

Тема уроку. Первісна. Таблиця первісних.

Мета уроку: формувати поняття первісної функції, знання таблиці первісних; розвивати пам'ять, математичну грамотність; виховувати самостійність, вміння розраховувати час.

I. Організаційний момент. *Учитель повідомляє тему, мету уроку.*

II. Мотивація навчання.

III. Сприймання і усвідомлення поняття первісної.

Згадаємо приклад з механіки. Якщо $t=0$ $v(0)=0$, то при вільному падінні

тіло на момент часу t пройде шлях $s(t) = \frac{gt^2}{2}$ (1). Формулу (1) знайшов Галілей експериментально.

Диференціюванням знаходимо швидкість: $s'(t) = v(t) = gt$ (2). Друге диференціювання дасть прискорення: $v'(t) = a(t) = g$ (3), тобто прискорення стає.

Проте типовим для механіки є інший випадок: дано прискорення точки $a(t)$, треба знайти закон зміни швидкості $v(t)$, а також координату $s(t)$.

Для розв'язування таких задач застосовують операцію **інтегрування**, обернену до операції диференціювання.

Означення. Функція F називається первісною для функції f на заданому проміжку, якщо для всіх x з цього проміжку $F'(x) = f(x)$.

IV. Виконання вправ.

1. Доведіть, що функція F – первісна для f на зазначеному проміжку.

a) $F(x) = \frac{x^3}{3}$, $f(x) = x^2$ на інтервалі $(-\infty; \infty)$.

Розв'язання: $F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' = \frac{1}{3}3x^2 = x^2 = f(x)$ для всіх $x \in (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = 2\sqrt{x}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x \in (0; \infty)$.

Розв'язання: $F'(x) = (2\sqrt{x})' = 2 \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} = f(x)$ для всіх $x \in (0; \infty)$.

c) $F(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = -\frac{1}{x^2}$, $x \in (-\infty; \infty)$.

Розв'язання: $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$. Рівність не виконується в точці 0. Проте на кожному з проміжків $(-\infty; 0)$ і $(0; \infty)$ функція F є первісною для f .

2. Доведіть, що функція F – первісна для функції f на зазначеному проміжку.

a) $F(x) = x^5$, $f(x) = 5x^4$, $x \in (-\infty; \infty)$.

Розв'язання: $F'(x) = (x^5)' = 5x^4 = f(x)$ для всіх $x \in (-\infty; \infty)$.

b) $F(x) = x^{-3}$, $f(x) = -3x^{-4}$, $x \in (0; \infty)$.

Розв'язання: $F'(x) = (x^{-3})' = -3x^{-4} = f(x)$ для всіх $x \in (0; \infty)$.

с) $F(x) = \frac{1}{7} x^7$, $f(x) = x^6$, $x \in (-\infty; \infty)$.

Розв'язання: $F'(x) = \left(\frac{1}{7} x^7\right)' = \frac{1}{7} 7x^6 = x^6 = f(x)$ для всіх $x \in (-\infty; \infty)$.

д) $F(x) = -\frac{1}{6} x^{-6}$, $f(x) = x^{-7}$, $x \in (0; \infty)$.

Розв'язання: $F'(x) = \left(-\frac{1}{6} x^{-6}\right)' = -\frac{1}{6} (x^{-6})' = -\frac{1}{6} (-6)x^{-7} = x^{-7} = f(x)$ для всіх $x \in (0; \infty)$.

V. Сприймання і усвідомлення таблиці первісних

Функція $f(x)$	k	$x^n (n \neq -1)$	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$
Загальний вигляд первісної $F(x)+C$	$kx+C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$-\cos x + C$	$\sin x + C$	$\tan x + C$	$-\cot x + C$

VI. Виконання вправ.

№ 328. Знайдіть одну з первісних для функції f на $\mathbb{R}$.

- а) $f(x) = 3,5$;
- б) $f(x) = 2x$;
- с) $f(x) = \cos x$;
- д) $f(x) = \sin x$.

Розв'язання:

а) $F(x) = 3,5x$;

б) $F(x) = 2 \frac{x^2}{2} = x^2$;

с) $F(x) = \sin x$;

д) $F(x) = -\cos x$.

№327. Чи є функція F первісною для функції f на зазначеному проміжку.

- а) $F(x) = 3 - \sin x$; $f(x) = \cos x$, $x \in (-\infty; \infty)$;
- б) $F(x) = 3 - x^4$; $f(x) = -4x^3$, $x \in (-\infty; \infty)$;
- с) $F(x) = \cos x - 4$; $f(x) = -\sin x$, $x \in (-\infty; \infty)$;

д) $F(x) = x^{-2} + 2$; $f(x) = \frac{1}{2x^3}$, $x \in (0; \infty)$.

Розв'язання: а) $F'(x) = (3 - \sin x)' = (3)' - (\sin x)' = 0 - \cos x = -\cos x$. Відповідь: ні.

Розв'язання: б) $F'(x) = (3 - x^4)' = (3)' - (x^4)' = 0 - 4x^3 = -4x^3 = f(x)$, $x \in (-\infty; \infty)$

Відповідь: так.

Розв'язання: с) $F'(x) = (\cos x - 4)' = -\sin x = f(x)$, $x \in (-\infty; \infty)$. Відповідь: так.

Розв'язання: d) $F'(x) = (x^{-2} + 2)' = -2x^{-3} + 0 = -\frac{2}{x^3}$. Відповідь: ні.

VII. Підведення підсумків уроку.

VIII. Домашнє завдання: р. 10 §1 № 329.

№ 329. Знайдіть одну з первісних для функції f на $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = -\sin x$, b) $f(x) = -x$, c) $f(x) = -4$, d) $f(x) = -\cos x$.