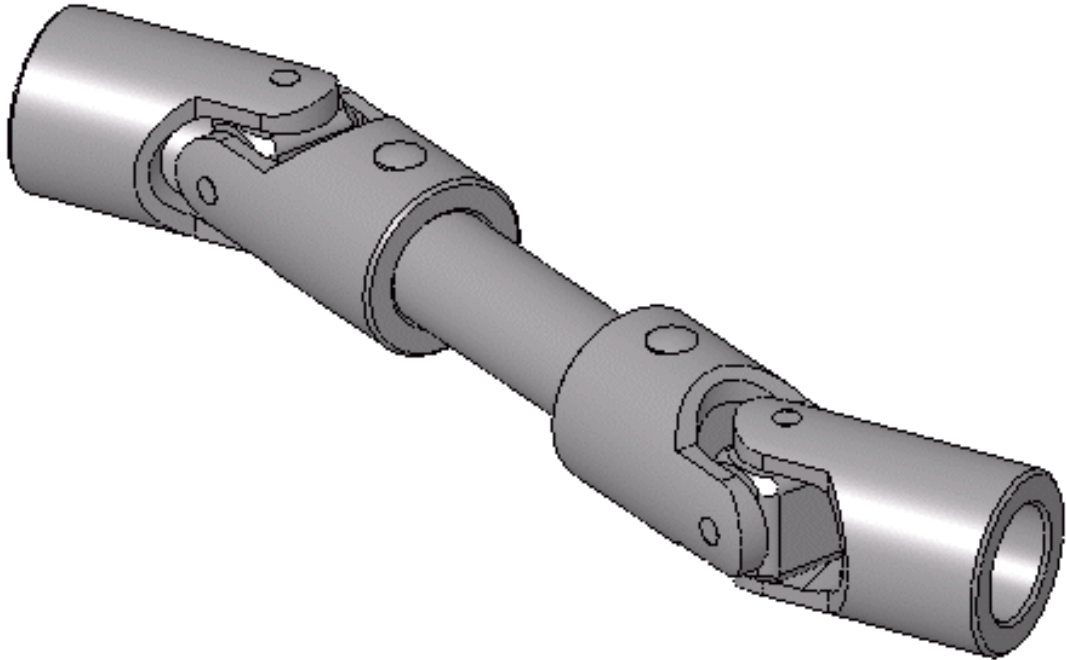


## Тема 3.9. Вали і осі

### План

1. Вали і осі, їх призначення, конструкції, матеріали
2. Розрахунок валів і осей на міцність і жорсткість.



### 1. Вали і осі, їх призначення, конструкції, матеріали

**Вісь** – це деталь, яка забезпечує обертальний рух установлених на ній шківів, зірочок, зубчастих та черв'ячних коліс, котків тощо, не передаючи корисного крутного моменту.

Осі розрізняють за такими ознаками:

- за конструкцією:

*постійного діаметра* (рис. 9.1а);



з різними діаметрами – *ступінчасті* (рис. 9.1б);



*a*



*б*

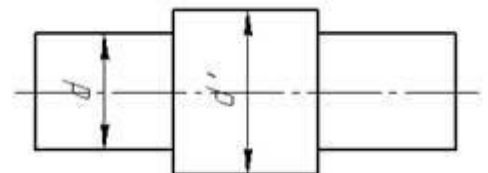


Рис. 9.1. Конструкції осей

- за видом поперечного перерізу:

*суцільними* (рис. 9.2а);



*порожнистими* (рис. 9.2б);

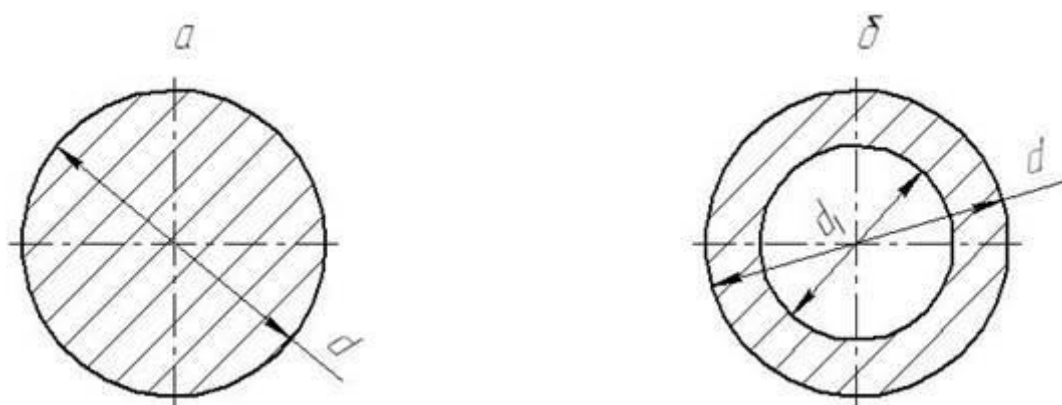
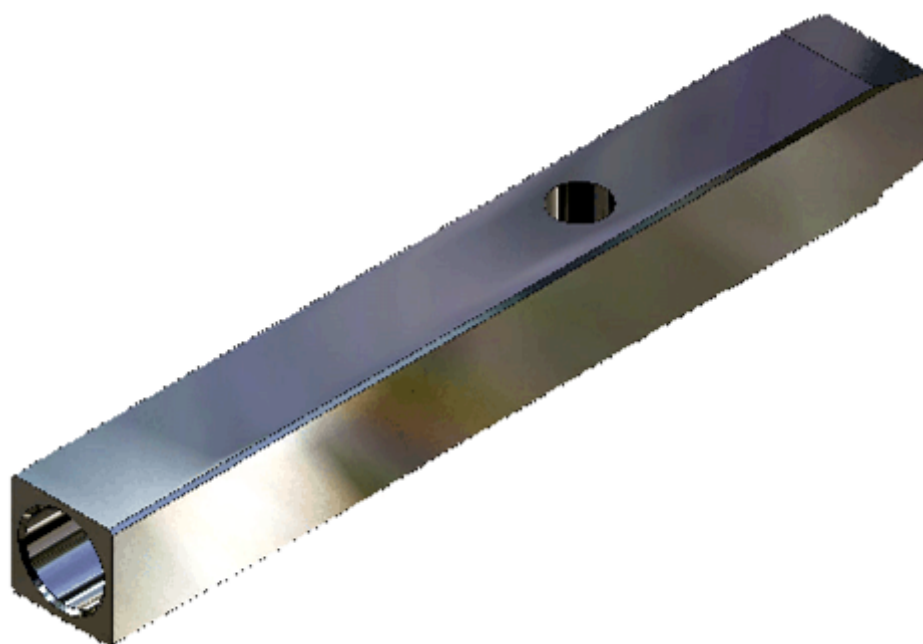


