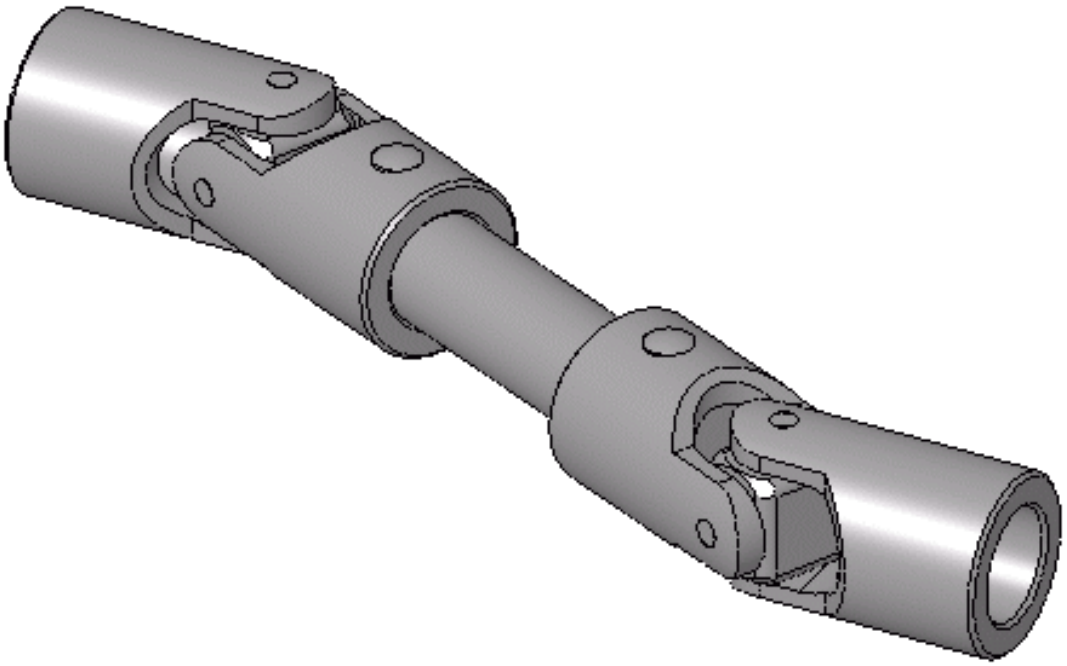
# Тема 3.9. **Вали і осі**

План

1. Вали і осі, їх призначення, конструкції, матеріали
2. Розрахунок валів і осей на міцність і жорсткість.



## 1. Вали і осі, їх призначення, конструкції, матеріали

***Вісь*** – це деталь, яка забезпечує обертальний рух установлених на ній шківів, зірочок, зубчастих та черв'ячних коліс, котків тощо, не передаючи корисного крутного моменту.

Осі розрізняють за такими ознаками:

- за конструкцією:

*постійного діаметра* (рис. 9.1*а*);

з різними діаметрами – *ступінчасті* (рис. 9.1*б*);

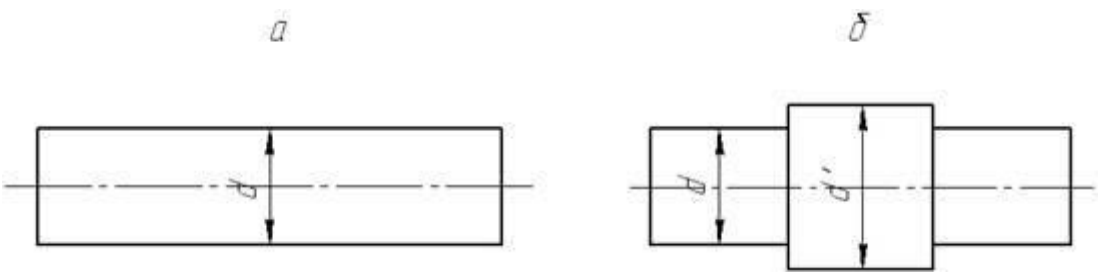


Рис. 9.1. Конструкції осей

- за видом поперечного перерізу:
*суцільними* (рис. 9.2*а*);

*порожнистими* (рис. 9.2*б*);

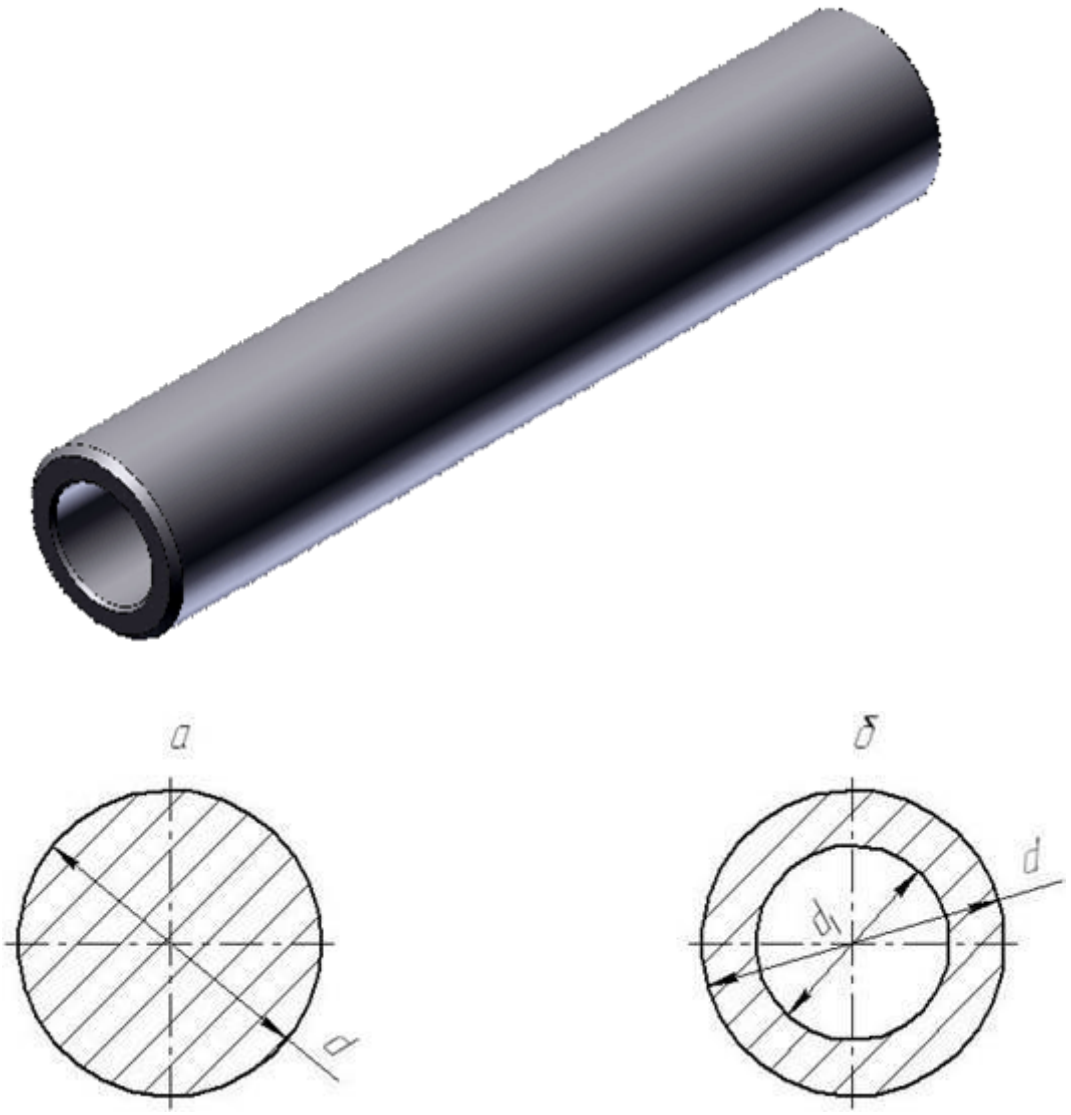
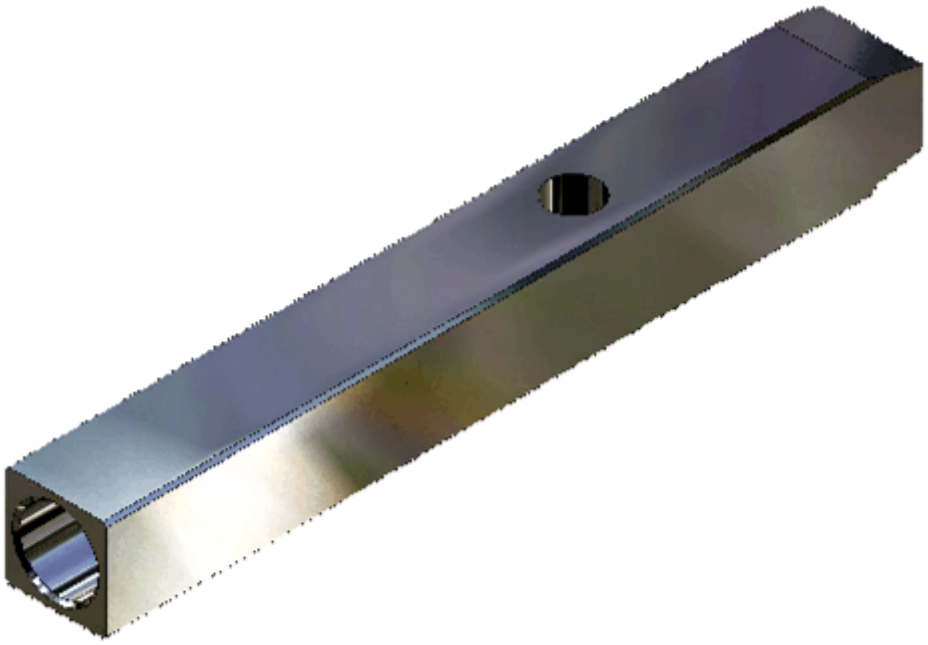



