

Contrôle 1 : Mécanique du point matériel

CP 1^{ère} année 2017-2018

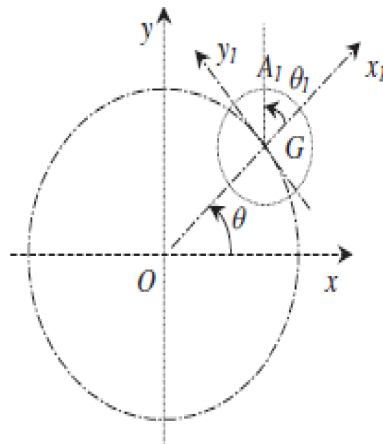
Durée : 2h

- La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- Donner les expressions littérales avant d'effectuer les applications numériques.

Exercice 1 : (4 pts)

Le repère d'espace $(G\vec{x}_1, G\vec{y}_1)$ du référentiel R_1 tourne autour de l'axe $O\vec{z}$ du référentiel R d'axe $(O\vec{x}, O\vec{y}, O\vec{z})$. Le point G décrit un cercle de rayon a constant, à la vitesse angulaire constante ω_0 . Dans R_1 le point A_1 décrit un cercle de centre G et de rayon r , avec la vitesse angulaire constante ω_1 (figure 1).

- 1) Exprimer la vitesse d'entraînement du point A_1 .
- 2) Exprimer les accélérations d'entraînement et de Coriolis du point A_1 .



Exercice 2 : (6 pts)

Soit dans un plan un référentiel R et un référentiel R_1 dont les repères d'espace sont formés respectivement des axes Ox, Oy et des axes Ox_1, Oy_1 . Le repère Ox_1, Oy_1 tourne à la vitesse

angulaire ω constante, autour de l'axe Oz perpendiculaire au plan. Un point M est mobile sur Ox_1 selon la loi :

$$\vec{OM} = \rho(t)\vec{u}_{x1} = (\rho_0 \cos \omega t)\vec{u}_{x1}$$

1) Calculer en fonction de ρ_0 et ω le vecteur vitesse $\vec{v}_{R1}$ de M dans le référentiel R_1 ainsi que le vecteur vitesse d'entraînement $\vec{v}_e$ du point M .

2) En déduire le module du vecteur vitesse $\vec{v}_R$ de M dans R et l'angle φ défini par $\varphi = (\vec{OM}, \vec{v}_R)$

3) Calculer le vecteur accélération $\vec{a}_{R1}$ de M dans R_1 , le vecteur accélération d'entraînement $\vec{a}_e$ du point M , le vecteur accélération de Coriolis $\vec{a}_c$ et l'accélération $\vec{a}_R$ de M dans R . Quelle est la valeur de l'angle $\psi = (\vec{OM}, \vec{a}_R)$?

Exercice 3 : (10 pts)

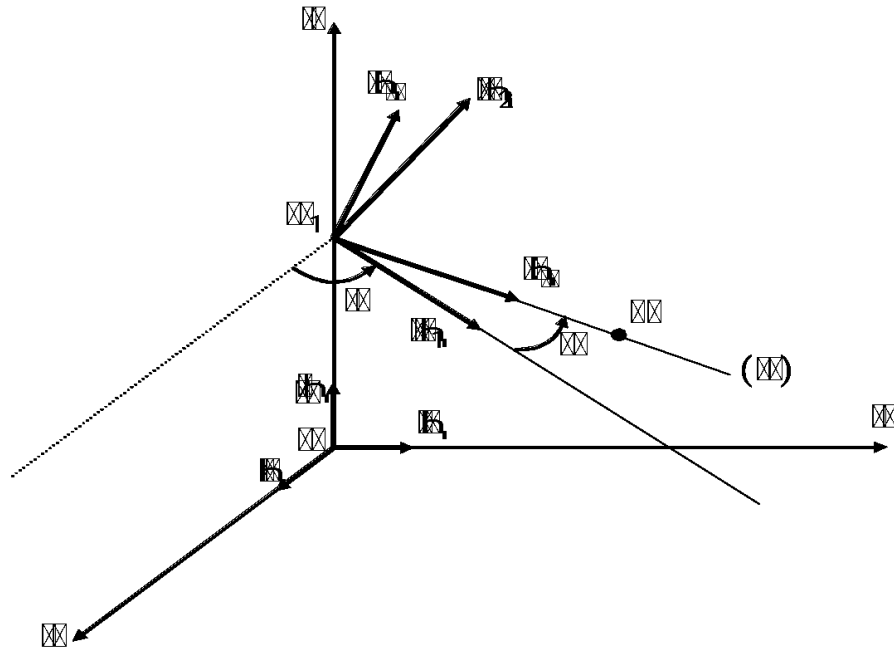
Soient $R(O, xyz)$ un référentiel absolu muni de la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et $R_1(O_1, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{k})$ le référentiel relatif dont l'origine O_1 est en mouvement rectiligne sur l'axe (Oz) . On donne $\vec{OO}_1 = at\vec{k}$ où a est une constante positive et t le temps.

En plus, R_1 tourne autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante ω_1 telle que $\vec{\Omega}(R_1/R) = \omega_1 \vec{k}$ ($\omega_1 = \dot{\theta}$). Dans le plan horizontal $(O_1, \vec{u}_1, \vec{u}_2)$, une tige (T) tourne autour de l'axe (O_1z) avec une vitesse angulaire constante ω_2 , tel que $\varphi = \omega_2 t = (\vec{u}_1, \vec{e}_\rho)$ où $\vec{e}_\rho$ est le vecteur unitaire porté par la tige (T) .

Un point M est assujéti à se déplacer sur la Tige (T) . Il est repéré dans le référentiel R_1 par :

$$\vec{O_1M} = \rho \vec{e}_\rho \text{ où } (\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k}) \text{ est une base mobile dans } R_1.$$

N.B : Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{k})$.



I-Etude de la cinématique de M par décomposition de mouvement :

- 1) Déterminer $\vec{V}_r(M)$ la vitesse relative de M.
- 2) Déterminer $\vec{V}_e(M)$ la vitesse d'entraînement de M.
- 3) En déduire $\vec{V}_a(M)$ la vitesse absolue de M.
- 4) Déterminer $\vec{\gamma}_r(M)$ l'accélération relative de M.
- 5) Déterminer $\vec{\gamma}_e(M)$ l'accélération d'entraînement de M.
- 6) Déterminer $\vec{\gamma}_c(M)$ l'accélération de Coriolis de M.
- 7) En déduire $\vec{\gamma}_a(M)$ l'accélération absolue de M.

II-Etude de la cinématique de M par calcul direct :

- 8) Retrouver $\vec{V}_a(M)$ par calcul direct.
- 9) Retrouver $\vec{\gamma}_a(M)$ par calcul direct.