Рис. 9.2. Схеми осей за видом поперечного перерізу

- за обрисом поперечного перерізу:  
*круглими* (рис. 9.3а);



*некруглыми* (рис. 9.3б);



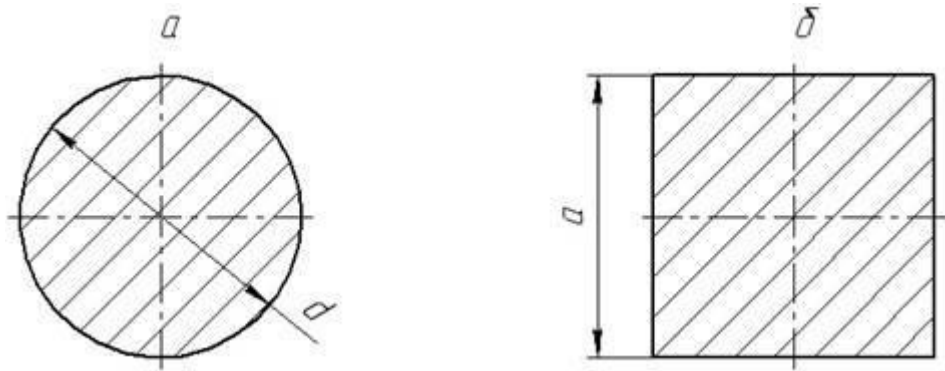


Рис. 9.3. Схеми осей за обрисом поперечного перерізу

- за можливістю обертання: *рухомими* (рис. 9.4а) і *нерухомими* (рис. 9.4б);



Рис. 9.4. Схеми осей за можливістю обертання

### Матеріали осей

Основними матеріалами для осей є вуглецеві та леговані сталі. Заготовки для осей діаметром до 150 мм є круглий прокат, а для осей більшого діаметра – поковки. Поверхні осей, що призначені для спряження з іншими деталями, мають бути точно і чисто оброблені різцями. Наприклад, параметри шорсткості поверхонь під вальниці кочення  $R_a = (3,2 \dots 0,8) \text{ мкм}$ , а для вальниць ковзання  $R_a = (0,4 \dots 0,1) \text{ мкм}$ .



Рис. 9.5. Схеми галтелей

Для осей переважно використовують сталі *Ст4*, *Ст5*, *Ст6*, а також сталі 40, 45, 40Х, 40ХН та інші.