Рис. 9.2. Схеми осей за видом поперечного перерізу

- за обрисом поперечного перерізу:
*круглими* (рис. 9.3*а*);

*некруглими* (рис. 9.3*б*);



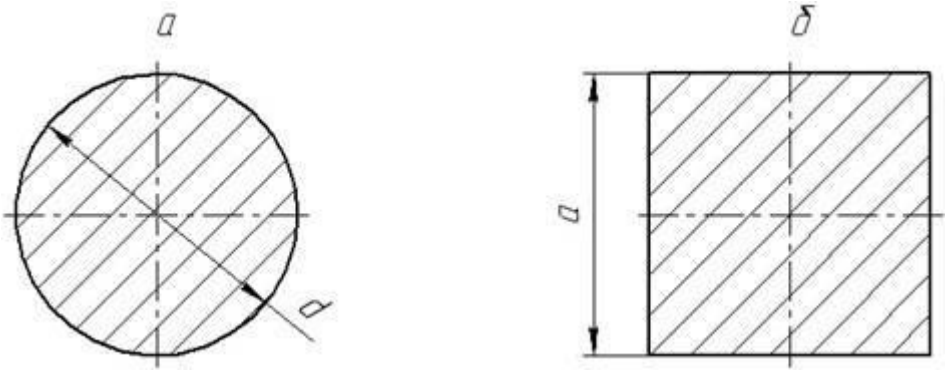



Рис. 9.3. Схеми осей за обрисом поперечного перерізу

- за можливістю обертання: *рухомими* (рис. 9.4*а*) і *нерухомими* (рис. 9.4*б*);

Рис. 9.4. Схеми осей за можливістю обертання

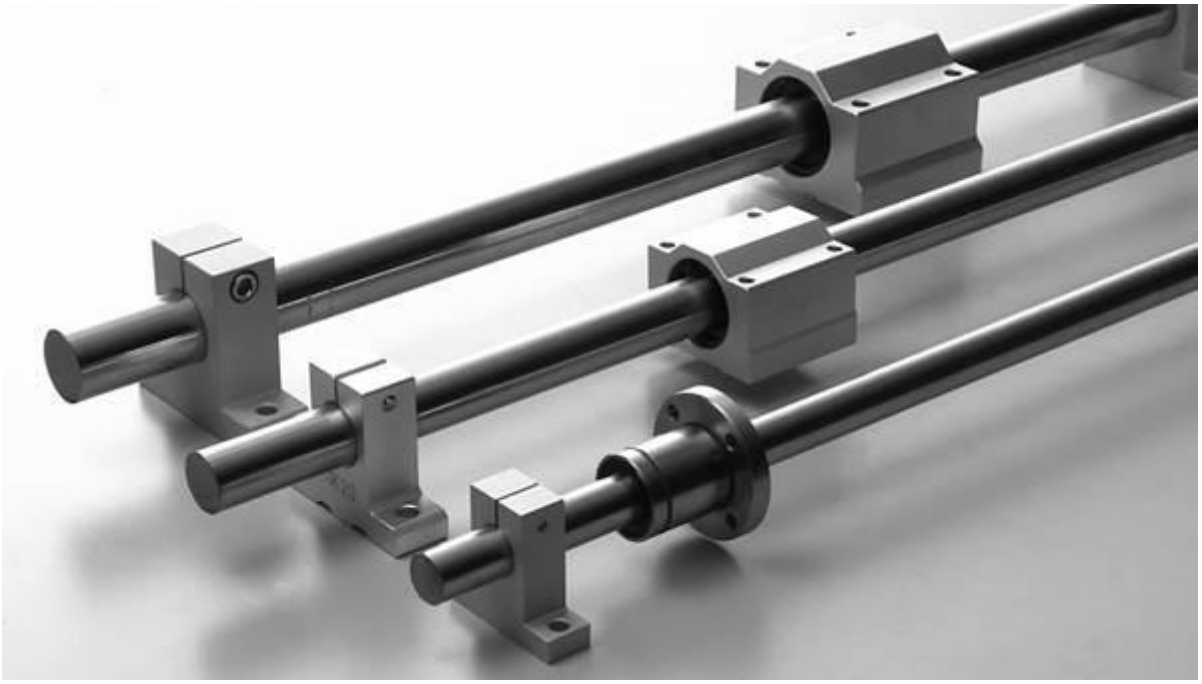
## Матеріали осей

Основними матеріалами для осей є вуглецеві та леговані сталі. Заготовки для осей діаметром до 150 *мм* є круглий прокат, а для осей більшого діаметра – поковки. Поверхні осей, що призначені для спряження з іншими деталями, мають бути точно і чисто оброблені різцями. Наприклад, параметри шорсткості поверхонь під вальниці кочення $R_a = (3{,}2...0{,}8) мкм$, а для вальниць ковзання $R_a = (0{,}4...0{,}1) мкм$.

