

- Câu 1. [2D3-4.1-2] (CỤM-CHUYÊN-MÔN-HẢI-PHÒNG)** Biết $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx = \frac{a}{4} - 4 \ln \frac{4}{b}$, với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng
- A. 25 . B. 41 . C. 20 . **D. 34 .**

Lời giải

Tác giả: Đồng Quang Phúc ; Fb: Đồng Quang Phúc

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+3)^2} dx &= \int_0^1 \frac{(x+3)^2 - 4(x+3) + 3}{(x+3)^2} dx = \int_0^1 \left[1 - \frac{4}{x+3} + \frac{3}{(x+3)^2} \right] dx \\ &= \left(x - 4 \ln|x+3| - \frac{3}{x+3} \right) \Big|_0^1 = \left(1 - 4 \ln 4 - \frac{3}{4} \right) - \left(-4 \ln 3 - 1 \right) = \frac{5}{4} - 4 \ln \left(\frac{4}{3} \right) \end{aligned}$$

Suy ra $a = 5, b = 3$ nên $a^2 + b^2 = 5^2 + 3^2 = 34$.

Vậy chọn đáp án **D**.

dangmaispt@gmail.com

- Câu 2. [2D3-4.1-2] (Hội các trường chuyên 2019 lần 3)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2y + z - 5 = 0$, và $(R): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q) , đồng thời vuông góc với (R) . Phương trình của mặt phẳng (α) là
- A. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$. **B. $x + 3y + 2z - 6 = 0$** . C. $x + 3y + 2z + 6 = 0$. D. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$.

Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Thủy; Fb: thuy.luu.33886

Chọn B

Mặt phẳng (P) , (Q) , (R) lần lượt nhận $\vec{n}_1(1;1;1)$, $\vec{n}_2(0;2;1)$, $\vec{n}_3(1;-1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-1; -1; 2)$.

Lấy điểm $M(0; y_0; z_0) \in d$, ta có $\begin{cases} y_0 + z_0 - 1 = 0 \\ 2y_0 + z_0 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = 4 \\ z_0 = -3 \end{cases} \Rightarrow M(0; 4; -3)$.

Mặt phẳng (α) đi qua d và vuông góc với (R) nên (α) đi qua M và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{n}_3] = (1; 3; 2)$.

Phương trình của mặt phẳng (α) là: $x + 3(y - 4) + 2(z + 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 3. [2D3-4.1-2] (HSG 12 Bắc Giang) Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$; $\int_1^3 f(-2x) dx = 3$. Giá trị của $I = \int_{-1}^6 f(x) dx$ là

A. $I = 5$.

B. $I = 2$.

C. $I = 14$.

D. $I = 11$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thơm ; Fb: KEm LY

Chọn C

Ta có $y = f(x)$ là hàm số chẵn, suy ra $f(-2x) = f(2x)$. Khi đó:

$$\int_1^3 f(-2x) dx = \int_1^3 f(2x) dx = 3$$

$$I_1 = \int_1^3 f(2x) dx$$

Xét tích phân:

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Leftrightarrow \frac{1}{2} dt = dx$. Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 2$; $x = 3 \Rightarrow t = 6$.

$$\Rightarrow I_1 = \int_2^6 f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_2^6 f(t) dt = 3 \Rightarrow \int_2^6 f(t) dt = 6 \Rightarrow \int_2^6 f(x) dx = 6$$

$$\text{Vậy } I = \int_{-1}^6 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx = 8 + 6 = 14$$

Câu 4. [2D3-4.1-2] (SỞ BÌNH THUẬN 2019) Cho $I = \int_1^5 f(x) dx = 26$. Khi đó

$$J = \int_0^2 x [f(x^2 + 1) + 1] dx$$

bằng

A. 13.

B. 52.

C. 54.

D. 15.

Lời giải

Tác giả: Ngô Nguyễn Anh Vũ; Fb: Euro Vu

Phản biện: Dương Chiến ; Fb: Duong Chien

Chọn D

$$\text{Ta có: } J = \int_0^2 x [f(x^2 + 1) + 1] dx = \int_0^2 x f(x^2 + 1) dx + \int_0^2 x dx = A + 2$$

$$\text{Xét } A = \int_0^2 x f(x^2 + 1) dx$$

$$t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt \Rightarrow A = \frac{1}{2} \int_1^5 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^5 f(x) dx = 13 \Rightarrow J = 15$$

Đặt

Câu 5. [2D3-4.1-2] (CHUYÊN SƯ PHẠM HÀ NỘI LẦN 4 NĂM 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên

tục trên $\mathbb{R}$. Tập hợp các số thực m thỏa mãn $\int_0^m f(x) dx = \int_0^m f(m-x) dx$ là

A. $(0; +\infty)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

D. $\mathbb{R}$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Huyền Trang ; Fb: Nguyen Trang

Chọn D

$$I = \int_0^m f(m-x) dx$$

Xét

Đặt $t = m - x \Rightarrow dt = -dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = m$; $x = m \Rightarrow t = 0$.

$$I = -\int_m^0 f(t) dt = \int_0^m f(t) dt$$

Suy ra:

$$I = \int_0^m f(x) dx$$

Vì tích phân không phụ thuộc biến số nên

$$\int_0^m f(x) dx = \int_0^m f(m-x) dx, \forall m \in \mathbb{R}$$

Vậy

----- **STRONG TEAM TOAN VD VDC** -----