Câu 1. **[2D1-9.1-3] (Nguyễn Đình Chiểu Tiền Giang)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $\underset{[0;3]}{\text{Max}}\left|x^2-2x+m\right|=4$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Thị Thanh Thương ; Fb: Nguyễn Thương

Chọn C

Đặt $t=x^2-2x$. Với $x\in[0;3]\Rightarrow t\in[-1;\,3]$.

Nên $\underset{[0;3]}{\text{Max}}\left|x^2-2x+m\right|=\underset{[-1;3]}{\text{Max}}\left|t+m\right|=Max\left\{\left|m-1\right|;\left|m+3\right|\right\}$.

$$\underset{[0;3]}{\text{Max}}\left|x^2-2x+m\right|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|m-1\right|=4\\ \left|m+3\right|=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-1=4\\ m-1=-4\\ m+3=4\\ m+3=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\ m=-3\\ m=1\\ m=-7\end{array}\right..$$

$\Rightarrow S=\{5;-3;1;-7\}$.

Vậy tổng giá trị các phần tử của S bằng -4.

Câu 2. **[2D1-9.1-3] (NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU TIỀN GIANG)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $\underset{[0;3]}{\text{Max}}\left|x^2-2x+m\right|=4$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Thị Thanh Thương; Fb: Nguyễn Thương

Chọn C

Đặt $t=x^2-2x$. Với $x\in[0;3]\Rightarrow t\in[-1;\,3]$.

Nên $\underset{[0;3]}{\text{Max}}\left|x^2-2x+m\right|=\underset{[-1;3]}{\text{Max}}\left|t+m\right|=Max\left\{\left|m-1\right|;\left|m+3\right|\right\}$.

$$\underset{[0;3]}{\text{Max}}\left|x^2-2x+m\right|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|m-1\right|=4\\ \left|m+3\right|=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-1=4\\ m-1=-4\\ m+3=4\\ m+3=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\ m=-3\\ m=1\\ m=-7\end{array}\right..$$

$\Rightarrow S=\{5;-3;1;-7\}$.

Vậy tổng giá trị các phần tử của S bằng -4.

Câu 3. **[2D1-9.1-3] (GIỮA-HKII-2019-VIỆT-ĐỨC-HÀ-NỘI)** Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc góc phần tư thứ nhất và nằm trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$ mà có khoảng cách đến đường thẳng $d: x+y+6=0$ nhỏ nhất. Khi đó giá trị của hiệu $b-a$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $3-2\sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Tất Trịnh; Fb:Nguyễn Tất Trịnh

Chọn B

Gọi $M\left(a;\dfrac{2a+5}{a+1}\right), a>0$.

$$d(M;\mathrm{d})=\frac{\left|a+\dfrac{2a+5}{a+1}+6\right|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left|a+8+\frac{3}{a+1}\right|$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left|a+1+\frac{3}{a+1}+7\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(a+1+\frac{3}{a+1}\right)+7$$

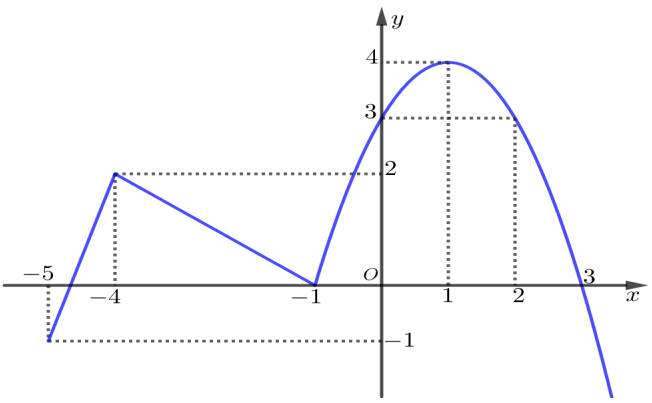
$$\geq\frac{\sqrt{2}}{2}2\sqrt{a+1.\frac{3}{a+1}}+7=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(2\sqrt{3}+7\right)$$

Dấu "=" xảy ra khi $a+1=\dfrac{3}{a+1}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\sqrt{3}-1\\a=-\sqrt{3}-1\end{array}\right.$.

Do $a>0$, nên $a=\sqrt{3}-1\Rightarrow b=2+\sqrt{3}$

$\Rightarrow b-a=3$.

Câu 4. **[2D1-9.1-3] (Lê Quý Đôn Điện Biên Lần 3)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $[-5;3]$ và có đồ thị như hình vẽ, (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y=ax^2+bx+c$).



Biết $f(0)=0$, giá trị của $2f(-5)+3f(2)$ bằng

A. 33. **B.** $\dfrac{109}{3}$. **C.** $\dfrac{35}{3}$. **D.** 11.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Minh Tuấn ; Fb: Minh Tuấn Hoàng Thị

Chọn C

Cách 1:

Từ giả thiết ta có $f'(x)=\begin{cases}3x+14 & \text{khi } -5\le x\le -4\\ -\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} & \text{khi } -4<x\le -1\\ -x^2+2x+3 & \text{khi } -1<x\le 3\end{cases}$.