Рис. 9.5. Схеми галтелей

Для осей переважно використовують сталі *Ст4*, *Ст5*, *Ст6,* а також сталі 40, 45, 40Х, 40ХН та інші.

Розрахунки осей на міцність



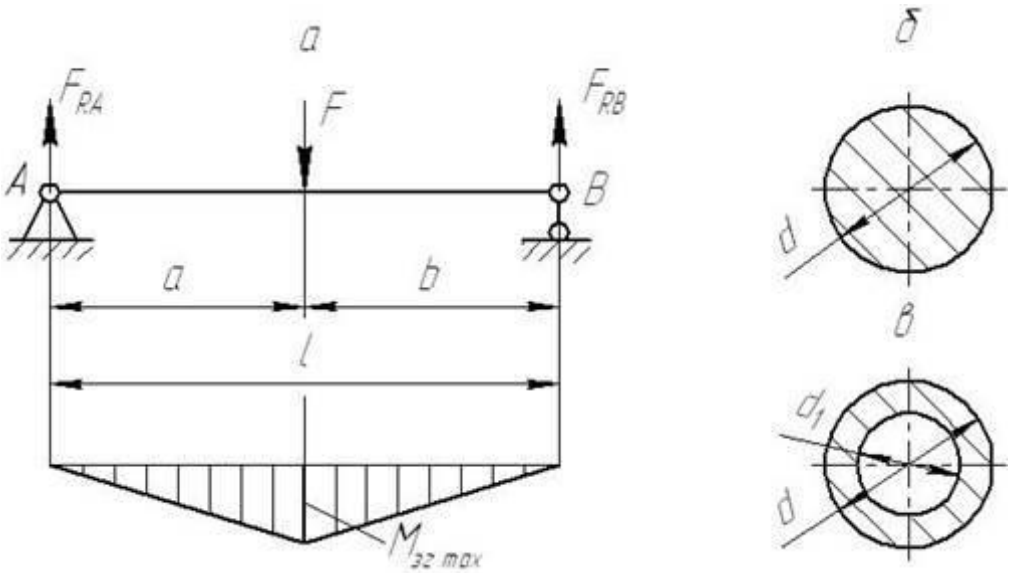



Рис. 9.6. Розрахункова схема осі

На рис. 9.6*а* показано розрахункову схему осі. За постійної за величиною і напрямом поперечної сили $F$ у нерухомій осі напруження будуть постійними, а в осі, що обертається, вони будуть змінюватися за симетричним циклом. Відповідно у першому випадку розрахунок осі ведуть за умовою статичної міцності, а в другому – за умовою стійкості проти

втомного руйнування. Ці два розрахунки відрізняються один від одного вибором допустимих напружень.

Умова міцності осі за згину

$$\sigma_{зг} = M_{зг\,max} / W_{зг} \le [\sigma_{зг}], \qquad (9.1)$$

де $M_{зг\,max}$ – максимальний момент згину. Для приведеної схеми (див. рис. 9.6*а*) максимальний момент згину визначають за співвідношенням

$$M_{зг\,max} = F_{RA} \cdot a = F_{RB} \cdot b = F \cdot a \cdot b / (a+b). \qquad (9.2)$$

Тут $F_{RA}$ і $F_{RB}$ – реакції опор $A$ і $B$ осі: $F_{RA} = F \cdot b / (a+b)$ і $F_{RB} = F \cdot a / (a+b)$;

$W_{зг}$ – осьовий момент опору згину залежить від виду поперечного перерізу осі: для круглого перерізу осі (рис. 9.6*б*) $W_{зг} = 0{,}1 \cdot d^3$; для кільцевого перерізу осі (рис. 9.6*в*) $W_{зг} = 0{,}1 \cdot d^3 \cdot (1 - \beta^4)$, де $\beta = d_1 / d$.

Тоді запишемо умову міцності:

- для осі круглого перерізу:

$$\sigma_{зг} = \frac{F \cdot a \cdot b}{0{,}1 \cdot d^3 \cdot (a+b)} \le [\sigma_{зг}]; \qquad (9.3)$$

- для осі кільцевого перерізу:

$$\sigma_{зг} = \frac{F \cdot a \cdot b}{0{,}1 \cdot d^3 \cdot (1-\beta^4) \cdot (a+b)} \le [\sigma_{зг}]. \qquad (9.4)$$

Останні вирази можна використати для перевірних розрахунків осей із відомими розмірами, навантажених за цією схемою.

Проектний розрахунок таких осей можна виконати за формулами, отриманими із наведених умов міцності щодо діаметра $d$:

- для осі круглого перерізу:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{F \cdot a \cdot b}{0{,}1 \cdot (a+b) \cdot [\sigma_{зг}]}}; \qquad (9.5)$$

- для осі кільцевого перерізу:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{F \cdot a \cdot b}{0{,}1 \cdot (1-\beta^4) \cdot (a+b) \cdot [\sigma_{зг}]}}. \qquad (9.6)$$

Отримані значення діаметрів осей округляють до стандартних згідно з рядом $R_a 40$. Допустиме напруження $[\sigma_{зг}]$ визначають: для умови статичної

міцності $[\sigma_{зв}] = \sigma_T / [s]$; для умови втомної міцності $[\sigma_{зв}] = \sigma_{-1} \cdot K_d / ([s] \cdot K_\sigma)$, де $\sigma_T$ – границя текучості матеріалу; $\sigma_{-1}$ – границя витривалості; $[s]$ – допустимий коефіцієнт запасу міцності; $K_d$ – коефіцієнт розмірів перетину осі; $K_\sigma$ – коефіцієнт концентрації напружень.

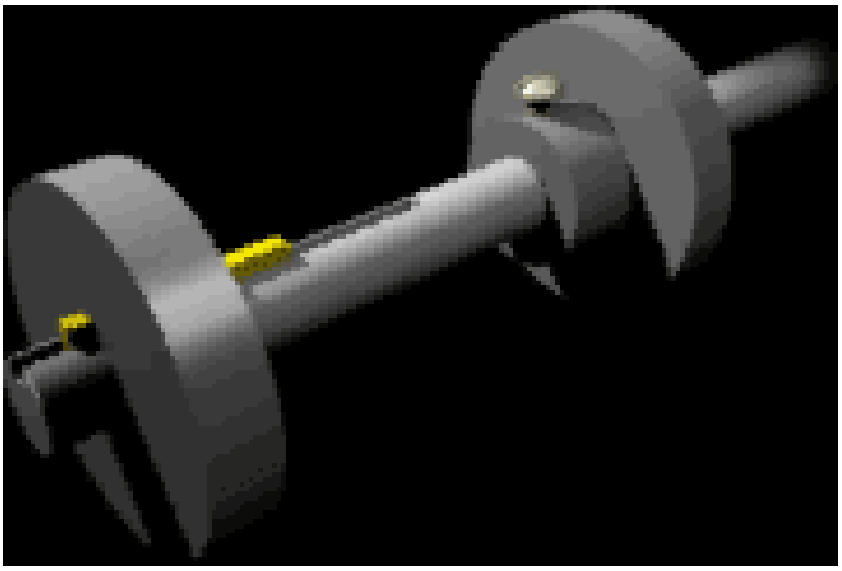
## Вали. Основні визначення та класифікація

***Вал*** – це деталь, яка забезпечує обертальний рух установлених на ній шківів, зірочок, зубчастих та черв'ячних коліс, котків тощо і передає крутний момент.

