ALG.ID.F**.
- Les eines digitals, que es troben entre el bloc de Pensament computacional (**#1.ALG.PC**) i altres parts de la matemàtica (calculadores, fulls de càlcul, programes de geometria dinàmica...).

Connexions amb altres matèries i amb l'entorn (CE 6)

L'àlgebra, com a eina per resoldre problemes, té utilitat en moltes disciplines, especialment les científiques. Els sabers del sentit algebraic, en particular els models matemàtics, el pensament computacional i el llenguatge simbòlic, tenen una presència important en l'àmbit científic i tecnològic. Sovint s'ha dit que l'àlgebra és el llenguatge de la ciència perquè contribueix a la formulació, representació i resolució de problemes científics, tot facilitant l'anàlisi i la comprensió de fenòmens en disciplines com la física, la química, l'enginyeria o la biologia. A primer curs de l'ESO, la descoberta d'aquest fet per part de l'alumnat és encara incipient, però, a mesura que s'avanci en els cursos de secundària, es farà cada cop més evident. No s'hauria de perdre cap oportunitat per posar-ho de manifest i així contribuir al desenvolupament de la competència CE 6.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar les connexions externes són, entre altres:

- Els patrons (**#1.ALG.PA**) permeten connectar les matemàtiques amb nombroses àrees del coneixement: altres ciències, música, arts visuals, tecnologia... Igualment, la modelització matemàtica (**#1.ALG.MM**) implica la construcció de models matemàtics per estudiar fenòmens naturals i socials. Aquests dos blocs del sentit algebraic reforcen la CE 6.
- El concepte de variable en el context del pensament computacional (**#1.ALG.VA.C**) és una connexió externa que enllaça amb la programació de codi. Tot el bloc de Pensament computacional (**#1.ALG.PC**) ofereix moltes aplicacions externes, un camp idoni per treballar la competència CE 6.
- En dos àmbits diferents, els **sabers #1.ALG.ID.A** i **#1.ALG.ID.H** expliciten la importància del context extern, reforçant també la CE 6. Cal destacar que, a 1r d'ESO, s'utilitzen sobretot contextos propers a l'alumne/a.
- El llenguatge simbòlic, en què l'alumnat comença a iniciar-se a 1r d'ESO (**#1.ALG.ID**), és un element característic de tota la ciència. La descoberta d'aquest fet és fonamental per al desenvolupament de la competència CE 6.

Recursos

Molts dels recursos descrits per treballar diferents sabers del sentit algebraic ofereixen oportunitats per fer connexions externes. Per exemple:

- A propòsit del bloc de sabers **#1.ALG.MM**, es planteja la resolució de problemes contextualitzats en situacions de proporcionalitat: "[Anem a fer llimonada](#)", "La Mousse de xocolata", "El triatló i les calories".
- A propòsit del **saber #1.ALG.VA.A**, hi ha una connexió literària molt interessant per introduir l'expressió de quantitats indeterminades: un fragment de l'obra “El Petit Príncep” d'Antoine de Saint-Exupéry, on el Petit Príncep demana a l'aviador que li dibuixi un be. Es tracta d'una connexió que, alhora, és un bon recurs didàctic. Aquesta connexió també s'esmenta a propòsit del **saber #1.ALG.ID.B**.
- El **saber #1.ALG.VA.D**, referent a les variables estadístiques, s'hauria de tractar de manera integrada amb els sabers del sentit estocàstic, en contextos pràctics com la realització d'estudis estadístics reals.
- Els recursos associats al pensament computacional (maneig d'eines digitals, activitats de pensament computacional “desendollat”, programació de codi...) connecten molt bé amb el camp STEM.

