

FUNÇÃO

Definimos função como a relação entre dois ou mais conjuntos, estabelecida por uma lei de formação, isto é, uma regra geral. Os elementos de um grupo devem ser relacionados com os elementos do outro grupo, A função pode ser dividida em: função sobrejetora, função injetora e função bijetora. Para a compreensão das características das funções é preciso saber algumas características das funções: domínio, imagem, contradomínio.

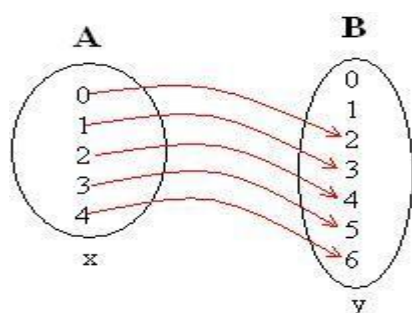
Domínio: são os elementos do conjunto de partida, ou seja, os valores correspondentes a x .

Contradomínio: são todos os elementos do conjunto de chegada, independentemente se receberam a seta ou não.

Imagem: são apenas os elementos do conjunto de chegada que receberam a seta dos elementos do conjunto de partida.

Exemplo: Dado o conjunto $A = \{0,1,2,3,4\}$ e o conjunto $B = \{0,1,2,3,4,5,6\}$ a função $A \rightarrow B$ definida pela fórmula $f(x) = x + 2$, monte o seu diagrama e identifique quem é o domínio, a imagem e o contradomínio dessa função.

Como a função é $A \rightarrow B$ (de A para B) dizemos que o conjunto de partida é o A e o de chegada o B. Assim, os elementos do conjunto A serão os valores que o x irá assumir. Substituindo na fórmula $f(x) = x + 2$ ou $y = x + 2$, iremos encontrar o seguinte diagrama:



Assim, podemos dizer que os elementos que irão fazer parte do conjunto do domínio são: $D = \{0,1,2,3,4\}$.

Os elementos que irão fazer parte do conjunto imagem são: $Im = \{2,3,4,5,6\}$.

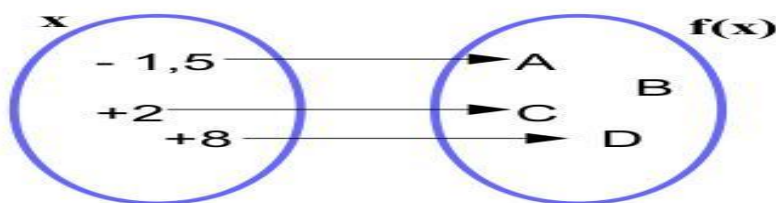
Os elementos que irão fazer parte do conjunto contradomínio são: $CD = \{0,1\}$.

Função injetora ou injetiva - Nessa função, cada elemento do domínio (x) associa-se a um único elemento da imagem $f(x)$. Todavia, podem existir elementos do contradomínio que não são imagem. Quando isso acontece, dizemos que o contradomínio e imagem são diferentes. Veja um exemplo:

Conjunto dos elementos do domínio da função: $D(f) = \{-1,5, +2, +8\}$

Conjunto dos elementos da imagem da função: $Im(f) = \{A, C, D\}$

Conjunto dos elementos do contradomínio da função: $CD(f) = \{A, B, C, D\}$

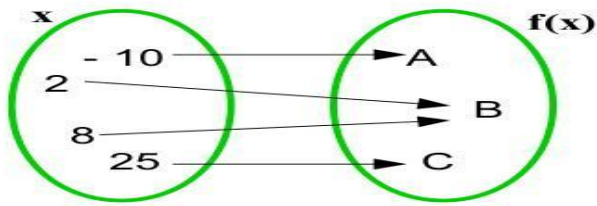


Função Sobrejetora ou sobrejetiva Na função sobrejetiva, todos os elementos do domínio possuem um elemento na imagem. Pode acontecer de dois elementos do domínio possuírem a mesma imagem. Nesse caso, imagem e contradomínio possuem a mesma quantidade de elementos.