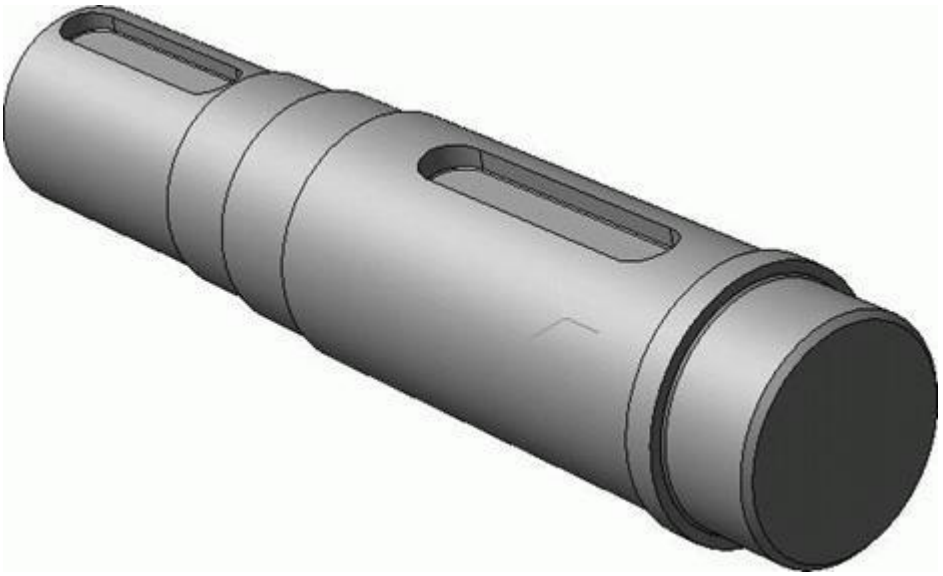
Вали розрізняють за такими ознаками:

- за конструкцією:

постійного діаметра (рис. 9.7*а*);



з різними діаметрами – ступінчасті (рис. 9.7*б*);



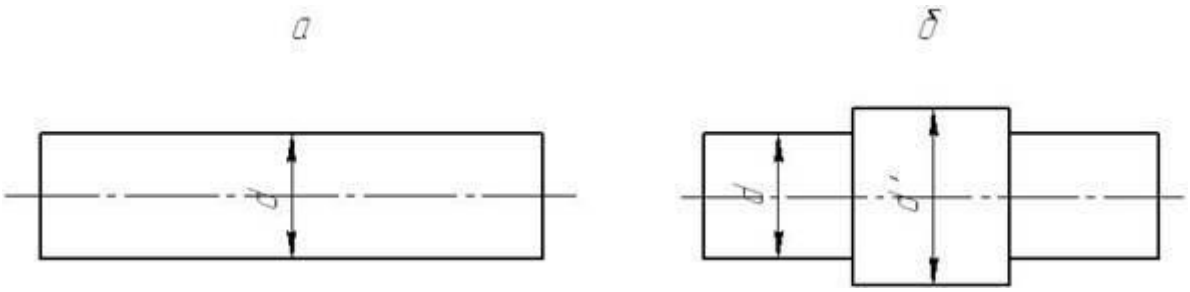
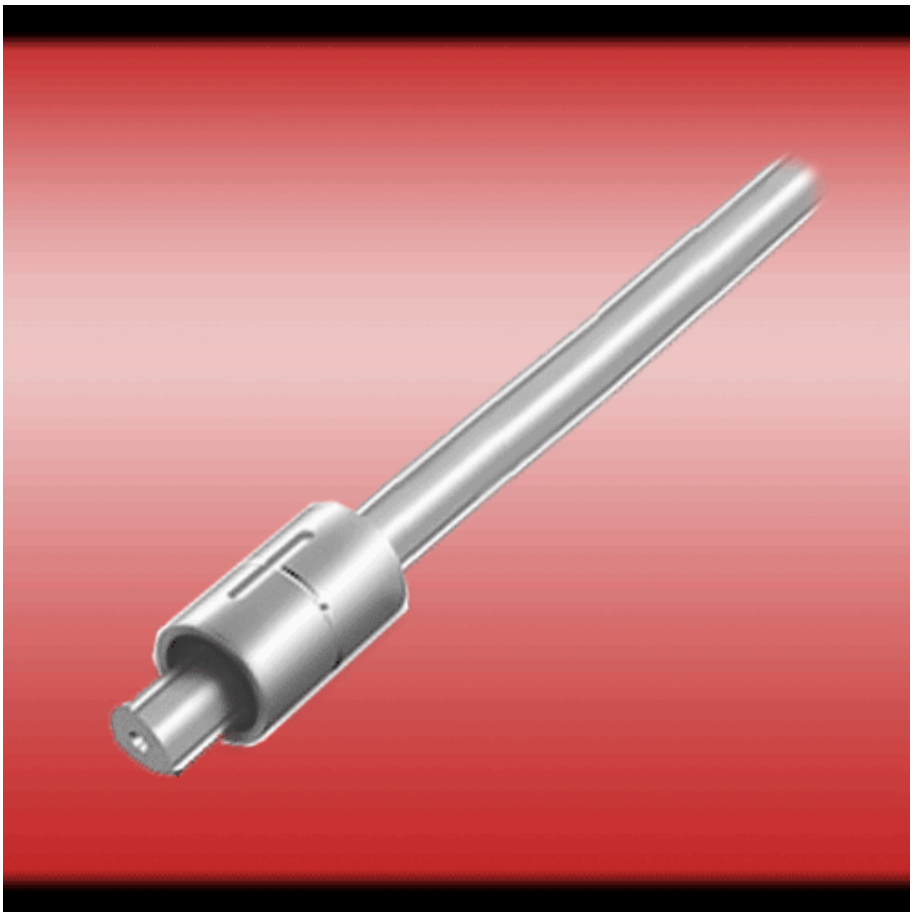



Рис. 9.7. Конструкції валів

- за видом поперечного перерізу:
*суцільними* (рис. 9.8*а*);



*порожнистими* (рис. 9.8*б*);