Suy ra

$$\int_{-5}^{-4} f'(x)\,dx=\int_{-5}^{-4}(3x+14)\,dx \Rightarrow f(-4)-f(-5)=\frac{1}{2}.$$

$$\int_{-4}^{-1} f'(x)\,dx=\int_{-4}^{-1}\left(-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}\right)dx \Rightarrow f(-1)-f(-4)=3.$$

$$\int_{-1}^{2} f'(x)\,dx=\int_{-1}^{2}\left(-x^2+2x+3\right)dx \Rightarrow f(2)-f(-1)=9.$$

$$\int_{0}^{2} f'(x)\,dx=\int_{0}^{2}\left(-x^2+2x+3\right)dx \Rightarrow f(2)-f(0)=\frac{22}{3}.$$

Khi đó vì $f(0)=0$ nên ta có

$$2f(-5)+3f(2)=2\left[f(-5)-f(-4)\right]+2\left[f(-4)-f(-1)\right]+2\left[f(-1)-f(2)\right]+5\left[f(2)-f(0)\right]$$

$$=2.\left(-\frac{1}{2}\right)+2.(-3)+2.(-9)+5.\frac{22}{3}=\frac{35}{3}.$$

Cách 2: (Lưu Thêm)

Từ giả thiết ta có $f'(x)=\begin{cases}3x+14 & \text{khi } -5\le x\le -4\\ -\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} & \text{khi } -4<x\le -1\\ -x^2+2x+3 & \text{khi } -1<x\le 3\end{cases}$.

Suy ra $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{2}x^2+14x+C_1 & \text{khi } -5\le x\le -4\\ -\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+C_2 & \text{khi } -4<x\le -1\\ -\frac{1}{3}x^3+x^2+3x+C_3 & \text{khi } -1<x\le 3\end{cases}$.

Do $f(0)=0$ nên $C_3=0$.

Vì hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại $x=-4$ và $x=-1$ nên hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=-4$ và $x=-1$.

Do đó ta có $\begin{cases} 24-56+C_1 = -\dfrac{16}{3}+\dfrac{8}{3}+C_2 \\ -\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}+C_2 = \dfrac{1}{3}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = \dfrac{82}{3} \\ C_2 = -2 \end{cases}$.

Suy ra $2f(-5)+3f(2) = 2.\left(\dfrac{75}{2}-70+\dfrac{82}{3}\right)+3.\left(-\dfrac{8}{3}+4+6\right)=\dfrac{35}{3}$.

Câu 5. **[2D1-9.1-3] (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị Lần 1)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. So sánh $f(-2);f(0);f(2)$ ta được

A. $f(2)<f(0)<f(-2)$ **B.** $f(0)<f(-2)<f(2)$.

C. $f(-2)<f(2)<f(0)$. **D.** $f(-2)<f(0)<f(2)$.

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiến ; Fb: Đào Văn Tiến

Chọn A

Ta có $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1) = x^7-x^6-3x^5+3x^4-x^3+x^2+3x-3$.

+) $I_1=\int_{-2}^{0} f'(x)\,dx=\int_{-2}^{0}\left(x^7-x^6-3x^5+3x^4-x^3+x^2+3x-3\right)dx=\dfrac{-464}{105}<0$

$\Rightarrow f(0)-f(-2)<0 \Rightarrow f(0)<f(-2)$.

+) $I_2=\int_{0}^{2} f'(x)\,dx=\int_{0}^{2}\left(x^7-x^6-3x^5+3x^4-x^3+x^2+3x-3\right)dx=\dfrac{-44}{105}<0$

$\Rightarrow f(2)-f(0)<0 \Rightarrow f(2)<f(0)$.

Vậy $f(2)<f(0)<f(-2)$.

Câu 6. **[2D1-9.1-3] (Lê Quý Đôn Điện Biên Lần 3)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x)>2^x+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(1)-2$. **B.** $m\le f(1)-2$. **C.** $m\le f(-1)-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m>f(-1)-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Văn Phiên; Fb:Phiên Văn Hoàng

Chọn B

Bất phương trình $f(x) > 2^x + m \Leftrightarrow m < f(x) - 2^x$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2^x$.

Có $g'(x) = f'(x) - 2^x \ln 2$.

Với $\forall x \in (-1;1)$, ta có $\begin{cases} f'(x) < 0 \\ -2^x \ln 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0$.

Bảng biến thiên:

x	-1		1
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(-1)$	$\searrow$	$g(1)$

Từ bảng biến thiên, ta có:

$f(x) > 2^x + m, \forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m < g(x), \forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \le g(1) \Leftrightarrow m \le f(1) - 2$.