泰宇出版
第26期

數學科領域
技術型高級中等學校

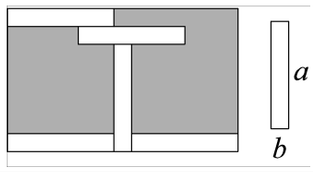
素養試題超展開

第一冊、第三冊 數學A、數學B、數學C
112上學期第三次段考使用

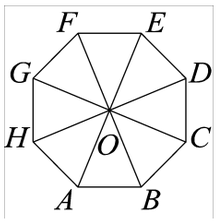
素養題命題實例			
題目	為了資訊保密及傳遞給特定人士, 可以對訊息「加密」, 就是所謂的「密碼」!「加密」的方式有很多, 其中一個方式就是使用「因式分解」。 黃昏是一位間諜, 在他的日記中, 有一條用密碼寫成的訊息: $2a(x^2-y^2)-2b(x^2-y^2)$, 已知「$x-y$, $a-b$,2, x^2-y^2 , a , $x+y$ 」, 分別對應下列六個字「天、假、放、今、後、明」, 若將他的密碼訊息因式分解, 解密結果會得到什麼文字內容? (A)今天放假 (B)明天放假 (C)後天放假 (D)今明放假		
答案	(B)明天放假		
解析	$2a(x^2-y^2)-2b(x^2-y^2)$ $=(x^2-y^2)(2a-2b)$ $=(x+y)(x-y)\times 2(a-b)$ 明 天 放 假 ∴因式分解後, 解密結果的文字內容是「明天放假」。		
範圍	**技高數A 第一冊 式的運算 餘式與因式定理**	難度	易■ 中□ 難□
學習內容	A-10-4**因式分解**。	學習表現	1-V-2 程序的執行 1-V-3 問題的解決
素養題命題實例			
題目	某校學生正在研究折紙, 在實驗中發現, 把紙不停地對折, 當紙張達到一定厚度時, 就不能再繼續對折了!在理想情況下, 對折次數 n 與紙的長邊 ω (cm) 和厚度 x (cm) 有		

	以下關係：$n \le \frac{2}{3}\log_2 \frac{\omega}{x}$。現在有一張長邊為30$cm$、厚度為0.01$cm$的矩形紙，根據以上關係式，當對折完4次時，$\frac{\omega}{x}$ 的最小值為 ———— ；該矩形紙最多能對折 ———— 次。（參考數據：$\log 2 \approx 0.3$ 、$\log 3 \approx 0.48$ ）
答案	64，7
解析	◆ 當 $n=4$ 時， $\Rightarrow 4 \le \frac{2}{3}\log_2 \frac{\omega}{x}$ $\Rightarrow 6 \le \log_2 \frac{\omega}{x}$ $\Rightarrow \log_2 2^6 \le \log_2 \frac{\omega}{x} \Rightarrow \frac{\omega}{x} \ge 2^6 = 64$ $\therefore \frac{\omega}{x}$ 的最小值為64。 ◆ $\because \omega = 30\ cm$ ，$x = 0.01\ cm$ ， $n \le \frac{2}{3}\log_2(\frac{30}{0.01})$ $\Rightarrow n \le \frac{2}{3}\log_2(3000) = \frac{2}{3}\log_2(3\times 10^3)$ $\Rightarrow n \le \frac{2}{3}[\log_2 3 + \log_2 10^3]$ $\Rightarrow n \le \frac{2}{3}[\frac{\log 3}{\log 2} + \frac{3\log 10}{\log 2}]$ $\Rightarrow n \le \frac{2}{3}[\frac{0.48}{0.3} + \frac{3}{0.3}] = \frac{2}{3}[1.6+10]$ $\Rightarrow n \le \frac{23.2}{3} \approx 7.73$ ∴該矩形紙最多能對折7次。

範圍	技高數A 第三冊 指數與對數及其應用 常用對數及其應用	難度	易□ 中□ 難■
學習內容	R-11-3常用對數及其應用。	學習表現	1-V-1 概念的了解 1-V-4 連結與應用