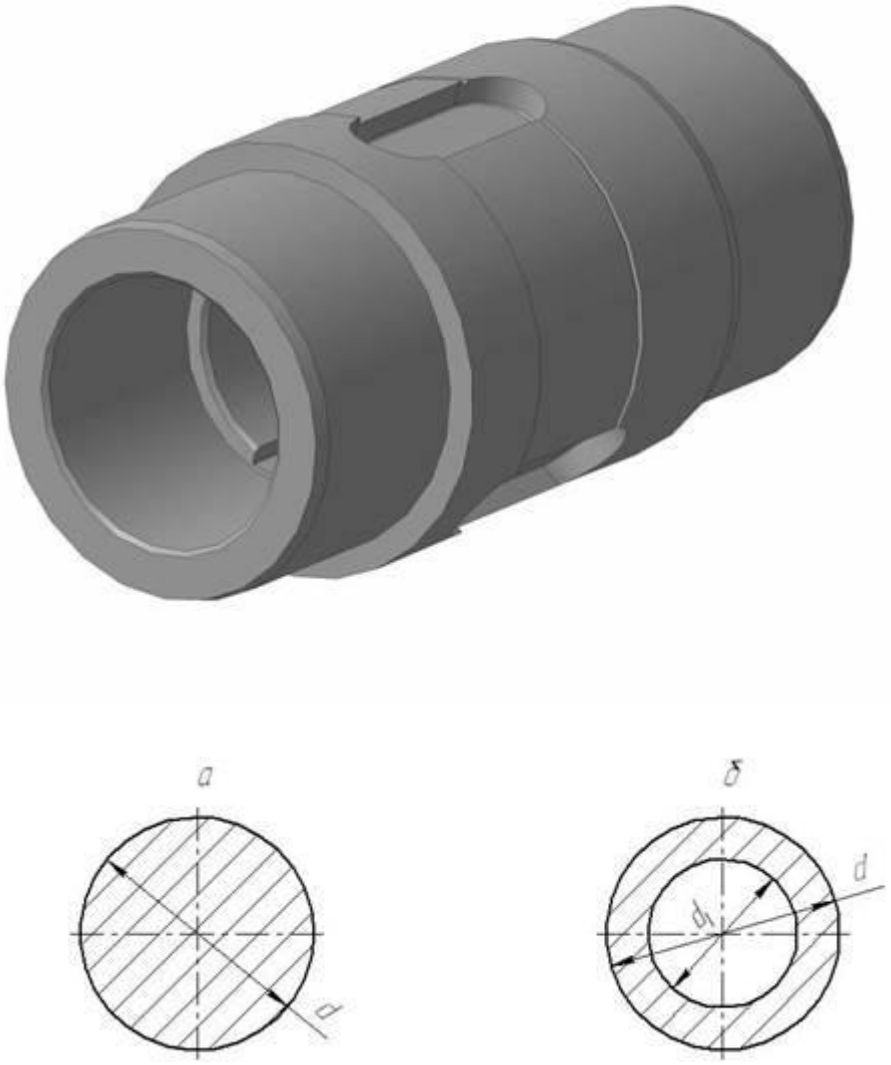
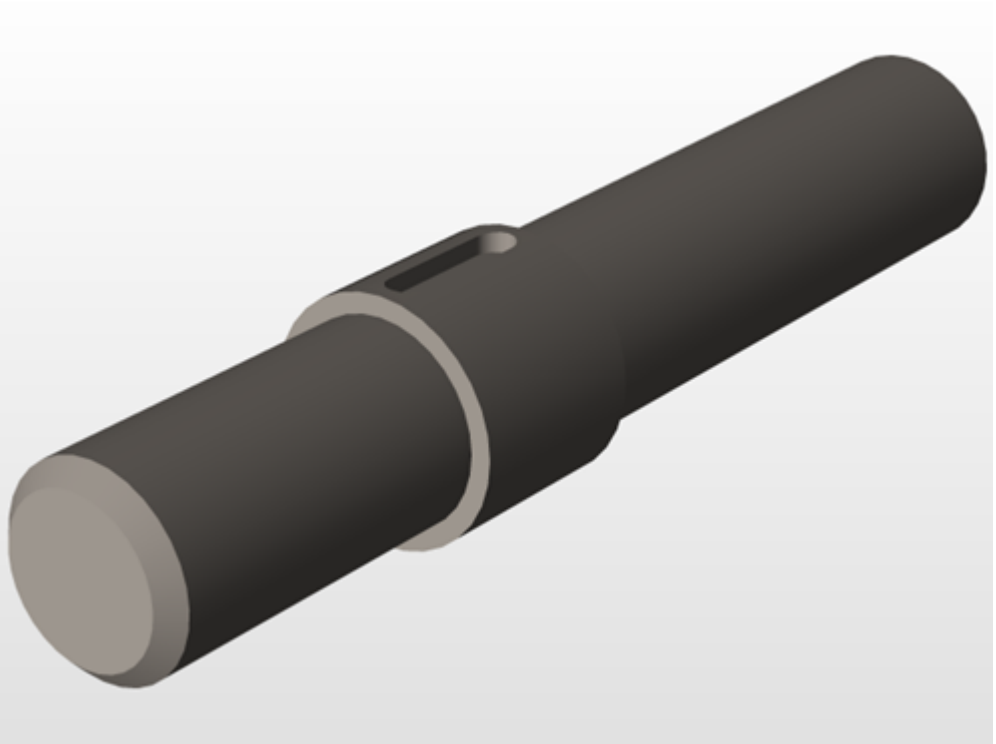



Рис. 9.8. Схеми валів за видом поперечного перерізу

- за обрисом поперечного перерізу:
*круглими* (рис. 9.9*а*);



*некруглими* (рис. 9.9*б*);

