

- Câu 1. [2D1-9.1-3] (Nguyễn Đình Chiêu Tiên Giang)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[0;3]} |x^2 - 2x + m| = 4$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng
- A. -2 . B. 2 . C. -4 . D. 4 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Thương ; Fb: Nguyễn Thương

Chọn C

Đặt $t = x^2 - 2x$. Với $x \in [0; 3] \Rightarrow t \in [-1; 3]$.

Nên $\max_{[0;3]} |x^2 - 2x + m| = \max_{[-1;3]} |t + m| = \max\{|m - 1|; |m + 3|\}$.

$$\max_{[0;3]} |x^2 - 2x + m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 1| = 4 \\ |m + 3| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 4 \\ m - 1 = -4 \\ m + 3 = 4 \\ m + 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \\ m = 1 \\ m = -7 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S = \{5; -3; 1; -7\}.$$

Vậy tổng giá trị các phần tử của S bằng -4 .

- Câu 2. [2D1-9.1-3] (NGUYỄN ĐÌNH CHIÊU TIÊN GIANG)** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[0;3]} |x^2 - 2x + m| = 4$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng
- A. -2 . B. 2 . C. -4 . D. 4 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Thương ; Fb: Nguyễn Thương

Chọn C

Đặt $t = x^2 - 2x$. Với $x \in [0; 3] \Rightarrow t \in [-1; 3]$.

Nên $\max_{[0;3]} |x^2 - 2x + m| = \max_{[-1;3]} |t + m| = \max\{|m - 1|; |m + 3|\}$.

$$\max_{[0;3]} |x^2 - 2x + m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} |m - 1| = 4 \\ |m + 3| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 = 4 \\ m - 1 = -4 \\ m + 3 = 4 \\ m + 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \\ m = 1 \\ m = -7 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S = \{5; -3; 1; -7\}.$$

Vậy tổng giá trị các phần tử của S bằng -4 .

Câu 3. [2D1-9.1-3] (GIỮA-HKII-2019-VIỆT-ĐỨC-HÀ-NỘI) Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc góc phần

tứ thứ nhất và nằm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ mà có khoảng cách đến đường thẳng $d: x+y+6=0$ nhỏ nhất. Khi đó giá trị của hiệu $b-a$ là:

- A. 1. **B. 3.** C. 2. D. $3-2\sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tất Trịnh; Fb: Nguyễn Tất Trịnh

Chọn B

Gọi $M\left(a; \frac{2a+5}{a+1}\right), a > 0$.

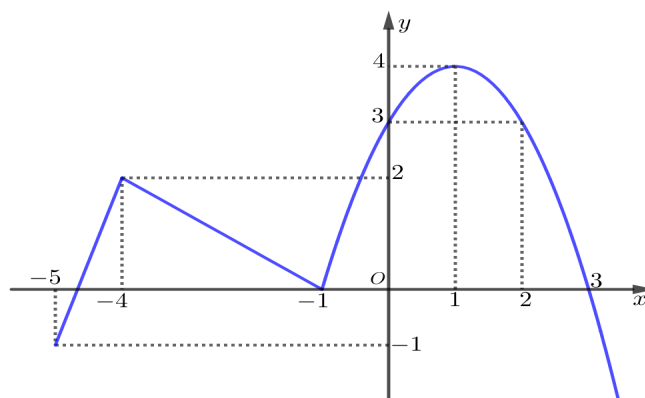
$$\begin{aligned} d(M; d) &= \frac{\left|a + \frac{2a+5}{a+1} + 6\right|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left|a + 8 + \frac{3}{a+1}\right| \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left|a+1 + \frac{3}{a+1} + 7\right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(a+1 + \frac{3}{a+1}\right) + 7 \\ &\geq \frac{\sqrt{2}}{2} 2\sqrt{a+1 \cdot \frac{3}{a+1}} + 7 = \frac{\sqrt{2}}{2} (2\sqrt{3} + 7) \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a+1 = \frac{3}{a+1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} - 1 \\ a = -\sqrt{3} - 1 \end{cases}$.

Do $a > 0$, nên $a = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow b = 2 + \sqrt{3}$

$$\Rightarrow b - a = 3.$$

Câu 4. [2D1-9.1-3] (Lê Quý Đôn Điện Biên Lần 3) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[-5; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ, (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$).



