Câu 1. **[2D1-2.8-4]** **(THPT-Yên-Mô-A-Ninh-Bình-2018-2019-Thi-tháng-4)** Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(m+3)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị ?

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả: Giáp Văn Khương; Fb: Giáp Văn Khương

Chọn D

- Tập xác định của các hàm số $y=f(x)$ và $y=f(|x|)$ đều là $\mathbb{R}$.

- Ta có hàm số $y=f(|x|)$ chẵn trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị đối xứng qua trục tung.

Vậy điều kiện để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị là hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị dương.

- Xét $m=1$, ta có $f(x)=-5x^2+4x+3$ có đúng một điểm cực trị là $x=\frac{2}{5}>0$. Khi đó hàm số $y=f(|x|)=-5x^2+4|x|+3$ có đúng 3 điểm cực trị là $x=-\frac{2}{5};x=0;x=\frac{2}{5}$.

Nên $m=1$ thỏa mãn.

- Xét $m\neq 1$ thì $f(x)$ là hàm số bậc 3, ta có $f'(x)=3(m-1)x^2-10x+m+3$.

Để hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị dương khi và chỉ khi $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1\leq 0<x_2$.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow 3(m-1)x^2-10x+m+3=0$ (*)

+ TH1: $x=0$ là nghiệm của (*), ta có $m=-3$, khi đó (*) trở thành:

$-12x^2-10x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\frac{5}{6}<0\end{array}\right.$ nên $m=-3$ không thỏa mãn.

+ TH2: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<0<x_2$

$\Leftrightarrow 3(m-1)(m+3)<0\Leftrightarrow -3<m<1$. Trường hợp này có 3 số nguyên $m=-2$, $m=-1$, $m=0$ thỏa mãn bài toán.

- Kết hợp ta thấy tất cả có 4 số nguyên thỏa mãn bài toán là: $m=-2$, $m=-1$, $m=0$, $m=1$.