### Розрахунки осей на міцність

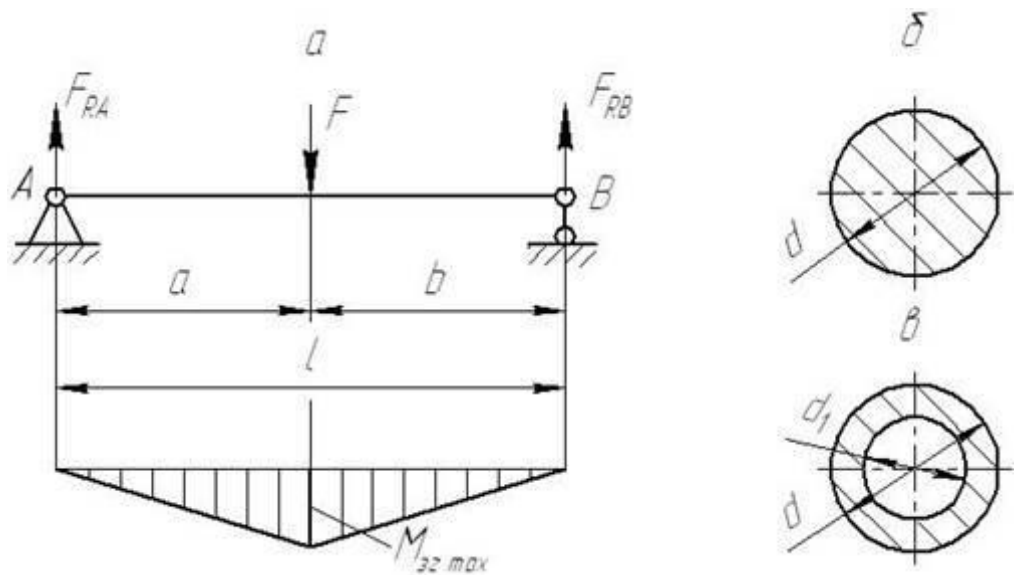
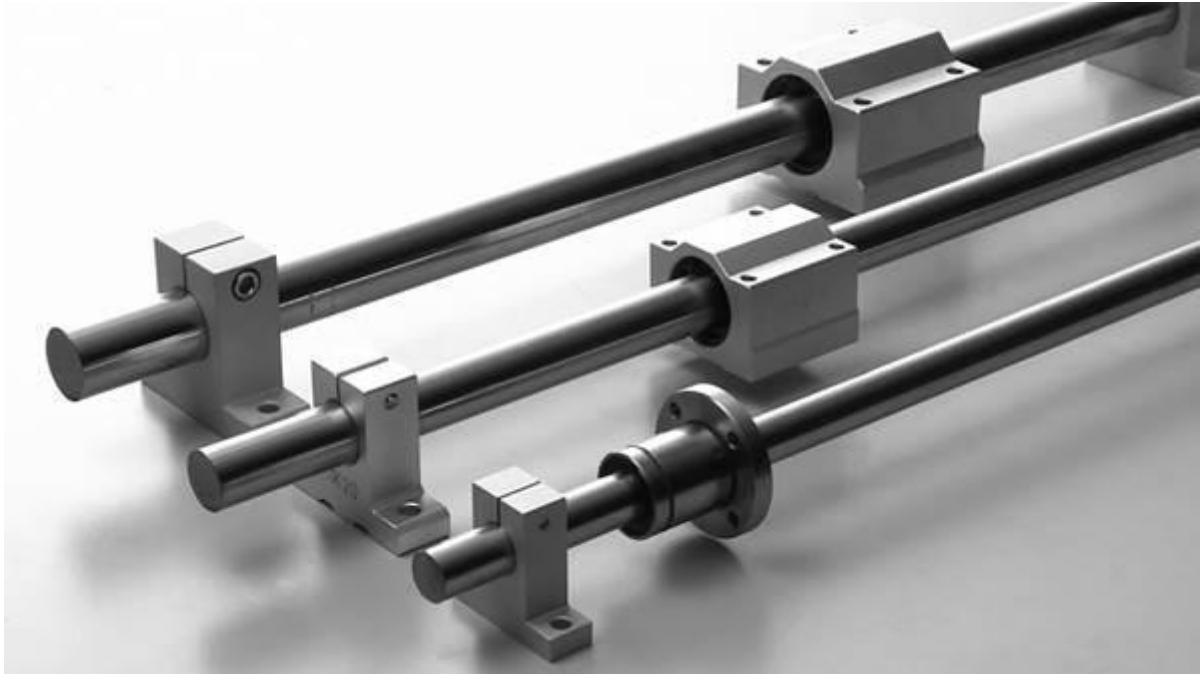


Рис. 9.6. Розрахункова схема осі

На рис. 9.6а показано розрахункову схему осі. За постійної за величиною і напрямом поперечної сили  $F$  у нерухомій осі напруження будуть постійними, а в осі, що обертається, вони будуть змінюватися за симетричним циклом. Відповідно у першому випадку розрахунок осі ведуть за умовою статичної міцності, а в другому – за умовою стійкості проти



втомного руйнування. Ці два розрахунки відрізняються один від одного вибором допустимих напружень.

Умова міцності осі за згину

$$\sigma_{zz} = M_{zz \max} / W_{zz} \leq [\sigma_{zz}] , \quad (9.1)$$

де  $M_{zz \max}$  – максимальний момент згину. Для приведеної схеми (див. рис. 9.6а) максимальний момент згину визначають за співвідношенням

$$M_{zz \max} = F_{RA} \cdot a = F_{RB} \cdot b = F \cdot a \cdot b / (a + b) . \quad (9.2)$$

Тут  $F_{RA}$  і  $F_{RB}$  – реакції опор  $A$  і  $B$  осі:  $F_{RA} = F \cdot b / (a + b)$  і  $F_{RB} = F \cdot a / (a + b)$  ;

$W_{zz}$  – осьовий момент опору згину залежить від виду поперечного перерізу осі: для круглого перерізу осі (рис. 9.6б)  $W_{zz} = 0,1 \cdot d^3$  ; для кільцевого перерізу осі (рис. 9.6в)  $W_{zz} = 0,1 \cdot d^3 \cdot (1 - \beta^4)$  , де  $\beta = d_1 / d$  .

Тоді запишемо умову міцності:

- для осі **круглого** перерізу:

$$\sigma_{zz} = \frac{F \cdot a \cdot b}{0,1 \cdot d^3 \cdot (a + b)} \leq [\sigma_{zz}] ; \quad (9.3)$$

- для осі **кільцевого** перерізу:

$$\sigma_{zz} = \frac{F \cdot a \cdot b}{0,1 \cdot d^3 \cdot (1 - \beta^4) \cdot (a + b)} \leq [\sigma_{zz}] . \quad (9.4)$$

Останні вирази можна використати для перевірних розрахунків осей із відомими розмірами, навантажених за цією схемою.

Проектний розрахунок таких осей можна виконати за формулами, отриманими із наведених умов міцності щодо діаметра  $d$  :

- для осі **круглого** перерізу:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{F \cdot a \cdot b}{0,1 \cdot (a + b) \cdot [\sigma_{zz}]}}, \quad (9.5)$$

- для осі **кільцевого** перерізу:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{F \cdot a \cdot b}{0,1 \cdot (1 - \beta^4) \cdot (a + b) \cdot [\sigma_{zz}]}}, \quad (9.6)$$

Отримані значення діаметрів осей округляють до стандартних згідно з рядом  $R_{40}$  . Допустиме напруження  $[\sigma_{zz}]$  визначають: для умови статичної



міцності  $[\sigma_{\text{з}}] = \sigma_T / [s]$ ; для умови втомної міцності  $[\sigma_{\text{з}}] = \sigma_{-1} \cdot K_d / ([s] \cdot K_\sigma)$ , де  $\sigma_T$  – границя текучості матеріалу;  $\sigma_{-1}$  – границя витривалості;  $[s]$  – допустимий коефіцієнт запасу міцності;  $K_d$  – коефіцієнт розмірів перетину осі;  $K_\sigma$  – коефіцієнт концентрації напружень.