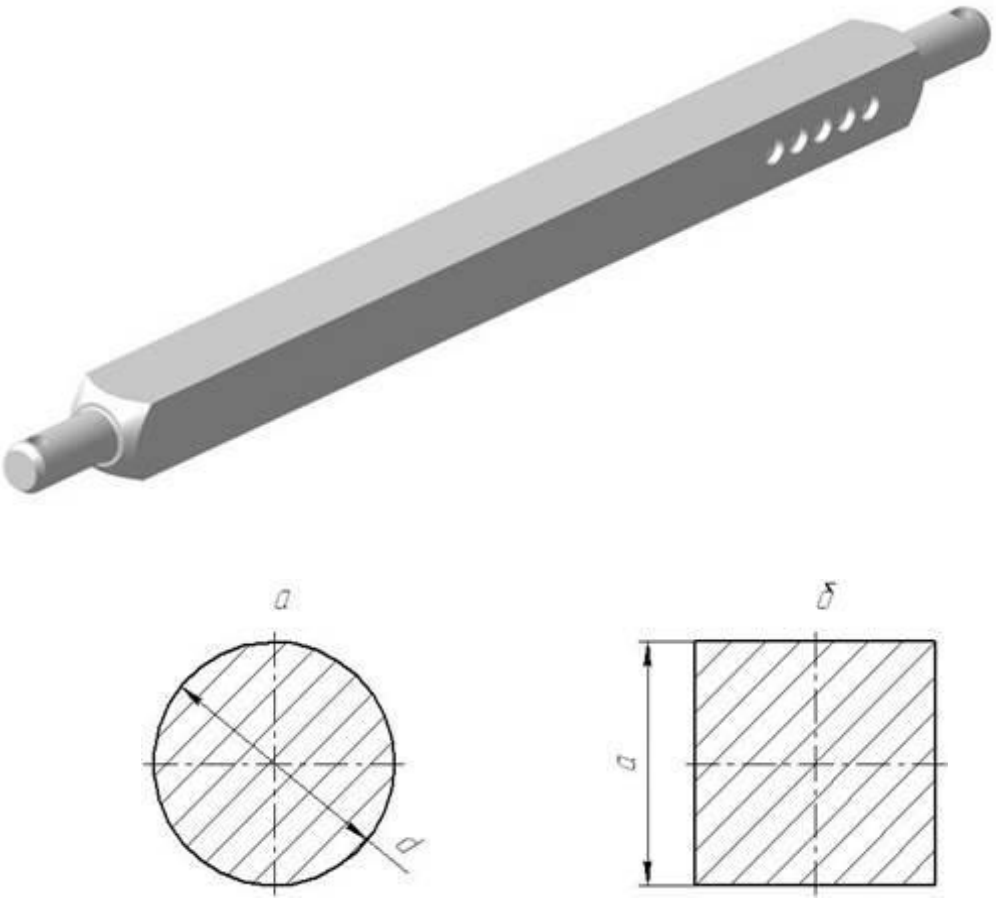


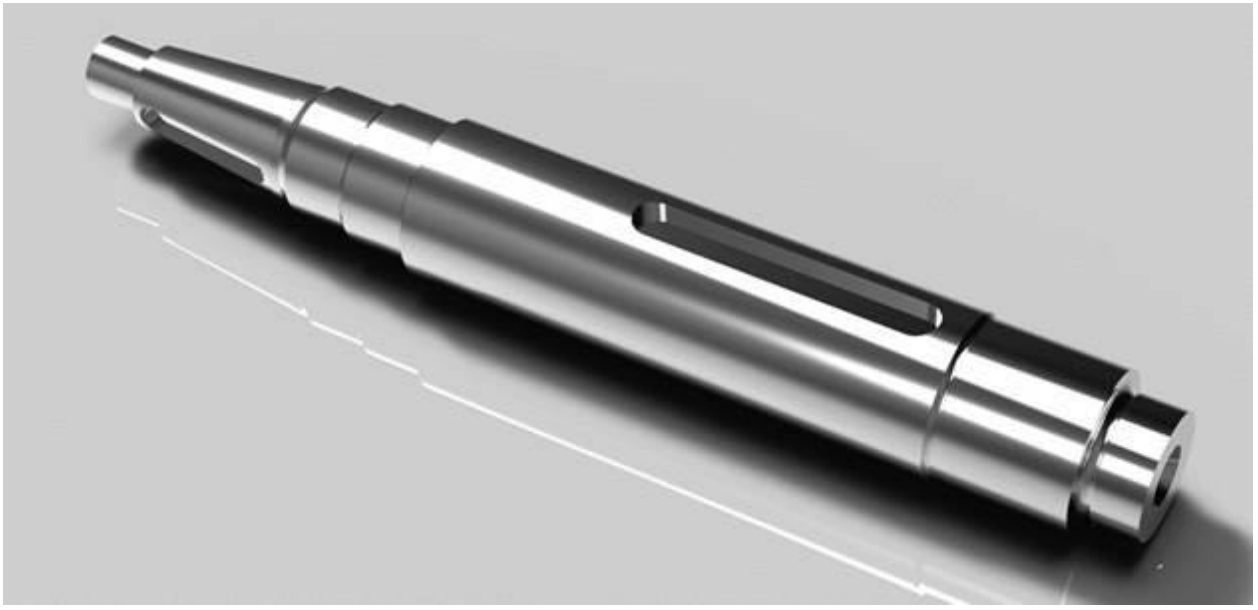

Рис. 9.9. Схеми валів за обрисом поперечного перерізу

## Матеріали валів

Основними матеріалами для валів є вуглецеві та леговані сталі. Заготовки для валів діаметром до 150 *мм* є круглий прокат, а для валів більшого діаметра – поковки. Поверхні валів, що призначені для спряження з іншими деталями, мають бути точно і чисто оброблені різцями. Наприклад, параметри шорсткості поверхонь під вальниці кочення $R_a = (3{,}2...0{,}8) мкм$, а для вальниць ковзання $R_a = (0{,}4...0{,}1) мкм$.

Для валів переважно використовують сталі 40, 45, 40Х, 40ХН та інші. Вали з цих сталей піддаються нормалізації, поліпшенню або гартуванню з нагрівом СВЧ і низьким відпуском. Перехідні ділянки між двома сходинками різних діаметрів валів виконують перехідними поверхнями – галтелями різної форми, як показано для осей на рис. 8.5, рівцями тощо.

# 2. Розрахунок валів і осей на міцність і жорсткість. Конструктивні і технологічні способи підвищення витривалості валів



## Умовний розрахунок валів

*Умовний розрахунок вала* проводиться за відомим моментом кручення із умови міцності на кручення. Допустимі напруження кручення приймаються заниженими – $[\tau_к] = 15...30 МПа$. Цей розрахунок є попереднім

проектним, у якому визначають мінімальний діаметр, як правило, вихідної ділянки, а інші діаметри призначають і будують ескіз.

$$d_{\min} \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2 \cdot [\tau_k]}}, \qquad (9.7)$$

де $M_к$ – момент кручення вала.

Отриманий мінімальний діаметр вала необхідно збільшити на 10 %, оскільки на ділянці 1, для цього прикладу (рис. 9.10), виконується паз під шпонку. Отриманий результат округлюють до більшого стандартного значення згідно з рядом $Ra40$ (ГОСТ 6636-69).

Діаметри інших ділянок вала призначають згідно з рядом $Ra40$, на основі зручності установки на валу інших деталей – шківів, зірочок, зубчастих коліс, вальниць кочення і т. інше. Виконаний ескіз для вала має п’ять сходинок.

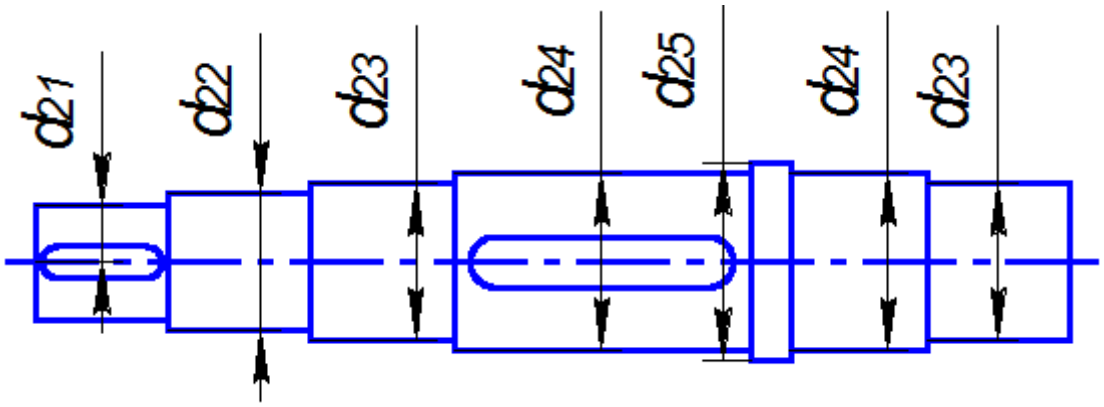



Рис. 9.10. Ескіз вала

## Розрахунок валів на статичну міцність

*Розрахунок валів на статичну міцність* проводиться як проектний розрахунок, у якому визначають діаметр вала у небезпечному перерізі, а діаметри інших сходинок призначають та будують ескіз. Небезпечний переріз вала – це такий переріз, у якому діють максимальні моменти згину і кручення, мають місце конструктивні концентратори напруження – переходи від однієї сходинки до другої, різні отвори і вирізи, кільцеві та шпонкові канавки, пресові посадки. Щоб виконати такий розрахунок, слід мати відстані між точками прикладання сил, наприклад, *a,b,l* (рис. 9.11), які визначають на основі ескізного компонування передавача.

