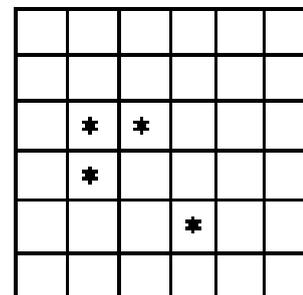


2013 г.

5 класс

1. Расставить вдоль сторон треугольника цифры 1, 2, 3,..., 9 так, чтобы сумма цифр вдоль каждой стороны равнялась 20-ти. Цифра, стоящая в вершине треугольника, принадлежит каждой из сторон, выходящих из этой вершины.

2. Квадратный торт с четырьмя розочками надо разрезать на 4 равных куска так, чтобы на каждом было по розочке. Нарисуйте, как это сделать.



3. Решите числовой ребус  $AAAA - BBB + CC - K = 1234$  (одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами – разные цифры)

4. Можно ли с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь определить хотя бы одну настоящую монету из пяти одинаковых по внешнему виду, если известно, что среди этих монет 3 настоящие и 2 фальшивые, одна из которых легче, а другая тяжелее настоящих монет.

5. В школьном дневнике 48 листов. Вова пронумеровал страницы дневника по порядку числами от 1 до 96. В один из дней Вове поставили в дневник двойку. Чтобы скрыть этот факт от родителей, он вырвал из дневника лист с двойкой, а тогда из дневника выпал и тот лист, который соединялся с вырванным листом. Можно ли найти сумму номеров страниц, удаленных Вовой из дневника? Если можно, найдите ее.

6. На доске написаны 10 единиц и 10 двоек. За ход разрешается стереть две любые цифры и, если они были одинаковыми, написать двойку, а если разными - единицу. Если последняя оставшаяся на доске цифра - единица, то выиграл первый игрок, если двойка - то второй. Кто выигрывает?

Решения. 5 класс

1. **Решение.** Сумма цифр от 1 до 9 равна:  
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ .



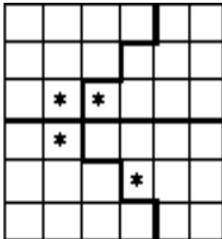
При сумме цифр 20 вдоль каждой стороны сумма цифр по трем сторонам равна 60.

Полученная разность  $60 - 45 = 15$  объясняется тем, что каждая из цифр, размещенных в вершинах треугольника, принадлежит двум сторонам и суммируется дважды.

Следовательно, сумма стоящих в вершинах цифр, равна 15.

На рисунке приведен один из вариантов размещения цифр. Могут быть другие варианты.

2.



3. Ответ.  $2222 - 999 + 11 - 0 = 1234$

**4. Решение.** Если при взвешивании двух монет - по одной на каждой чашке весов - устанавливается равновесие, то обе монеты настоящие, в противном случае по крайней мере одна из них фальшивая. Значит, решение задачи таково: при первом взвешивании на каждую чашку весов кладем по одной монете. В случае равенства мы нашли сразу две настоящие монеты. Если же чашки не уравновешены, то откладываем эти монеты в сторону и взвешиваем третью и четвертую монеты. В случае равенства мы вновь нашли две настоящие монеты. Если же и среди этих монет есть фальшивая, то оставшаяся пятая монета настоящая.

**5. Решение.** Пронумеруем подряд листы дневника числами от 1 до 48. Удаленные листы одинаково отстоят: один от начала, другой от конца дневника, т.е. была удалена одна из следующих пар листов (1;48), (2;47), ..., (23;26), (24;25). Сумма номеров страниц, стоящих на листах каждой пары, одна и та же и не изменяется. Поэтому она равна сумме номеров страниц, стоящих, например, на паре листов (1;48), т.е.  $1 + 2 + 95 + 96 = 194$ .

**Ответ: 194**

**6. Решение.** Будем следить за суммой чисел, написанных на доске. Заметим, что при каждом ходе она не изменяется, так как либо вычитается чётное число и прибавляется двойка, либо вычитается нечётное число и прибавляется единица. Поскольку вначале сумма чисел была чётной, то последняя цифра, оставшаяся на доске, чётна, то есть это двойка. Поэтому выигрывает второй игрок.

