

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$$I\left(\frac{3}{5}, 4, -\frac{9}{5}\right); E(3, 2, -1); D(1, 0, -2); C(3, 1, -3); B(0, 4, -3); A(2, 4, 1)$$

أجب بصحيح أو خطأ عن القضايا التالية مع التعليل .

1. للمستوي (ABC) معادلة من الشكل : $2x + 2y - z - 11 = 0$.
2. النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC) .
3. المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان .

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \cdot / t \in IR \\ z = 1 - t \end{cases}$$

4. المستقيم (CD) تمثيله الوسيطى :
5. النقطة I تنتمي إلى المستقيم (AB) .

التمرين الثاني : (4 ن)

(v_n) متتالية تراجعية معرفة بحدّها الأول v_0 والعلاقة التراجعية :

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n + 1$$

من أجل كل عدد طبيعي n :

1. ما هي قيمة v_0 التي يكون من أجلها (v_n) متتالية ثابتة ؟
2. نفرض أن : $v_0 \neq 3$.

كما يلي: (u_n) ، نعرف المتتالية α من أجل كل عدد حقيقي $u_n = v_n + \alpha$

(1) عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية هندسية .

(ب) عبر عن u_n بدلالة u_0 و n ثم عن v_n بدلالة u_0 و n .

(ج) استنتج تقارب (u_n) . ما قولك في تقارب (v_n) ؟

(د) أحسب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ثم استنتج المجموع : $\sum_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

أحسب : $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

التمرين الثالث : (5 ن)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعرفة بـ : $f(z)$ كثير الحدود

$$f(z) = z^3 - 2(1+i)z^2 + 2(1+2i)z - 4i$$

1. عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $f(\alpha.i) = 0$ حيث i هو العدد المركب الذي

طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له .

2. بين أن $f(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$ يكتب على الشكل : $f(z) = 0$ حيث : a و b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما . حل عندئذ المعادلة : (*)
 اقلب الصفحة

الصفحة : 1/2

3. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط : A, B, C

صور حلول المعادلة (*) z_0, z_1, z_2 ، على الترتيب حيث : z_1 هو الحل الذي جزؤه

التخيلي موجب و z_2 هو الحل الآخر . نضع : $K = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_0}$ حيث z_0 لاحقة المبدأ O .

أكتب K على شكله الجبري ثم المثلثي .

ما طبيعة الرباعي $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC})$ استنتج قياسا للزاوية الموجبة. $OABC$ ؟

4. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $z' = \left(\frac{z_B - z_A}{\sqrt{2}} \right)^n$ حقيقيا .

التمرين الرابع : (7 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^2 e^{1-x}$. وليكن (C) تمثيلها

البياني في معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الرسم 2 cm .
 1. (أ) أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف . فسر النتائج بيانيا
 (ب) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(ج) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -0.5$
 (د) بين أن للمنحني (C) نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتيهما
 (هـ) أرسم (Δ) ثم (C) .

$$I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$$

2. من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر التكامل I_n المعروف بـ :

(أ) جد علاقة بين كل من I_n و I_{n+1} .

(ب) أحسب كل من : I_2, I_1 .

(ج) أعط تفسيراً بيانياً لـ : I_2 ثم وضح ذلك على الرسم الوارد في 1.هـ) .

3. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0, 1]$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم

n فإن : $x^n \leq x^n e^{1-x} \leq e x^n$.

ب) استنتج حصرا لـ : I_n ثم نهاية I_n عندما n تؤول نحو مالا نهاية .

انتهى

الصفحة 2/2