Для цієї схеми навантаження визначають реакції опор вала: у вертикальній площині $F_{RAB}$ і $F_{RBB}$ від сили $F_r$; у горизонтальній площині

$F_{RAГ}$ і $F_{RBГ}$ від сили $F_t$. Далі будують епюри моментів згину у вертикальній $M_{зв в}$ та горизонтальній $M_{зв г}$ площинах і моменту кручення. Далі визначають небезпечний перетин вала. У цьому прикладі небезпечний перетин вала відповідає точці прикладання сил $F_t$ і $F_r$. Для небезпечного перетину вала визначається результуючий момент згину:

$$M_{зв} = \sqrt{M^2_{зв в max} + M^2_{зв г max}}, \tag{9.8}$$

а далі еквівалентний момент:

$$M_e = \sqrt{M^2_{зв} + 0{,}75M^2_к}. \tag{9.9}$$

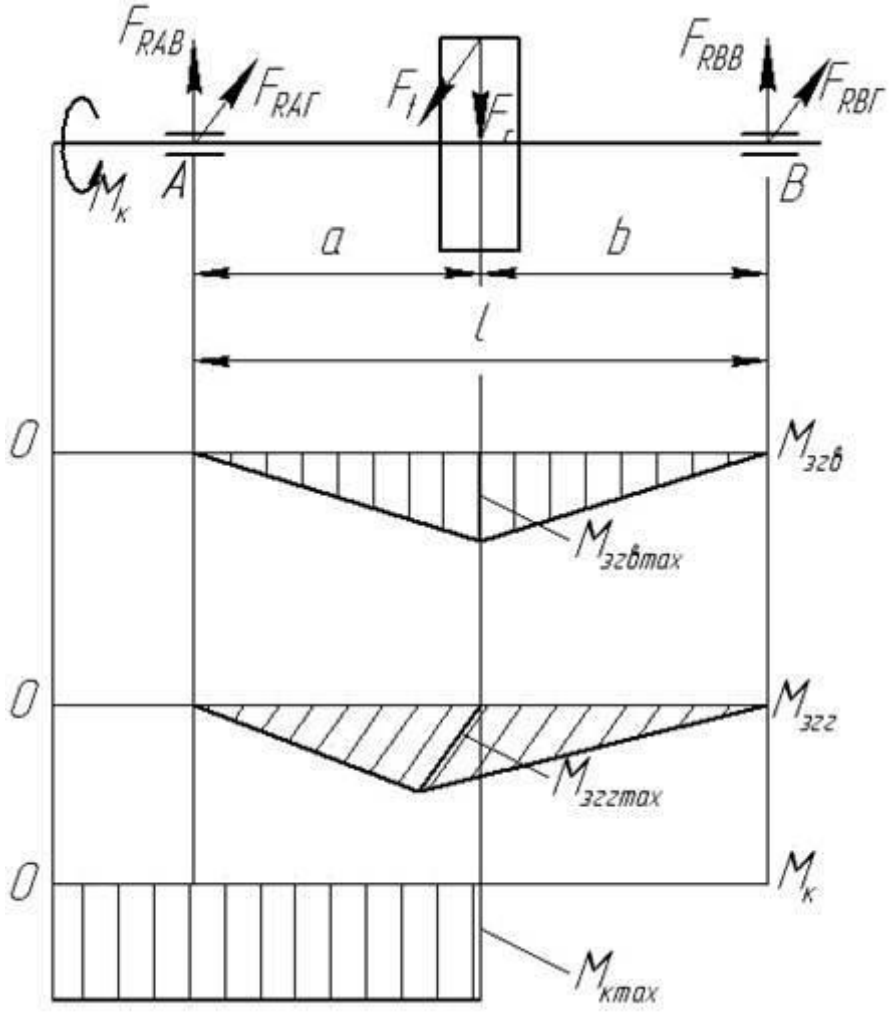



Рис. 9.11. Розрахункова схема вала на статичну міцність

Із умови міцності на згин визначають діаметр для небезпечного перетину вала. Для ескізу вала, показаного на рис. 9.10:

$$d_{24} = \sqrt[3]{\frac{M_e}{0{,}1 \cdot [\sigma_{зг}]}}, \qquad (9.10)$$

де $[\sigma_{зг}]$ – допустиме напруження на згин, для умови статичної міцності визначають $[\sigma_{зг}] = \sigma_T / [s]$, де $\sigma_T$ – границя текучості матеріалу; $[s]$ – допустимий коефіцієнт запасу міцності.

Отриманий діаметр небезпечного перетину вала необхідно збільшити на 10 %, оскільки на ділянці, для цього прикладу (рис. 9.11), виконується паз під шпонку. Отриманий результат округлюють до більшого стандартного значення згідно з рядом $Ra40$ (ГОСТ 6636-69).

Діаметри інших ділянок вала призначаються згідно з рядом $Ra40$, на основі зручності установлення на валу інших деталей – шківів, зірочок, зубчастих коліс, вальниць кочення та інших.

## Розрахунок валів на витривалість

*Розрахунок вала на витривалість* – це перевірний розрахунок його у небезпечних перерізах. Оцінюється роботоздатність вала коефіцієнтом запасу міцності, який визначають за формулою:

$$s = \frac{s_\sigma \cdot s_\tau}{\sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}} \geq [s], \qquad (9.11)$$

де $s_\sigma$ і $s_\sigma$ – коефіцієнти запасу міцності, відповідно, за нормальними і дотичними напруженнями, які визначають:

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{K_d} \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}; \qquad s_\sigma = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{K_d} \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m}, \qquad (9.12)$$

де $\sigma_{-1}$ і $\tau_{-1}$ – границі витривалості матеріалу вала, відповідно, за згину та кручення: за симетричного циклу $\sigma_{-1} \approx 0{,}45\sigma_в$ і $\tau_{-1} = 0{,}25\sigma_в$, де $\sigma_в$ – границя міцності матеріалу вала; $K_\sigma$ і $K_\tau$ – коефіцієнти концентрації напружень, відповідно, за згину та кручення залежать від конструктивного концентратора напружень; $K_d$ – коефіцієнт впливу абсолютних розмірів небезпечного перетину вала; $\psi_\sigma$ і $\psi_\tau$ – коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, для сталевих валів: $\psi_\sigma = 0{,}02 + 2 \cdot 10^{-4}\sigma_в$; $\psi_\tau = 0{,}5 \cdot \psi_\sigma$, де $\sigma_в$ у *МПа*; $\sigma_a$, $\sigma_m$ і $\tau_a$, $\tau_m$ – амплітуди і середні значення напружень, відповідно нормальних і дотичних. Для вала, зображеного на рис. 9.11, визначають: $\sigma_a = \sigma_{зг} = M_{зг} / W_{зг}$; $\sigma_m = 0$ і

$\tau_a = \tau_m = \tau_k = 0{,}5M_k / W_k$, де $W_{зв}$ і $W_k$ – моменти опору небезпечного перетину вала, відповідно осьовий і полярний.

