

泰宇出版
第26期

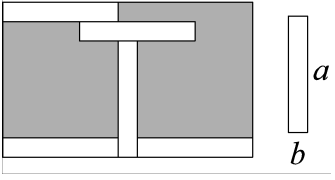
數學科領域
技術型高級中等學校

素養試題超展開

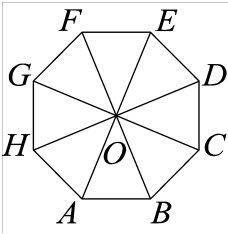
第一冊、第三冊 數學A、數學B、數學C
112上學期第三次段考使用

素養題命題實例			
題目	為了資訊保密及傳遞給特定人士，可以對訊息「加密」，就是所謂的「密碼」！「加密」的方式有很多，其中一個方式就是使用「因式分解」。 黃昏是一位間諜，在他的日記中，有一條用密碼寫成的訊息：$2a(x^2 - y^2) - 2b(x^2 - y^2)$， 已知「$x - y$，$a - b$，$2$，$x^2 - y^2$，$a$，$x + y$」，分別對應下列六個字「天、假、放、今、後、明」，若將他的密碼訊息因式分解，解密結果會得到什麼文字內容？ (A)今天放假 (B)明天放假 (C)後天放假 (D)今明放假		
答案	(B)明天放假		
解析	$2a(x^2 - y^2) - 2b(x^2 - y^2)$ $= (x^2 - y^2)(2a - 2b)$ $= (x + y)(x - y) \times 2(a - b)$ 明 天 放 假 ∴因式分解後，解密結果的文字內容是「明天放假」。		
範圍	技高數A 第一冊 式的運算 餘式與因式定理	難度	易■ 中□ 難□
學習內容	A-10-4因式分解。	學習表現	1-V-2 程序的執行 1-V-3 問題的解決
素養題命題實例			
題目	某校學生正在研究折紙，在實驗中發現，把紙不停地對折，當紙張達到一定厚度時，就不能再繼續對折了！在理想情況下，對折次數 n 與紙的長邊 ω (cm)和厚度 x (cm)有		

	以下關係：$n \leq \frac{2}{3} \log_2 \frac{\omega}{x}$。現在有一張長邊為30cm、厚度為0.01cm的矩形紙，根據以上關係式，當對折完4次時，$\frac{\omega}{x}$ 的最小值為 _____ ；該矩形紙最多能對折 _____ 次。（參考數據：$\log 2 \approx 0.3$、$\log 3 \approx 0.48$）		
答案	64, 7		
解析	◆ 當 $n = 4$ 時， $\Rightarrow 4 \leq \frac{2}{3} \log_2 \frac{\omega}{x}$ $\Rightarrow 6 \leq \log_2 \frac{\omega}{x}$ $\Rightarrow \log_2 2^6 \leq \log_2 \frac{\omega}{x} \Rightarrow \frac{\omega}{x} \geq 2^6 = 64$ $\therefore \frac{\omega}{x}$ 的最小值為64。 ◆ $\because \omega = 30 \text{ cm}$，$x = 0.01 \text{ cm}$， $n \leq \frac{2}{3} \log_2 \left(\frac{30}{0.01} \right)$ $\Rightarrow n \leq \frac{2}{3} \log_2 (3000) = \frac{2}{3} \log_2 (3 \times 10^3)$ $\Rightarrow n \leq \frac{2}{3} [\log_2 3 + \log_2 10^3]$ $\Rightarrow n \leq \frac{2}{3} \left[\frac{\log 3}{\log 2} + \frac{3 \log 10}{\log 2} \right]$ $\Rightarrow n \leq \frac{2}{3} \left[\frac{0.48}{0.3} + \frac{3}{0.3} \right] = \frac{2}{3} [1.6 + 10]$ $\Rightarrow n \leq \frac{23.2}{3} \approx 7.73$ $\therefore$ 該矩形紙最多能對折7次。		
範圍	技高數A 第三冊 指數與對數及其應用 常用對數及其應用	難度	易 ☐ 中 ☐ 難 ☒
學習內容	R-11-3常用對數及其應用。	學習表現	1-V-1 概念的了解 1-V-4 連結與應用

素養題命題實例			
題目	小宇正在設計文創商品，打算製作一張幾何風格的卡片，右圖是他的初稿設計， 在一個大長方形中，放五張長為a、寬為b的相同小長方形（每個小長方形之間不重疊也不留空隙），若陰影部分的面積為74，大長方形的周長為42，則小長方形的面積為何？ 		
答案	6		
解析	由圖形可知，大長方形的長$=2a+b$、寬$=a+2b$， $\because$大長方形的周長為42， 則長$+ 寬=21$ $\Rightarrow (2a+b)+(a+2b)=21$ $\Rightarrow 3a+3b=21$ $\therefore a+b=7$ ◆ 又陰影部分面積為74， $\Rightarrow (2a+b)\times(a+2b)-5ab=74$ $\Rightarrow 2a^2+2b^2+ab+4ab-5ab=74$ $\Rightarrow a^2+b^2=37$ ◆ 將◆兩邊同時平方 $\Rightarrow a^2+2ab+b^2=49$ $\Rightarrow 37+2ab=49$ $\therefore ab=6$，則小長方形面積為6。		
範圍	技高數B第一冊 式的運算 多項式的基本概念 技高數B 乙版 第一冊 式的運算 多項式的四則運算	難度	易■ 中□ 難□
學習內容	A-10-3多項式的基本概念。	學習表現	1-V-1 概念的了解。 1-V-3 問題的解決

