Câu 1. **[2D3-4.1-2] (CỤM-CHUYÊN-MÔN-HẢI-PHÒNG)** Biết $\int_0^1 \frac{x^2+2x}{(x+3)^2}dx = \frac{a}{4} - 4\ln\frac{4}{b}$, với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. 25. **B.** 41. **C.** 20. **D.** 34.

Lời giải

Tác giả: Đồng Quang Phúc ; Fb: Đồng Quang Phúc

Chọn D

Ta có $\int_0^1 \frac{x^2+2x}{(x+3)^2}dx = \int_0^1 \frac{(x+3)^2-4(x+3)+3}{(x+3)^2}dx = \int_0^1 \left[1-\frac{4}{x+3}+\frac{3}{(x+3)^2}\right]dx$

$= \left(x-4\ln|x+3|-\frac{3}{x+3}\right)\Big|_0^1 = \left(1-4\ln 4-\frac{3}{4}\right)-(-4\ln 3-1) = \frac{5}{4}-4\ln\left(\frac{4}{3}\right)$.

Suy ra $a=5, b=3$ nên $a^2+b^2=5^2+3^2=34$.

Vậy chọn đáp án **D**.

dangmaispt@gmail.com

Câu 2. **[2D3-4.1-2] (Hội các trường chuyên 2019 lần 3)** Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): 2y+z-5=0$, và $(R): x-y+z-2=0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q), đồng thời vuông góc với (R). Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $2x+3y-5z-5=0$. **B.** $x+3y+2z-6=0$. **C.** $x+3y+2z+6=0$. **D.** $2x+3y-5z+5=0$.

Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Thủy; Fb: thuy.luu.33886

Chọn B

Mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt nhận $\vec{n_1}(1;1;1)$, $\vec{n_2}(0;2;1)$, $\vec{n_3}(1;-1;1)$ làm véctơ pháp tuyến.

Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên một véctơ chỉ phương của d là $\vec{u} = \left[\vec{n_1}, \vec{n_2}\right] = (-1;-1;2)$.

Lấy điểm $M(0;y_0;z_0) \in d$, ta có $\begin{cases} y_0+z_0-1=0 \\ 2y_0+z_0-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0=4 \\ z_0=-3 \end{cases} \Rightarrow M(0;4;-3)$.

Mặt phẳng (α) đi qua d và vuông góc với (R) nên (α) đi qua M và có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\vec{u}, \vec{n_3}\right] = (1;3;2)$.

Phương trình của mặt phẳng (α) là: $x+3(y-4)+2(z+3)=0 \Leftrightarrow x+3y+2z-6=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $x+3y+2z-6=0$.

Câu 3. **[2D3-4.1-2] (HSG 12 Bắc Giang)** Cho $y=f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $[-6;6]$. Biết rằng $\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=8$; $\int_{1}^{3} f(-2x)\,\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $I=\int_{-1}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x$ là

A. $I=5$. **B.** $I=2$. **C.** $I=14$. **D.** $I=11$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thơm ; Fb: KEm LY

Chọn C

Ta có $y=f(x)$ là hàm số chẵn, suy ra $f(-2x)=f(2x)$. Khi đó:

$\int_{1}^{3} f(-2x)\,\mathrm{d}x=\int_{1}^{3} f(2x)\,\mathrm{d}x=3$.

Xét tích phân: $I_1=\int_{1}^{3} f(2x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Leftrightarrow \frac{1}{2}\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2$; $x=3\Rightarrow t=6$.

$\Rightarrow I_1=\int_{2}^{6} f(t).\frac{1}{2}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_{2}^{6} f(t)\,\mathrm{d}t=3\Rightarrow \int_{2}^{6} f(t)\,\mathrm{d}t=6\Rightarrow \int_{2}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x=6$.

Vậy $I=\int_{-1}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{2}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x=8+6=14$.

Câu 4. **[2D3-4.1-2] (SỞ BÌNH THUẬN 2019)** Cho $I=\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=26$. Khi đó $J=\int_{0}^{2} x\left[f\left(x^2+1\right)+1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 13. **B.** 52. **C.** 54. **D.** 15.

Lời giải

Tác giả: Ngô Nguyễn Anh Vũ; Fb: Euro Vu

Phản biện: Dương Chiến ;Fb:Duong Chien

Chọn D

Ta có: $J=\int_{0}^{2} x\left[f\left(x^2+1\right)+1\right]\mathrm{d}x=\int_{0}^{2} xf\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2} x\,\mathrm{d}x=A+2$.

Xét $A=\int_{0}^{2} xf\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x\Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t\Rightarrow A=\frac{1}{2}\int_1^5 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=13\Rightarrow J=15$.

Câu 5. **[2D3-4.1-2] (CHUYÊN SƯ PHẠM HÀ NỘI LẦN 4 NĂM 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tập hợp các số thực m thỏa mãn $\int_0^m f(x)\mathrm{d}x=\int_0^m f(m-x)\mathrm{d}x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Huyền Trang ; Fb: Nguyen Trang

Chọn D

Xét $I=\int_0^m f(m-x)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=m-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=m$; $x=m\Rightarrow t=0$.

Suy ra: $I=-\int_m^0 f(t)\mathrm{d}t=\int_0^m f(t)\mathrm{d}t$.

Vì tích phân không phụ thuộc biến số nên $I=\int_0^m f(x)\mathrm{d}x$.

Vậy $\int_0^m f(x)\mathrm{d}x=\int_0^m f(m-x)\mathrm{d}x,\forall m\in\mathbb{R}$.

---------- STRONG TEAM TOAN VD VDC ----------