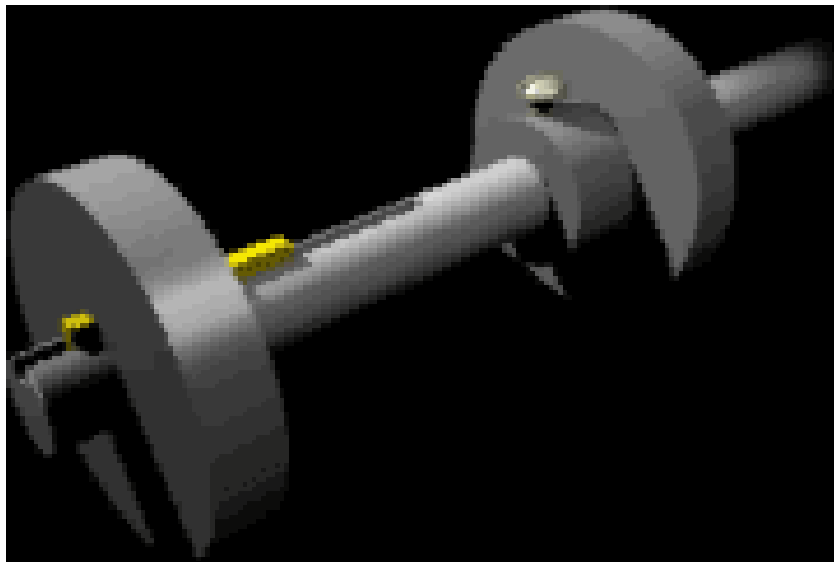
### Вали. Основні визначення та класифікація

**Вал** – це деталь, яка забезпечує обертальний рух установлених на ній шківів, зірочок, зубчастих та черв'ячних коліс, котків тощо і передає крутний момент.

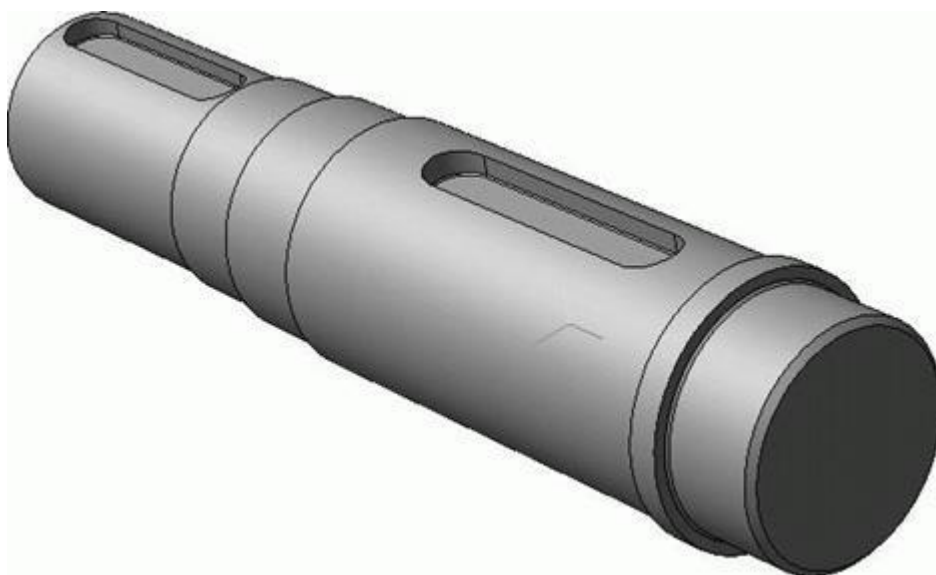
Вали розрізняють за такими ознаками:

- за конструкцією:

постійного діаметра (рис. 9.7а);



з різними діаметрами – **ступінчасті** (рис. 9.7б);