Для розрахунку вала на витривалість необхідно скласти його розрахункову схему, визначити реакції опор, побудувати епюри моментів згину і кручення, знайти небезпечний перетин.

## Розрахунок валів на жорсткість

Жорсткість валів має забезпечувати нормальну роботу механічних передавачів і характеризується такими параметрами: прогином вала $f$, кутом повороту поперечного перетину $\theta$ і кутом закручування вала $\varphi$. На рис. 9.12 показано одну із великої кількості розрахункову схему вала на жорсткість.

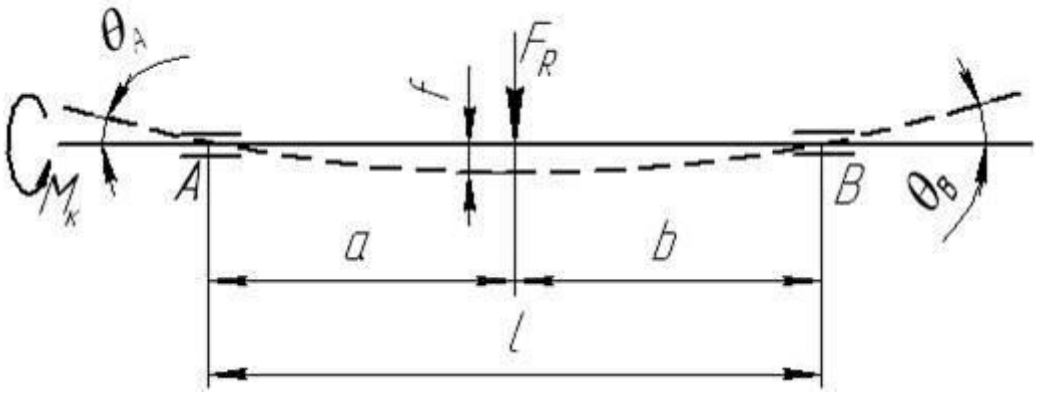



Рис. 9.12. Розрахункова схема вала на жорсткість

Умови достатньої жорсткості валів мають вигляд:

$$f \le [f]; \quad \theta \le [\theta]; \quad \varphi \le [\varphi]. \tag{9.13}$$

Допустимі пружні переміщення перетинів валів $[f]$, $[\theta]$ і $[\varphi]$ залежать і вибирають від конкретних умов їх експлуатації.

Розрахункові значення пружних переміщень перетинів валів визначають відомими методами опору матеріалів. Для приведеної схеми (рис. 9.12) маємо:

- значення прогину:

$$f = \frac{F_R \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot J \cdot l}; \tag{9.14}$$

- значення кутів повороту поперечних перетинів:

$$\theta_A = \frac{F_R \cdot a \cdot b \cdot (l+b)}{6 \cdot E \cdot J \cdot l} \quad \text{і} \quad \theta_B = \frac{F_R \cdot a \cdot b \cdot (l+a)}{6 \cdot E \cdot J \cdot l}; \tag{9.15}$$

- значення кута закручування постійного діаметра $d$ завдовжки $l$ визначають за формулою:

$$\varphi = \frac{M_к \cdot l}{G \cdot J_p}. \qquad (9.16)$$

Тут маємо: $E$ – модуль пружності першого роду; $J = \pi \cdot d^4 / 64$ – осьовий момент інерції поперечного перетину вала; $G$ – модуль пружності другого роду; $J_p = \pi \cdot d^4 / 32$ – полярний момент інерції поперечного перетину вала.

## Ділянки осей і валів

У цьому підрозділі розглядають опорні ділянки осей та валів, якими вони опираються на вальниці. Опорні ділянки осей та валів (рис. 9.14), які сприймають радіальні $F_r$ сили, називають *цапфами* 1 і 2, а осьові $F_a$ – *п'ятами* 3. Кінцеві цапфи 1 називають шипами, а цапфи 2, розміщені на деякій відстані від країв, називають шийками.

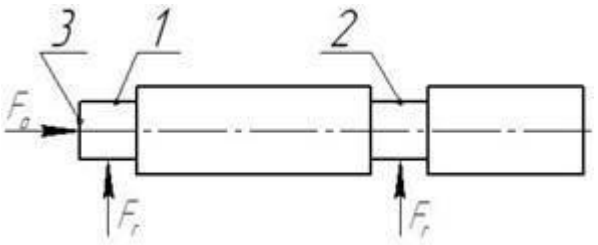



Рис. 9.14. Схеми опорних ділянок осей та валів

Цапфи осей і валів можуть бути циліндричними (рис. 9.15*а*), конічними (рис. 9.15*б*) і сферичними (рис. 9.15*в*).

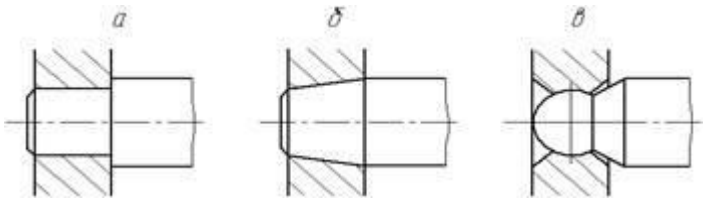



Рис. 9.15. Схеми цапф осей та валів

П'яти осей і валів можуть бути суцільними (рис. 9.16*а*), кільцевими (рис. 9.16*б*) і гребінчастими (рис. 9.16*в*).

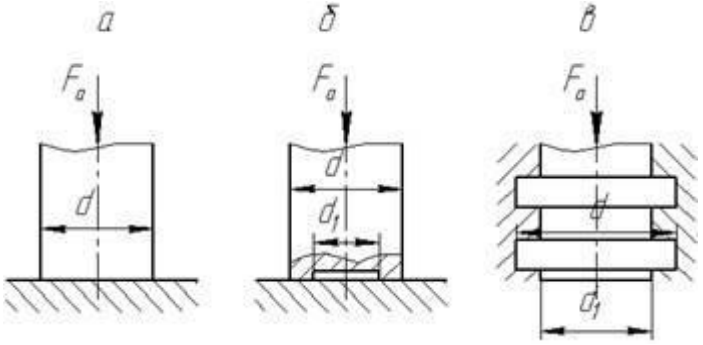



Рис. 9.16. Схеми п’ят осей та валів

Оцінювання роботоздатності цапф і п’ят осей та валів виконують: шипів за деформацією згину, шийок – за деформацією кручення, а п’ят – за деформацією зминання(див. рис. 9.17).

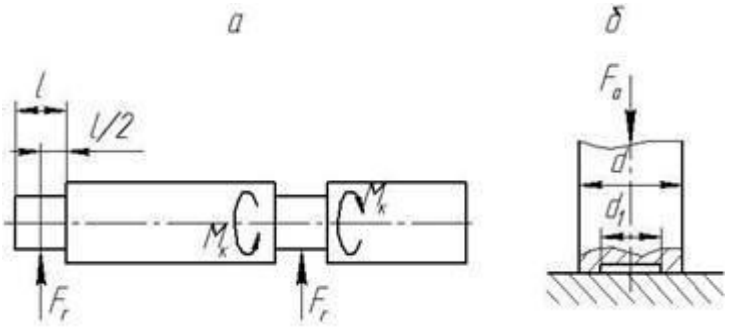



Рис. 9.17. Розрахункові схеми цапф і п’ят осей та валів