素養題命題實例			
題目	玻璃是一種神奇的材質，它可以讓光透過去，但卻不能讓其它實體物質穿過，而玻璃經過加工後，能讓光線有多元的折射效果，產生不同的光彩和美感。因此，室內裝潢都會利用不同的玻璃來營造需要的效果。 某設計師正在設計裝潢，已知光線每通過一塊玻璃，其強度會減少10%，那麼至少需要將————塊這樣的玻璃重疊，才能使通過它們的光線強度低於原來的0.1倍。 (參考數據：$\log 3 \approx 0.4771$)		
答案	22		
解析	設光線原本強度為 x， 通過 n 塊玻璃後 $\Rightarrow x \times (0.9)^n < x \times 0.1$ $\Rightarrow \log(0.9)^n < \log(0.1)$ $\Rightarrow n \times [2 \log 3 - \log 10] < -\log 10$ $\Rightarrow n \times [2 \times (0.4771) - 1] < -1$ $\Rightarrow n \times [-0.0458] < -1$ $\Rightarrow n > 21.83$ $\therefore$ 至少需要將22塊這樣的玻璃重疊起來，才能使通過它們的光線強度低於原本的0.1倍。		
範圍	技高數B第三冊 指數與對數 常用對數及其應用 技高數B 乙版 第三冊 指數與對數 常用對數及其應用	難度	易 ☐ 中 ☒ 難 ☐
學習內容	R-11-3常用對數及其應用。	學習表現	1-V-1 概念的了解。 1-V-4 連結與應用。

素養題命題實例			
題目	《易經》是闡述天地世間關於萬象變化的<u>中國</u>古老經典，其中八卦隱含深邃的哲理，解釋了許多自然、社會現象。如圖一所示，這是八卦模型圖，將其轉換成平面圖形正八邊形 $ABCDEFGH$ (如圖二)，其中 O 為正八邊形的中心，邊長 $\overline{AB}=1$，則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = ?$   圖一 圖二		
答案	$\frac{3\sqrt{2}+4}{2}$		
解析	令 $\overline{OA} = \overline{OB} = \square = \overline{OH} = x$ 在 $\square OAB$ 中 $\Rightarrow \angle AOB = 45^\circ \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{x^2 + x^2 - 1^2}{2 \times x \times x}$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2x^2 - 1}{2 \times x^2}$ $\Rightarrow \sqrt{2}x^2 = 2x^2 - 1$ $\Rightarrow 1 = (2 - \sqrt{2})x^2$ $\Rightarrow x^2 = \frac{1(2 + \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})} = \frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ 則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = (\overline{OC} - \overline{OA}) \cdot (\overline{OD} - \overline{OA})$ $\overline{OC} \cdot \overline{OD} + \overline{OA} ^2 - \overline{OA} \cdot \overline{OD} - \overline{OC} \cdot \overline{OA}$ $= x \times x \times \cos 45^\circ + x^2 - x \times x \times \cos 135^\circ - x \times x \times \cos 90^\circ$ $= x^2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + x^2 - x^2 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 0$ $= (\sqrt{2} + 1)x^2 = (\sqrt{2} + 1) \times \left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{2} + 4}{2}。$		
範圍	技高數C 第一冊 平面向量 向量的內積與夾角	難度	易 ☐ 中 ☒ 難 ☐
學習內容	S-10-5 向量的內積。	學習表現	1-V-1 概念的了解 1-V-3 問題的解決

素養題命題實例			
題目	已知一個矩陣有九行九列，其中的元素是由互不相等的81個數組成，將矩陣列出如下 $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{19} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{29} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{91} & a_{92} & \cdots & a_{99} \end{pmatrix}。$ 若每行九個數與每列九個數，按表中順序分別構成等差數列，且正中間一個數 $a_{55} = 7$，則矩陣中所有元素之和為何？		
答案	567		
解析	矩陣中所有元素之和 = 第一列元素之和 + 第二列元素之和 + $\cdots$ + 第九列元素之和 = $a_{11} \times 9 + a_{21} \times 9 + \cdots + a_{91} \times 9$ $\nwarrow$ $\swarrow$ 中間項 項數 = $[(a_{15} + a_{25} + \cdots + a_{95})] \times 9$ = $[a_{55} \times 9] \times 9$ = $[7 \times 9] \times 9$ = 567		
範圍	技高數C 第三冊 一次方程組與矩陣 矩陣的應用	難度	易 ☐ 中 ☒ 難 ☐
學習內容	A-11-4矩陣的運算。	學習表現	1-V-2程序的執行 1-V-3問題的解決