Comunicació i representació (CE 7)

Comunicar és un procés important. Quan una persona comunica, no només està compartint idees, sinó que també es veu obligada a ordenar-les, estructurar-les i expressar-les correctament per fer-se entendre. En matemàtiques, la comunicació té molta rellevància i està associada a la representació (gràfica, simbòlica, tabular, esquemàtica...). L'àlgebra, en particular, aporta un llenguatge per expressar de manera general i interpretar de forma sintètica propietats i relacions numèriques o relacions entre variables mitjançant fórmules de diferents tipus. Des d'una perspectiva més àmplia, és interessant destacar que el llenguatge i les tècniques algebraiques s'empren en tots els àmbits científics i tecnològics. Sovint, les expressions simbòliques són representacions abstractes de situacions contextualitzades. Per això, en les primeres etapes de l'aprenentatge de l'àlgebra, és recomanable convidar l'alumnat a explicitar amb paraules tant el significat de les expressions algebraiques que utilitza com les estratègies que fonamenten les transformacions d'aquestes expressions. Aquest procés matemàtic es concreta en la competència CE 7.

Sabers

A tall d'exemple, alguns sabers d'aquest sentit que poden ajudar a reforçar la comunicació i la representació són, entre altres:

- El treball entorn del **saber #1.ALG.PA.A**, en un primer estadi, convida l'alumne/a a descriure verbalment el patró i a explicar la regla de formació de manera senzilla, clara, precisa i emprant el vocabulari adequat. Aquesta explicació és ja un pas important cap a la generalització i l'abstracció.
- L'expressió de quantitats indeterminades o desconegudes a través de variables (**saber #1.ALG.VA.A**) s'ha d'entendre com un element de representació. Igualment, el **saber #1.ALG.ID.C** també està vinculat a la competència CE 7, ja que pretén expressar, primer amb paraules i després amb símbols, condicions d'igualtat on hi ha alguna quantitat desconeguda que es vol trobar.
- El **saber #1.ALG.PC.D** fa referència a la utilització de recursos gràfics (quadres, fletxes, diagrames de flux, diagrames de Venn...) per representar i descriure situacions matemàtiques i, per tant, també pot contribuir a desenvolupar la competència CE 7.
- Encara en el camp del pensament computacional, el **saber #1.ALG.PC.E** fa referència al disseny, representació i comunicació de seqüències ordenades d'instruccions que poden ser executades per una persona o per un ordinador. Aquest saber, tan proper a la programació de codi, també pot contribuir al desenvolupament de la competència CE 7.

Recursos

Molts dels recursos esmentats per treballar diferents sabers del sentit algebraic fan referència al procés de comunicació i representació. Per exemple:

- En problemes com el d'obrir i tancar portes (a propòsit del **saber #1.ALG.PA.A**), la formulació i discussió de conjectures comporta un exercici de comunicació que contribueix al desenvolupament de la competència CE 7.
- La idea d'una caixeta per contenir quantitats indeterminades (a propòsit dels **sabers #1.ALG.VA.A**, **#1.ALG.VA.C** i **#1.ALG.ID.B**) és una excel·lent representació de variable que pot resultar molt aclaridora per a l'alumnat. També resulta interessant la idea de representar certes condicions d'igualtat a través d'una balança equilibrada (a propòsit del **saber #1.ALG.ID.C**). Aquestes són representacions molt potents.
- La comprensió dels enunciats de problemes, la seva traducció a llenguatge matemàtic i la interpretació dels resultats en el context del problema (a propòsit del **saber #1.ALG.ID.H**) també són elements de comunicació i representació que contribueixen a millorar la competència CE 7.

Gestió socioemocional (CE 8 i CE 9)

Tot i que a l'educació primària ja s'han introduït algunes idees inicials d'àlgebra, a 1r d'ESO es comencen a treballar aspectes més rellevants del llenguatge algebraic, com els models matemàtics i les equacions. És

fonamental reconèixer i atendre les dificultats que aquest salt cap a l'abstracció pot suposar per a alguns/es alumnes. Si aquest pas es fa de manera gradual i acollidora, augmentarà l'autoconfiança de l'alumnat en les seves capacitats matemàtiques, proporcionant-los eines per afrontar la resolució de problemes amb més seguretat i perseverança, i facilitant la seva col·laboració en grup, discutint estratègies matemàtiques i interaccionant de manera positiva amb altres persones.