Conjunto dos elementos do domínio da função: $D(f) = \{-10, 2, 8, 25\}$

Conjunto dos elementos da imagem da função: $Im(f) = \{A, B, C\}$

Conjunto dos elementos do contradomínio da função: $CD(f) = \{A, B, C\}$

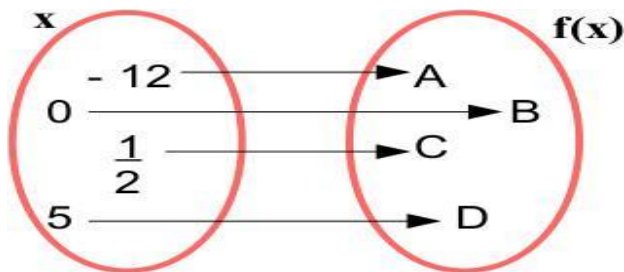


Função bijetora ou bijetiva - Essa função é ao mesmo tempo injetora e sobrejetora, pois, cada elemento de x relaciona-se a um único elemento de $f(x)$. Nessa função, não acontece de dois números distintos possuírem a mesma imagem, e o contradomínio e a imagem possuem a mesma quantidade de elementos.

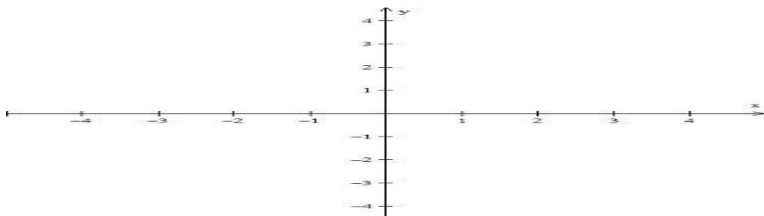
Conjunto dos elementos do domínio da função: $D(f) = \{-12, 0, 1, 5\}$

Conjunto dos elementos da imagem da função: $Im(f) = \{A, B, C, D\}$

Conjunto dos elementos do contradomínio da função: $CD(f) = \{A, B, C, D\}$

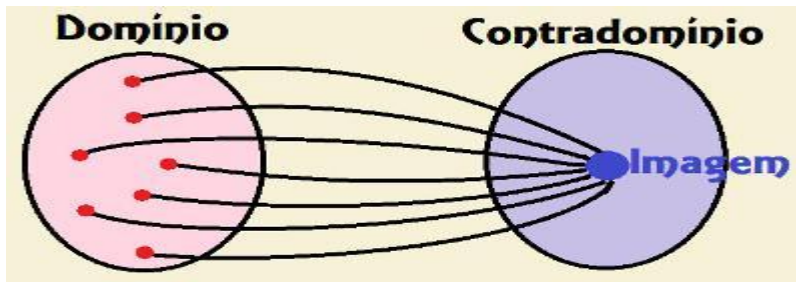


As funções podem ser representadas graficamente. Para que isso seja feito, utilizamos duas coordenadas, que são x e y . O plano desenhado é bidimensional. A coordenada x é chamada de abscissa e a y , de ordenada. Juntas em funções, elas formam leis de formação. Veja a imagem do gráfico do eixo x e y :



Função afim ou polinomial do primeiro grau Para saber se uma função é polinomial do primeiro grau, devemos observar o maior grau da variável x (termo desconhecido), que sempre deve ser igual a 1. Nessa função, o gráfico é uma reta. Além disso, ela possui: domínio x , imagem $f(x)$ e coeficientes a e b .

Função constante Uma função constante é caracterizada por apresentar uma lei de formação $f(x) = c$, na qual c é um número real. A **função constante** diferencia-se das funções do 1º grau por não poder ser caracterizada como crescente ou decrescente, sendo, por isso, constante. Podemos afirmar que uma função constante é definida pela seguinte fórmula: **$f(x) = c$, $c \in \mathbb{R}$** . A representação da relação estabelecida por uma função constante por meio do diagrama de flechas assemelha-se com a representação da imagem a seguir, pois, independentemente dos valores pertencentes ao domínio, a imagem é sempre composta por um único elemento.

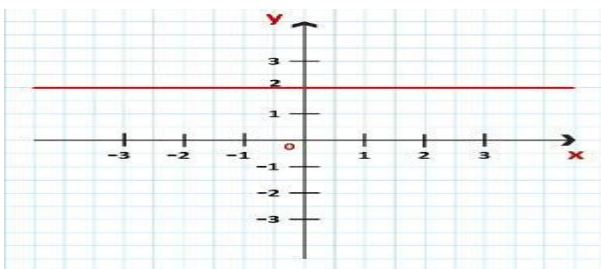


Representação da função constante através do diagrama de flechas

O gráfico da função constante também apresenta uma particularidade em relação às demais **funções**. Ele é **sempre uma reta paralela ou coincidente ao eixo x**. Vejamos alguns exemplos de funções constantes e seus respectivos gráficos:

Exemplo 1: $f(x) = 2$

O gráfico da função $f(x) = 2$ é uma reta paralela ao eixo x que intercepta o eixo y no ponto **(0, 2)**.