<table>
<tr><td colspan="4">素養題命題實例</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">小宇正在設計文創商品，打算製作一張幾何風格的卡片，右圖是他的初稿設計，
在一個大長方形中，放五張長為a、寬為b的相同小長方形（每個小長方形之間不重疊也不留空隙），若陰影部分的面積為74，大長方形的周長為42，則小長方形的面積為何？
</td></tr>
<tr><td>答案</td><td colspan="3">6</td></tr>
<tr><td>解析</td><td colspan="3">由圖形可知，大長方形的長 $=2a+b$ 、寬 $=a+2b$ ，
∵大長方形的周長為42，
則長 + 寬 $=21$
$\Rightarrow (2a+b)+(a+2b)=21$
$\Rightarrow 3a+3b=21$
$\therefore a+b=7$ ❓
又陰影部分面積為74，
$\Rightarrow (2a+b)\times(a+2b)-5ab=74$
$\Rightarrow 2a^2+2b^2+ab+4ab-5ab=74$
$\Rightarrow a^2+b^2=37$ ❓
將 ❓ 兩邊同時平方
$\Rightarrow a^2+2ab+b^2=49$
$\Rightarrow 37+2ab=49$
$\therefore ab=6$ ，則小長方形面積為6。</td></tr>
<tr><td>範圍</td><td>技高數B第一冊 式的運算 多項式的基本概念
技高數B 乙版 第一冊 式的運算 多項式的四則運算</td><td>難度</td><td>易■ 中□ 難□</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>A-10-3多項式的基本概念。</td><td>學習表現</td><td>1-V-1 概念的了解。
1-V-3 問題的解決</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">素養題命題實例</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">玻璃是一種神奇的材質，它可以讓光透過去，但卻不能讓其它實體物質穿過，而玻璃經過加工後，能讓光線有多元的折射效果，產生不同的光彩和美感。因此，室內裝潢都會利用不同的玻璃來營造需要的效果。
某設計師正在設計裝潢，已知光線每通過一塊玻璃，其強度會減少10%，那麼至少需要將 ———— 塊這樣的玻璃重疊，才能使通過它們的光線強度低於原來的0.1倍。
(參考數據: $\log 3 \approx 0.4771$)</td></tr>
<tr><td>答案</td><td colspan="3">22</td></tr>
<tr><td>解析</td><td colspan="3">設光線原本強度為 x ，
通過 n 塊玻璃後
$\Rightarrow x\times(0.9)^n < x\times 0.1$
$\Rightarrow \log(0.9)^n < \log(0.1)$
$\Rightarrow n\times[2\log 3-\log 10] < -\log 10$
$\Rightarrow n\times[2\times(0.4771)-1] < -1$
$\Rightarrow n\times[-0.0458] < -1$
$\Rightarrow n > 21.83$
∴至少需要將22塊這樣的玻璃重疊起來，才能使通過它們的光線強度低於原本的0.1倍。</td></tr>
<tr><td>範圍</td><td>技高數B第三冊 指數與對數 常用對數及其應用
技高數B 乙版 第三冊 指數與對數 常用對數及其應用</td><td>難度</td><td>易□ 中■ 難□</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>R-11-3常用對數及其應用。</td><td>學習表現</td><td>1-V-1 概念的了解。
1-V-4 連結與應用。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="5">素養題命題實例</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="4">《易經》是闡述天地世間關於萬象變化的中國古老經典，其中八卦隱含深邃的哲理，解釋了許多自然、社會現象。如圖一所示，這是八卦模型圖，將其轉換成平面圖形正八邊形 $ABCDEFGH$（如圖二），其中 O 為正八邊形的中心，邊長 $\overline{AB}=1$，
則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=$ ？
 
圖一　　圖二</td></tr>
<tr><td>答案</td><td colspan="4">$\frac{3\sqrt{2}+4}{2}$</td></tr>
<tr><td>解析</td><td colspan="4">令 $|\overline{OA}|=|\overline{OB}|=$ ▯ $=|\overline{OH}|=x$
在▯ OAB 中 $\Rightarrow\ \angle AOB=45°\ \Rightarrow\cos 45°=\frac{x^2+x^2-1^2}{2\times x\times x}$
$\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2x^2-1}{2\times x^2}$
$\Rightarrow\sqrt{2}x^2=2x^2-1$
$\Rightarrow 1=(2-\sqrt{2})x^2$
$\Rightarrow x^2=\frac{1(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=\frac{(2+\sqrt{2})}{2}$
則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA})$
$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}+|\overline{OA}|^2-\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}$
$=x\times x\times\cos 45°+x^2-x\times x\times\cos 135°-x\times x\times\cos 90°$
$=x^2\times(\frac{\sqrt{2}}{2})+x^2-x^2\times(-\frac{\sqrt{2}}{2})-0$
$=(\sqrt{2}+1)x^2=(\sqrt{2}+1)\times(\frac{2+\sqrt{2}}{2})=\frac{3\sqrt{2}+4}{2}$ 。</td></tr>
<tr><td>範圍</td><td>技高數C 第一冊　平面向量 向量的內積與夾角</td><td>難度</td><td colspan="2">易□ 中■ 難□</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>S-10-5向量的內積。</td><td>學習表現</td><td colspan="2">1-V-1 概念的了解
1-V-3 問題的解決</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="5">素養題命題實例</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="4">已知一個矩陣有九行九列，其中的元素是由互不相等的81個數組成，將矩陣列出如下
$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{19} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{29} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{91} & a_{92} & \cdots & a_{99} \end{pmatrix}$。
若每行九個數與每列九個數，按表中順序分別構成等差數列，且正中間一個數 $a_{55}=7$，則矩陣中所有元素之和為何？</td></tr>
<tr><td>答案</td><td colspan="4">567</td></tr>
<tr><td>解析</td><td colspan="4">矩陣中所有元素之和
＝第一列元素之和＋第二列元素之和＋…＋第九列元素之和
$=a_{15}\times 9+a_{25}\times 9+\cdots+a_{95}\times 9$
中間項 項數
$=[(a_{15}+a_{25}+\cdots+a_{95})]\times 9$
$=[a_{55}\times 9]\times 9$
$=[7\times 9]\times 9$
$=567$</td></tr>
<tr><td>範圍</td><td>技高數C 第三冊 一次方程組與矩陣 矩陣的應用</td><td>難度</td><td colspan="2">易□ 中■ 難□</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td>A-11-4矩陣的運算。</td><td>學習表現</td><td colspan="2">1-V-2程序的執行
1-V-3問題的解決</td></tr>
</table>