La descoberta d'un nou i fascinant territori matemàtic, la comprensió de les seves aplicacions en situacions reals i la sensació de dominar millor la matemàtica incrementen la motivació i contribueixen a desenvolupar la identitat matemàtica de l'alumnat.

La gestió socioemocional està vinculada a dues competències específiques:

- CE 8, relacionada amb el desenvolupament d'habilitats personals com les creences, les actituds i les emocions envers les matemàtiques.
- CE 9, centrada en el desenvolupament d'habilitats socials com el treball en equip i la presa de decisions.

A continuació s'indiquen alguns aspectes que, treballats des del sentit algebraic, poden contribuir al desenvolupament de les competències CE 8 i CE 9.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 8

- El pas de primària a secundària és un repte per a molts/es alumnes. En el cas de les matemàtiques, un dels canvis més significatius és la introducció més decidida del llenguatge algebraic. Aprendre qualsevol llenguatge pot ser complicat, i el llenguatge algebraic no n'és una excepció. Allò que sembla senzill per a la persona habituada, pot ser un gran salt per a qui s'hi està iniciant. És crucial dedicar temps perquè l'aprenentatge sigui significatiu i sòlid, anant més enllà de la simple aplicació de regles mecàniques i posant especial atenció al significat dels símbols, les expressions i els procediments de transformació. Aquest procés ha de cuidar-se per evitar que cap alumne/a quedi enrere o perdi la confiança en les seves habilitats matemàtiques.
- El **saber #1.ALG.PC.H** del bloc de Pensament computacional està estretament vinculat a la gestió socioemocional, posant èmfasi en valors com l'autoconfiança, la persistència, l'adaptabilitat, la flexibilitat, la creativitat, la col·laboració i la gestió constructiva de l'error. Aquesta idea és plenament aplicable més enllà de l'àmbit del pensament computacional.
- Destacar les aportacions matemàtiques fetes per homes i dones d'arreu i en diferents moments de la història pot resultar inspirador. En aquest context, a 1r d'ESO, serà rellevant mencionar figures com al-Khwarizmi (relacionat amb el mot "algorisme" i, a través del nom d'una de les seves obres, amb el mot "àlgebra") o Ada Lovelace (vinculada a l'origen del pensament computacional).
- És bo que l'alumnat prengui consciència dels avenços que fa en l'aprenentatge algebraic i de com aquest coneixement potencia la seva capacitat per resoldre problemes. Això contribueix al fet que comencin a apreciar la bellesa i la utilitat de les matemàtiques.

Alguns aspectes que poden contribuir al desenvolupament de la competència CE 9

L'àlgebra ofereix grans oportunitats per treballar en equip, promovent actituds positives, implicació en la presa de decisions i respecte per les aportacions dels altres, superant qualsevol idea limitant sobre les habilitats pròpies o alienes en matemàtiques. A continuació, es destaquen quatre activitats concretes en aquest àmbit:

- La col·lecció de problemes de la primera fase del "Fem Matemàtiques" (citat a propòsit del **saber #1.ALG.PA.A** i **saber #1.ALG.PA.B**), amb la seva complexitat i obertura, és ideal per desenvolupar competències socioemocionals relacionades amb el treball en grup.
- El treball en equip entorn del **saber #1.ALG.MM.B** convida a analitzar les solucions d'un problema, prendre decisions en conseqüència i, si escau, formular prediccions.
- Les tasques Bebras (citades com a recurs a propòsit del **saber #1.ALG.PC.A**) són una excel·lent oportunitat per treballar en equip i consolidar les bases del pensament computacional.

- Algunes activitats relacionades amb el pensament computacional "desendollat", com ara el disseny i execució d'algoritmes, resulten especialment enriquidores quan es fan en grup.