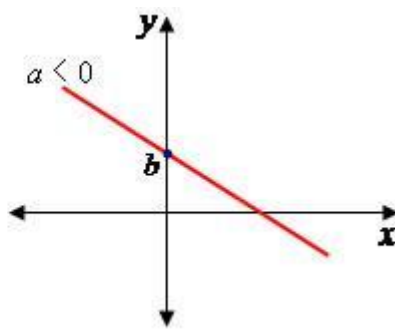
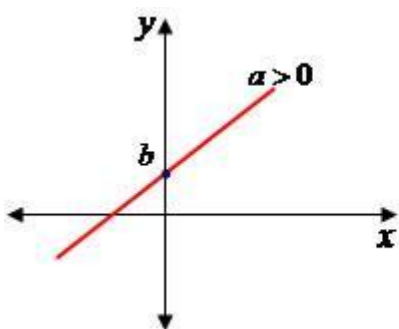


Função do 1º grau A formação de uma função do 1º grau é expressa da seguinte forma: $y = ax + b$, onde a e b são números reais e a é diferente de 0. A representação gráfica de uma função do 1º grau é uma reta.

Gráfico de uma Função do 1º grau Toda função definida por $f(x) = ax + b$, com a e b pertencentes aos reais e $a \neq 0$ é considerada uma função do 1º grau e possui representação gráfica no plano cartesiano. O gráfico de uma função do 1º grau é uma reta podendo ser crescente ou decrescente.

Função crescente

Função decrescente



Função crescente: à medida que os valores de x aumentam, os valores correspondentes em y também aumentam.

Função decrescente: à medida que os valores de x aumentam, os valores correspondentes de y diminuem.

Raízes ou zero da função do 2º Grau Determinar as raízes ou zero de uma função do 2º grau consiste em determinar os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas no plano cartesiano. Dada a função $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos determinar sua raiz considerando $f(x) = 0$, dessa forma obtemos a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, que pode ser resolvida pelo método resolutivo de Bháskara.

O propósito de resolver uma equação do 2º grau é calcular os possíveis valores de x , que satisfazem a equação. Os possíveis resultados da equação consistem na solução ou raiz da função. O número de raízes de uma equação do 2º grau depende do valor do discriminante (Δ), observe as condições a seguir:

$\Delta > 0 \rightarrow$ a função do 2º grau possui duas raízes reais distintas.

$\Delta = 0 \rightarrow$ a função do 2º grau possui apenas uma raiz real.

$\Delta < 0 \rightarrow$ a função do 2º grau não possui nenhuma raiz real.

Exemplos 1

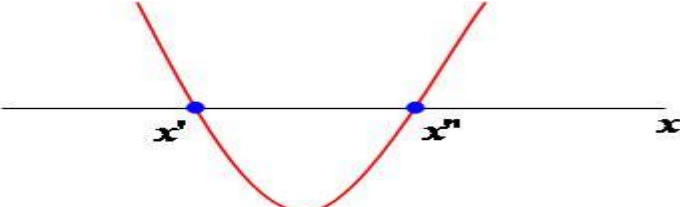
$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad \Delta = (-5)^2 - 4 * 1 * 6 \quad \Delta = 25 - 24 \quad \Delta = 1$$

Possui duas raízes reais e distintas, isto é, a parábola intersecta o eixo x em dois pontos.

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 * 1}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x' = \frac{5-1}{2} = 2$$

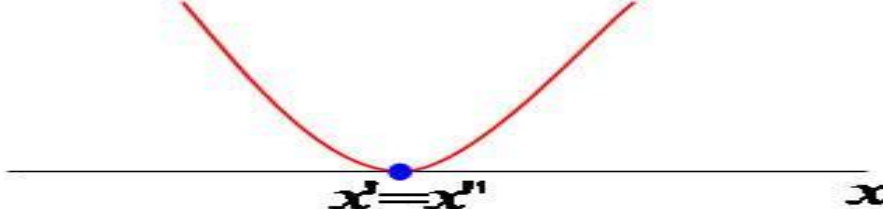
$$x'' = \frac{5+1}{2} = 3$$


Exemplo 2

$$\Delta = x^2 - 4x + 4 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad \Delta = (-4)^2 - 4 * 1 * 4 \quad \Delta = 16 - 16 \quad \Delta = 0$$

Possui apenas uma raiz real, a parábola intersecta o eixo x em um único ponto.