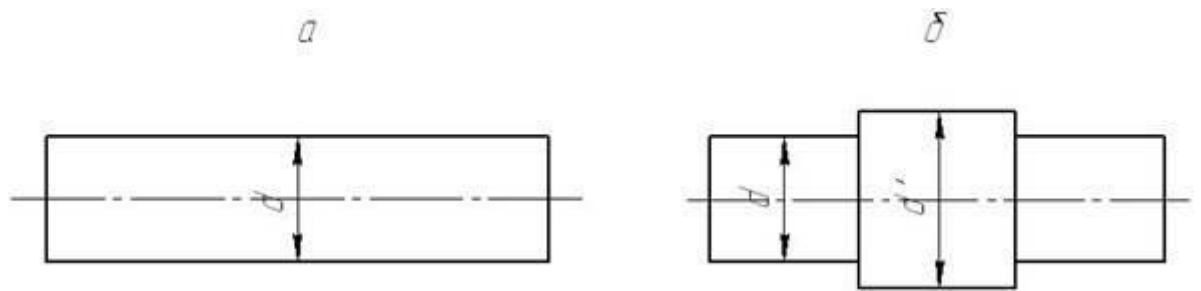
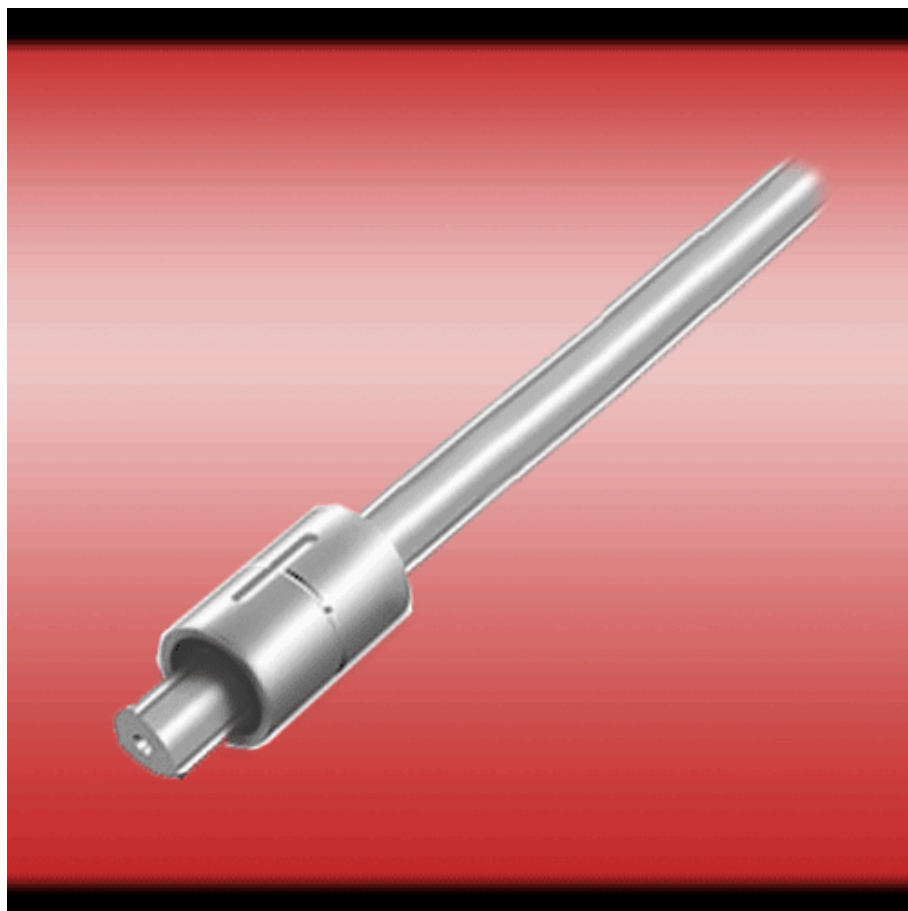


Рис. 9.7. Конструкції валів

- за видом поперечного перерізу:  
*суцільними* (рис. 9.8а);



*порожністими* (рис. 9.8б);

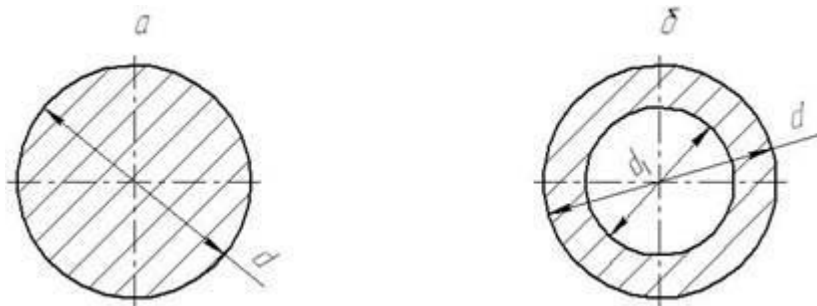
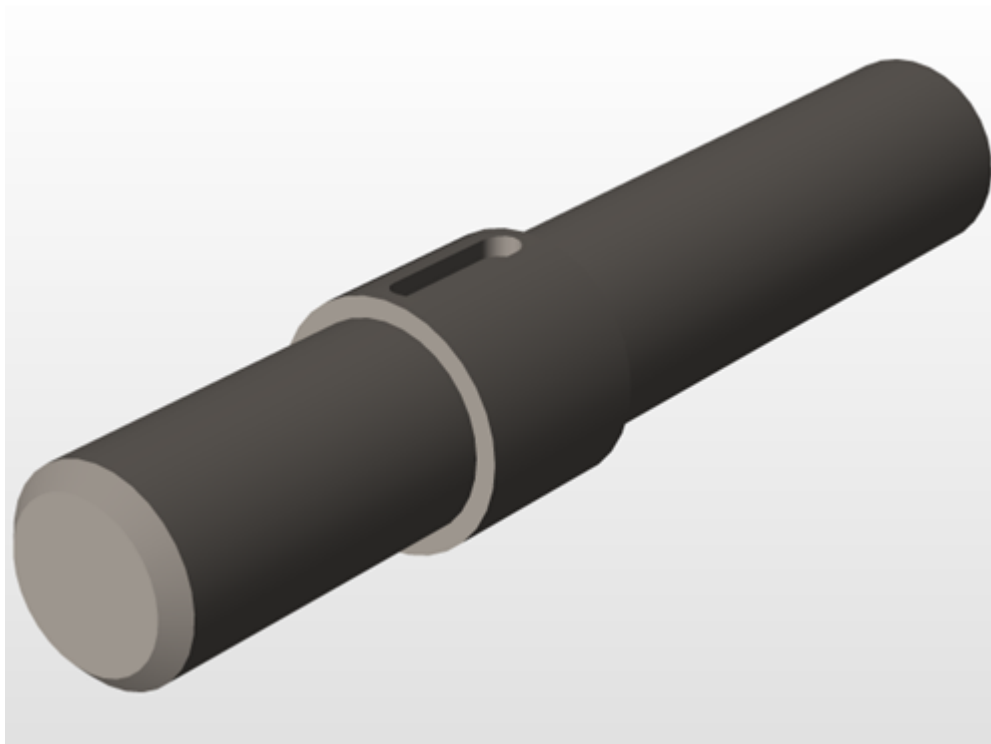


Рис. 9.8. Схеми валів за видом поперечного перерізу

- за обрисом поперечного перерізу:  
*круглими* (рис. 9.9а);



