

- Câu 1.** [2D1-2.8-4] (THPT-Yên-Mô-A-Ninh-Bình-2018-2019-Thi-tháng-4) Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^3 - 5x^2 + (m+3)x + 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?
- A. 1. B. 5. C. 3. **D. 4.**

Lời giải

Tác giả: Giáp Văn Khương; Fb: Giáp Văn Khương

Chọn D

- Tập xác định của các hàm số $y = f(x)$ và $y = f(|x|)$ đều là $\mathbb{R}$.

- Ta có hàm số $y = f(|x|)$ chẵn trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị đối xứng qua trục tung.

Vậy điều kiện để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị là hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị dương.

- Xét $m = 1$, ta có $f(x) = -5x^2 + 4x + 3$ có đúng một điểm cực trị là $x = \frac{2}{5} > 0$. Khi đó hàm số $y = f(|x|) = -5x^2 + 4|x| + 3$ có đúng 3 điểm cực trị là $x = -\frac{2}{5}; x = 0; x = \frac{2}{5}$.

Nên $m = 1$ thỏa mãn.

- Xét $m \neq 1$ thì $f(x)$ là hàm số bậc 3, ta có $f'(x) = 3(m-1)x^2 - 10x + m + 3$.

Để hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị dương khi và chỉ khi $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \leq 0 < x_2$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(m-1)x^2 - 10x + m + 3 = 0$ (*)

+ TH1: $x = 0$ là nghiệm của (*), ta có $m = -3$, khi đó (*) trở thành:

$$-12x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{5}{6} < 0 \end{cases} \text{ nên } m = -3 \text{ không thỏa mãn.}$$

+ TH2: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < x_2$

$$\Leftrightarrow 3(m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1. \text{ Trường hợp này có 3 số nguyên } m = -2, m = -1, m = 0 \text{ thỏa mãn bài toán.}$$

- Kết hợp ta thấy tất cả có 4 số nguyên thỏa mãn bài toán là: $m = -2, m = -1, m = 0, m = 1$.