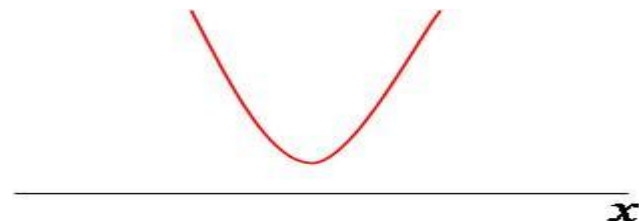
$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 * 1}$$

$$x' = x'' = \frac{4}{2} = 2$$


Exemplo 3

$$x^2 + 2x + 2 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad = (2)^2 - 4 * 1 * 2 \quad ? = 4 - 8 \quad ? = -4$$

Não possui raiz real, a parábola não intersecta o eixo x .



Função do 2º grau

Uma função para ser do 2º grau precisa assumir algumas características, pois ela deve ser dos reais para os reais, definida pela fórmula $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo que a , b e c são números reais com a diferente de zero. Concluímos que a condição para que uma função seja do 2º grau é que o valor de a , da forma geral, não pode ser igual a zero. Então, podemos dizer que a definição de função do 2º grau é: **$f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \in R^*$ e $b, c \in R$.**

Numa função do segundo grau, os valores de b e c podem ser iguais a zero, quando isso ocorrer, a equação do segundo grau será considerada incompleta.

Veja alguns exemplos de Função do 2º grau:

$$f(x) = 5x^2 - 2x + 8; a = 5, b = -2 \text{ e } c = 8 \text{ (Completa)} \quad f(x) = x^2 - 2x; a = 1, b = -2 \text{ e } c = 0 \text{ (Incompleta)}$$

$$f(x) = -x^2; a = -1, b = 0 \text{ e } c = 0 \text{ (Incompleta)}$$

Toda função do 2º grau também terá domínio, imagem e contradomínio.

Sinal da Função do 2º Grau Toda expressão matemática no formato: $f(x) = ax^2 + bx + c$ é considerada uma função do 2º grau. O sinal de uma função depende dos valores de x , os quais determinam:

$f(x) > 0$, função positiva $f(x) < 0$, função negativa $f(x) = 0$, função nula

No caso de uma função do 2º grau, temos que o valor do discriminante (Δ) e do coeficiente a determinam os seus sinais.

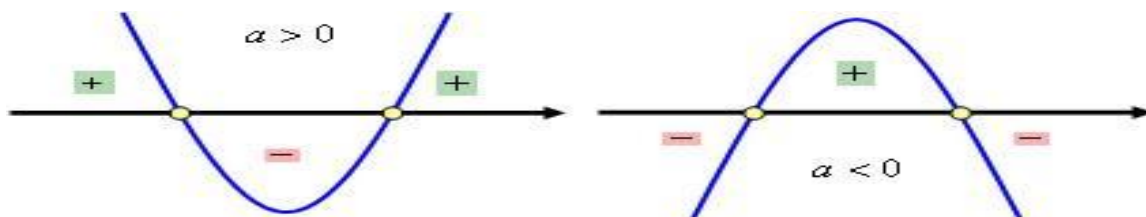
$\Delta > 0$, a função possui duas raízes reais e diferentes $\Delta = 0$, a função possui uma única raiz

$\Delta < 0$, a função não possui nenhuma raiz

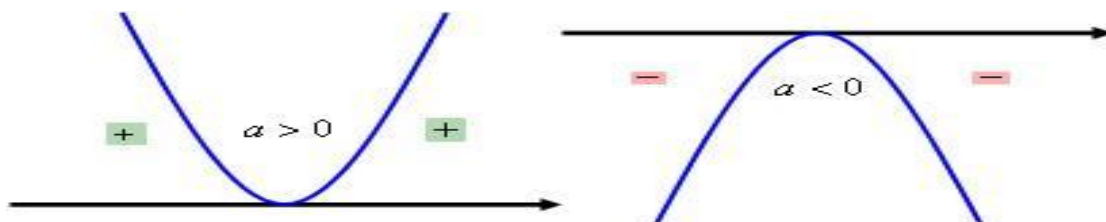
$a > 0$, o gráfico da parábola possui concavidade voltada para cima

$a < 0$, o gráfico da parábola possui concavidade voltada para baixo

$\Delta > 0$



$\Delta = 0$



$\Delta < 0$