*некруглими* (рис. 9.9б);

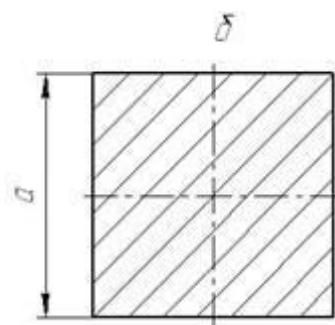
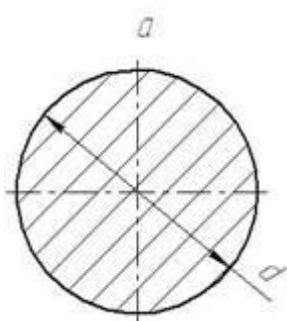
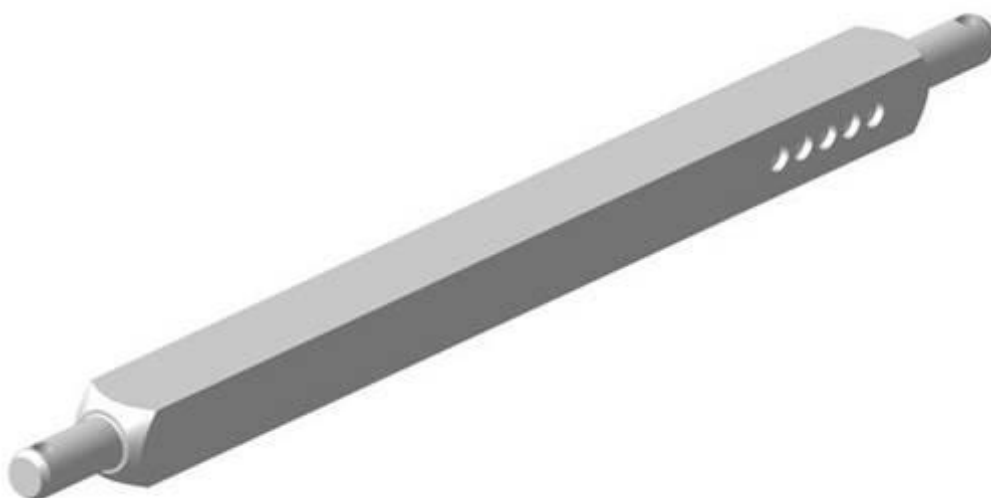


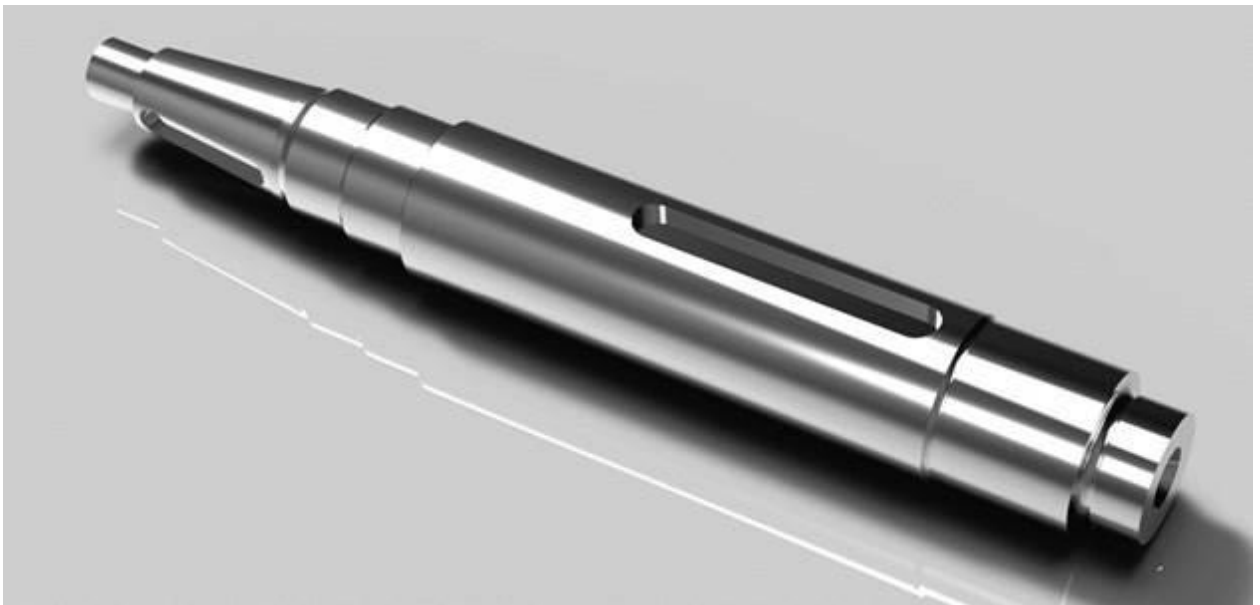
Рис. 9.9. Схеми валів за обрисом поперечного перерізу

## Матеріали валів

Основними матеріалами для валів є **вуглецеві** та **леговані сталі**. Заготовки для валів діаметром до 150 мм є круглий прокат, а для валів більшого діаметра – поковки. Поверхні валів, що призначені для спряження з іншими деталями, мають бути точно і чисто оброблені різцями. Наприклад, параметри шорсткості поверхонь під вальниці кочення  $R_a = (3,2 \dots 0,8) \text{ мкм}$ , а для вальниць ковзання  $R_a = (0,4 \dots 0,1) \text{ мкм}$ .

Для валів переважно використовують сталі 40, 45, 40Х, 40ХН та інші. Вали з цих сталей піддаються нормалізації, поліпшенню або гартуванню з нагрівом СВЧ і низьким відпуском. Перехідні ділянки між двома сходинками різних діаметрів валів виконують перехідними поверхнями – галтелями різної форми, як показано для осей на рис. 8.5, рівцями тощо.