Biết $f(0) = 0$, giá trị của $2f(-5) + 3f(2)$ bằng

- A. 33. B. $\frac{109}{3}$. **C. $\frac{35}{3}$.** D. 11.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Minh Tuấn ; Fb: Minh Tuấn Hoàng Thị

Chọn C

Cách 1:

$$f'(x) = \begin{cases} 3x+14 & \text{khi } -5 \leq x \leq -4 \\ -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} & \text{khi } -4 < x \leq -1 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{khi } -1 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Từ giả thiết ta có

Suy ra

$$\int_{-5}^{-4} f'(x) dx = \int_{-5}^{-4} (3x+14) dx \Rightarrow f(-4) - f(-5) = \frac{1}{2}.$$

$$\int_{-4}^{-1} f'(x) dx = \int_{-4}^{-1} \left(-\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\right) dx \Rightarrow f(-1) - f(-4) = 3.$$

$$\int_{-1}^2 f'(x) dx = \int_{-1}^2 (-x^2 + 2x + 3) dx \Rightarrow f(2) - f(-1) = 9.$$

$$\int_0^2 f'(x) dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x + 3) dx \Rightarrow f(2) - f(0) = \frac{22}{3}.$$

Khi đó vì $f(0) = 0$ nên ta có

$$\begin{aligned} 2f(-5) + 3f(2) &= 2[f(-5) - f(-4)] + 2[f(-4) - f(-1)] + 2[f(-1) - f(2)] + 5[f(2) - f(0)] \\ &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 \cdot (-3) + 2 \cdot (-9) + 5 \cdot \frac{22}{3} = \frac{35}{3}. \end{aligned}$$

Cách 2: (Lưu Thêm)

$$f'(x) = \begin{cases} 3x+14 & \text{khi } -5 \leq x \leq -4 \\ -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} & \text{khi } -4 < x \leq -1 \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{khi } -1 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Từ giả thiết ta có

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2 + 14x + C_1 & \text{khi } -5 \leq x \leq -4 \\ -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + C_2 & \text{khi } -4 < x \leq -1 \\ -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + C_3 & \text{khi } -1 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Suy ra

Do $f(0) = 0$ nên $C_3 = 0$.

Vì hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại $x = -4$ và $x = -1$ nên hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = -4$ và $x = -1$.

$$\begin{cases} 24 - 56 + C_1 = -\frac{16}{3} + \frac{8}{3} + C_2 \\ -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + C_2 = \frac{1}{3} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{82}{3} \\ C_2 = -2 \end{cases}$$

Do đó ta có

$$\text{Suy ra } 2f(-5) + 3f(2) = 2 \cdot \left(\frac{75}{2} - 70 + \frac{82}{3} \right) + 3 \cdot \left(-\frac{8}{3} + 4 + 6 \right) = \frac{35}{3}$$

Câu 5. [2D1-9.1-3] (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. So sánh $f(-2); f(0); f(2)$ ta được

A. $f(2) < f(0) < f(-2)$

B. $f(0) < f(-2) < f(2)$

C. $f(-2) < f(2) < f(0)$

D. $f(-2) < f(0) < f(2)$

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiến ; Fb: Đào Văn Tiến

Chọn A

Ta có $f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1) = x^7 - x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 3$

+) $I_1 = \int_{-2}^0 f'(x) dx = \int_{-2}^0 (x^7 - x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 3) dx = \frac{-464}{105} < 0$

$\Rightarrow f(0) - f(-2) < 0 \Rightarrow f(0) < f(-2)$

+) $I_2 = \int_0^2 f'(x) dx = \int_0^2 (x^7 - x^6 - 3x^5 + 3x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 3) dx = \frac{-44}{105} < 0$

$\Rightarrow f(2) - f(0) < 0 \Rightarrow f(2) < f(0)$

Vậy $f(2) < f(0) < f(-2)$

Câu 6. [2D1-9.1-3] (Lê Quý Đôn Điện Biên Lần 3) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-1	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) > 2^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(1) - 2$

B. $m \leq f(1) - 2$

C. $m \leq f(-1) - \frac{1}{2}$

D. $m > f(-1) - \frac{1}{2}$

Lời giải

Tác giả: Hoàng Văn Phiên; Fb: Phiên Văn Hoàng

Chọn B

Bất phương trình $f(x) > 2^x + m \Leftrightarrow m < f(x) - 2^x$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2^x$.

Có $g'(x) = f'(x) - 2^x \ln 2$.

Với $\forall x \in (-1; 1)$, ta có $\begin{cases} f'(x) < 0 \\ -2^x \ln 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow g'(x) < 0$.

Bảng biến thiên:

x	-1	1
$g'(x)$	—	
$g(x)$	$g(-1)$	$g(1)$

Từ bảng biến thiên, ta có:

$$f(x) > 2^x + m, \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m < g(x), \forall x \in (-1; 1) \Leftrightarrow m \leq g(1) \Leftrightarrow m \leq f(1) - 2$$