

Тип занятия: комбинированное занятие

Тема занятия: «Преобразование выражений с корнями n -ой степени»

Цель занятия:

Деятельностная:

– формирование у учащихся умений выполнять преобразования иррациональных выражений.

Содержательная:

– закрепить представление о корне n -ой степени;

– расширить знания учеников за счет включения новых определений: степень с рациональным показателем;

– познакомиться с задачами на использование свойств корня n -ой степени при решении различных задач.

Оборудование занятия: доска, учебник.

План занятия:

1. Корень n -ой степени и его свойства (повторение).
2. Степень с рациональным показателем.
3. Задания с решением.
4. Задачи для самостоятельного решения

Ход занятия

1. Корень n -ой степени и его свойства

Определение:

Корнем n -ой степени (n – натуральное число, отличное от 1) из числа a называется такое число b , n -ая степень которого равна числу a .

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ где } a = b^n.$$

Определение:

Арифметическим корнем n -ой степени от отрицательного числа a называется неотрицательное число b , n -ая степень которого равна числу a .

Свойства:

Для положительных чисел a, b при $n \in \mathbb{N}$, $k \in \mathbb{Z}$ для корней n -ой, k –ой степени

1. $(\sqrt[n]{a})^n = a$;
2. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$;
3. $\sqrt[nk]{a^k} = \sqrt[n]{a}$;
4. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;
5. $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$;
6. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$.

2. Степень с рациональным показателем

Определение:

Степенью числа $a > 0$ с рациональным показателем $\frac{m}{n}$ называется значение корня n -ой степени из числа a^m .

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Свойства:

Для любых чисел a, b , для любых целых чисел m, n

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;
2. $a^m : a^n = a^{m-n}$;
3. $(a^m)^n = a^{mn}$;
4. $(ab)^n = a^n \cdot b^n$;
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$;
6. если $m > n$, то $a^m > a^n$ при $a > 1$;

$$a^m < a^n \text{ при } 0 < a < 1.$$

Свойства:

Для $a > 0, b > 0$ и любых рациональных чисел r, s

1. $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$;
2. $a^r : a^s = a^{r-s}$;
3. $(a^r)^s = a^{rs}$;
4. $(ab)^r = a^r \cdot b^r$;
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$;
6. если r - рациональное число и $0 < a < b$,

$$\text{то } a^r > b^r \text{ при } r > 0;$$

$$a^r > b^r \text{ при } r < 0$$

7. Для рациональных чисел r, s из неравенства $r > s$, получаем $a^r > a^s$ при $a > 1$, $a^r < a^s$, при $0 < a < 1$.

3. Задания с решением

Пример 1. Вычислите:

а) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}}$; б) $\sqrt[3]{27}$.

Решение:

а) $\sqrt[4]{\frac{81}{256}} = \frac{3}{4}$ и $\sqrt[4]{\frac{81}{256}} = -\frac{3}{4}$, так как $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$ и $\left(-\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$.

Ответ: $\frac{3}{4}$ и $-\frac{3}{4}$

б) $\sqrt[3]{27} = 3$, так как $3^3 = 27$.

Ответ: 3

Пример 2. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{16 \cdot 625}$; б) $\sqrt[4]{5 \frac{1}{16}}$ в) $\sqrt[21]{2187}$ г) $\sqrt[4]{9 - \sqrt{65}} \cdot \sqrt[4]{9 + \sqrt{65}}$

Решение:

а) $\sqrt[4]{16 \cdot 625} = \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{625} = 2 \cdot 5 = 10$

Ответ: 10

б) $\sqrt[4]{5 \frac{1}{16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{16}} = \frac{3}{2}$

Ответ: $\frac{3}{2}$

$$\text{в) } \sqrt[21]{2187} = \sqrt[21]{3^7} = \sqrt[3]{3}$$

Ответ: 3

$$\begin{aligned} \text{г) } \sqrt[4]{9 - \sqrt{65}} \cdot \sqrt[4]{9 + \sqrt{65}} &= \sqrt[4]{(9 - \sqrt{65}) \cdot (9 + \sqrt{65})} = \sqrt[4]{(9)^2 - (\sqrt{65})^2} \\ &= \sqrt[4]{81 - 65} = \sqrt[4]{16} = 4 \end{aligned}$$

Ответ: 4

Пример 3. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$\text{а) } \sqrt[4]{243b^4} \quad \text{б) } \sqrt[5]{-128a^7}$$

Решение:

$$\text{а) } \sqrt[4]{243b^4} = \sqrt[4]{3 \cdot 80b^4} = 3b\sqrt[4]{3}$$

Ответ: $3b\sqrt[4]{3}$

$$\text{б) } \sqrt[5]{-128a^7} = \sqrt[5]{-4 \cdot 32a^2a^5} = -2a\sqrt[5]{4a^2}$$

Ответ: $-2a\sqrt[5]{4a^2}$

Пример 4. Внесите под знак корня:

$$\text{а) } 4\sqrt[3]{3} \quad \text{б) } ab\sqrt[8]{\frac{5b^3}{a^7}}$$

Решение:

а) $4\sqrt[3]{3}$, так как корень третьей степени, внесем число 4 под корень с показателем 3.

$$4\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{4^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{192}$$

Ответ: $\sqrt[3]{192}$

б) $ab\sqrt[8]{\frac{5b^3}{a^7}}$, так как корень восьмой степени, внесем число a , b под корень с показателем 8.

$$ab\sqrt[8]{\frac{5b^3}{a^7}} = \sqrt[8]{a^8 b^8 \frac{5b^3}{a^7}} = \sqrt[8]{5ab^{16}}$$

Ответ: $\sqrt[8]{5ab^{16}}$

4. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Вычислите:

$$\text{а) } \sqrt[5]{-\frac{1}{32}}; \quad \text{б) } \sqrt[3]{64}$$

Задача 2. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4} \quad \text{б) } \sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} \quad \text{в) } \sqrt[7]{128^3}$$

Задача 3. Вынесите множитель из-под знака корня:

$$\text{а) } \sqrt[4]{45a^4b^6}$$

Задача 4. Внесите под знак корня:

$$\text{а) } -b\sqrt[4]{3}$$

Задание на дом:

1. Повторить формулы сокращенного умножения, свойства квадратного корня.
2. Выполнить задания для самостоятельного решения.
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : базовый и углубленный уровни : учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. – 10-е изд., стер. – Москва : Просвещение, 2022. – 463

§5 с. 24-29, № 61, №62

Выполненную работу необходимо сфотографировать и отправить на почтовый ящик pushistaV@yandex.ru, [Бережная Валерия Александровна](#) (VK)

ОБЯЗАТЕЛЬНО ПОДПИСЫВАЕМ РАБОТУ НА ПОЛЯХ + в сообщении указываем дату/группу/ФИО