## **2. Розрахунок валів і осей на міцність і жорсткість. Конструктивні і технологічні способи підвищення витривалості валів**



## Умовний розрахунок валів

*Умовний розрахунок вала* проводиться за відомим моментом кручення із умови міцності на кручення. Допустимі напруження кручення приймаються заниженими –  $[\tau_k] = 15 \dots 30 \text{ МПа}$ . Цей розрахунок є попереднім

проектним, у якому визначають мінімальний діаметр, як правило, вихідної ділянки, а інші діаметри призначають і будують ескіз.

$$d_{\min} \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2 \cdot [\tau_k]}}, \quad (9.7)$$

де  $M_k$  – момент кручення вала.

Отриманий мінімальний діаметр вала необхідно збільшити на 10 %, оскільки на ділянці 1, для цього прикладу (рис. 9.10), виконується паз під шпонку. Отриманий результат округлюють до більшого стандартного значення згідно з рядом  $Ra40$  (ГОСТ 6636-69).

Діаметри інших ділянок вала призначають згідно з рядом  $Ra40$ , на основі зручності установки на валу інших деталей – шківів, зірочок, зубчастих коліс, вальниць кочення і т. інше. Виконаний ескіз для вала має п'ять сходинок.

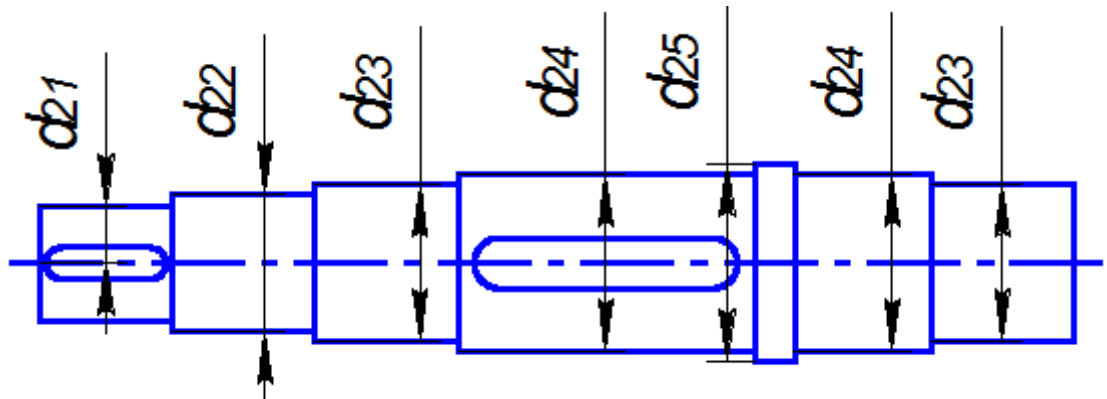


Рис. 9.10. Ескіз вала

### Розрахунок валів на статичну міцність

*Розрахунок валів на статичну міцність* проводиться як проектний розрахунок, у якому визначають діаметр вала у небезпечному перерізі, а діаметри інших сходинок призначають та будують ескіз. Небезпечний переріз вала – це такий переріз, у якому діють максимальні моменти згину і кручення, мають місце конструктивні концентратори напруження – переходи від однієї сходинки до другої, різні отвори і вирізи, кільцеві та шпонкові канавки, пресові посадки. Щоб виконати такий розрахунок, слід мати відстані між точками прикладання сил, наприклад,  $a, b, l$  (рис. 9.11), які визначають на основі ескізного компонування передавача.

Для цієї схеми навантаження визначають реакції опор вала: у вертикальній площині  $F_{RAB}$  і  $F_{RBB}$  від сили  $F_r$ ; у горизонтальній площині

$F_{RAI}$  і  $F_{RBI}$  від сили  $F_t$ . Далі будують епюри моментів згину у вертикальній  $M_{ззв}$  та горизонтальній  $M_{згг}$  площинах і моменту кручення. Далі визначають небезпечний перетин вала. У цьому прикладі небезпечний перетин вала відповідає точці прикладання сил  $F_t$  і  $F_r$ . Для небезпечного перетину вала визначається результуючий момент згину:

$$M_{зз} = \sqrt{M_{ззв\max}^2 + M_{згг\max}^2}, \quad (9.8)$$

а далі еквівалентний момент:

$$M_{\epsilon} = \sqrt{M_{зз}^2 + 0,75M_k^2}. \quad (9.9)$$

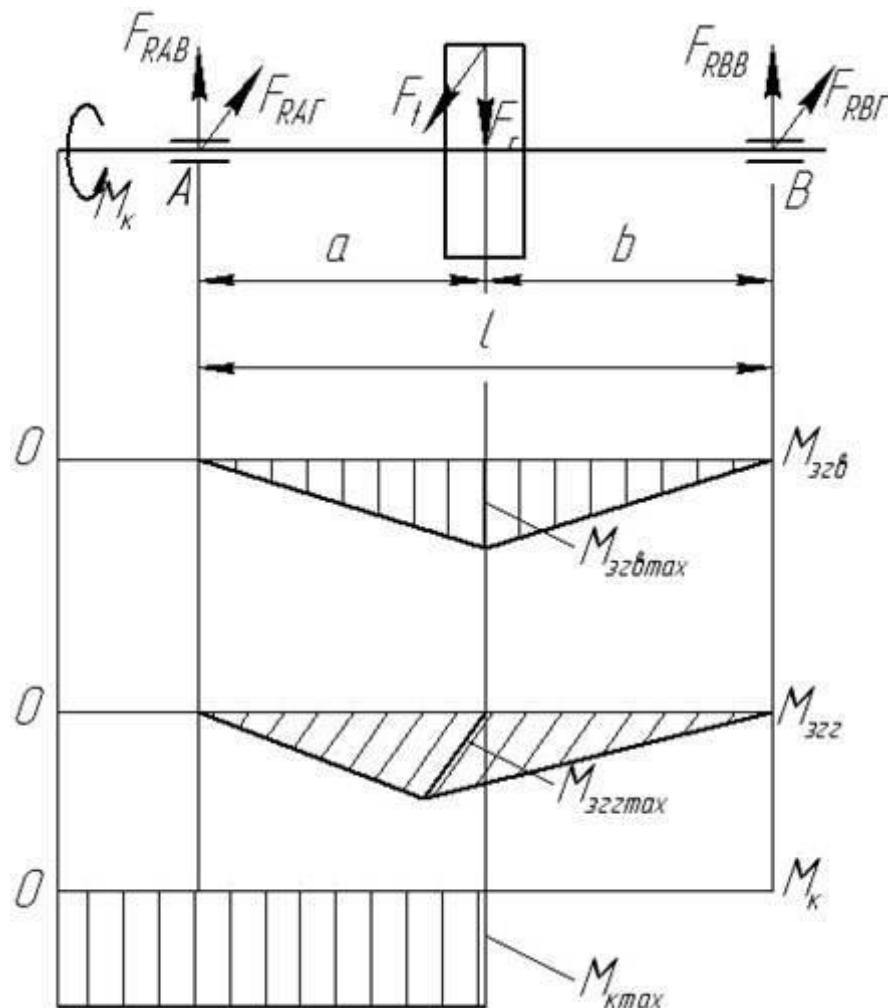


Рис. 9.11. Розрахункова схема вала на статичну міцність

Із умови міцності на згин визначають діаметр для небезпечного перетину вала. Для ескізу вала, показаного на рис. 9.10:



$$d_{24} = \sqrt[3]{\frac{M_{\varepsilon}}{0,1 \cdot [\sigma_{\varepsilon}]}} , \quad (9.10)$$

де  $[\sigma_{\varepsilon}]$  – допустиме напруження на згин, для умови статичної міцності визначають  $[\sigma_{\varepsilon}] = \sigma_T / [s]$ , де  $\sigma_T$  – границя текучості матеріалу;  $[s]$  – допустимий коефіцієнт запасу міцності.

Отриманий діаметр небезпечного перетину вала необхідно збільшити на 10 %, оскільки на ділянці, для цього прикладу (рис. 9.11), виконується паз під шпонку. Отриманий результат округлюють до більшого стандартного значення згідно з рядом *Ra40* (ГОСТ 6636-69).

Діаметри інших ділянок вала призначаються згідно з рядом *Ra40*, на основі зручності установлення на валу інших деталей – шківів, зірочок, зубчастих коліс, вальниць кочення та інших.

### Розрахунок валів на витривалість

*Розрахунок вала на витривалість* – це перевірний розрахунок його у небезпечних перерізах. Оцінюється роботоздатність вала коефіцієнтом запасу міцності, який визначають за формулою:

$$s = \frac{s_{\sigma} \cdot s_{\tau}}{\sqrt{s_{\sigma}^2 + s_{\tau}^2}} \geq [s] , \quad (9.11)$$

де  $s_{\sigma}$  і  $s_{\tau}$  – коефіцієнти запасу міцності, відповідно, за нормальними і дотичними напруженнями, які визначають:

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma}}{K_d} \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m} ; \quad s_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau}}{K_d} \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} , \quad (9.12)$$

де  $\sigma_{-1}$  і  $\tau_{-1}$  – границі витривалості матеріалу вала, відповідно, за згину та кручення: за симетричного циклу  $\sigma_{-1} \approx 0,45\sigma_{\varepsilon}$  і  $\tau_{-1} = 0,25\sigma_{\varepsilon}$ , де  $\sigma_{\varepsilon}$  – границя міцності матеріалу вала;  $K_{\sigma}$  і  $K_{\tau}$  – коефіцієнти концентрації напружень, відповідно, за згину та кручення залежать від конструктивного концентратора напружень;  $K_d$  – коефіцієнт впливу абсолютних розмірів небезпечного перетину вала;  $\psi_{\sigma}$  і  $\psi_{\tau}$  – коефіцієнти, що характеризують чутливість матеріалу вала до асиметрії циклу напружень, для сталевих валів:  $\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \sigma_{\varepsilon}$ ;  $\psi_{\tau} = 0,5 \cdot \psi_{\sigma}$ , де  $\sigma_{\varepsilon}$  у МПа;  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  і  $\tau_a$ ,  $\tau_m$  – амплітуди і середні значення напружень, відповідно нормальних і дотичних. Для вала, зображеного на рис. 9.11, визначають:  $\sigma_a = \sigma_{\varepsilon} = M_{\varepsilon} / W_{\varepsilon}$ ;  $\sigma_m = 0$  і

$\tau_a = \tau_m = \tau_k = 0,5 M_k / W_k$ , де  $W_{zz}$  і  $W_k$  – моменти опору небезпечного перетину вала, відповідно осьовий і полярний.

Для розрахунку вала на витривалість необхідно скласти його розрахункову схему, визначити реакції опор, побудувати епюри моментів згину і кручення, знайти небезпечний перетин.

### Розрахунок валів на жорсткість

Жорсткість валів має забезпечувати нормальну роботу механічних передавачів і характеризується такими параметрами: прогином вала  $f$ , кутом повороту поперечного перетину  $\theta$  і кутом закручування вала  $\varphi$ . На рис. 9.12 показано одну із великої кількості розрахункову схему вала на жорсткість.

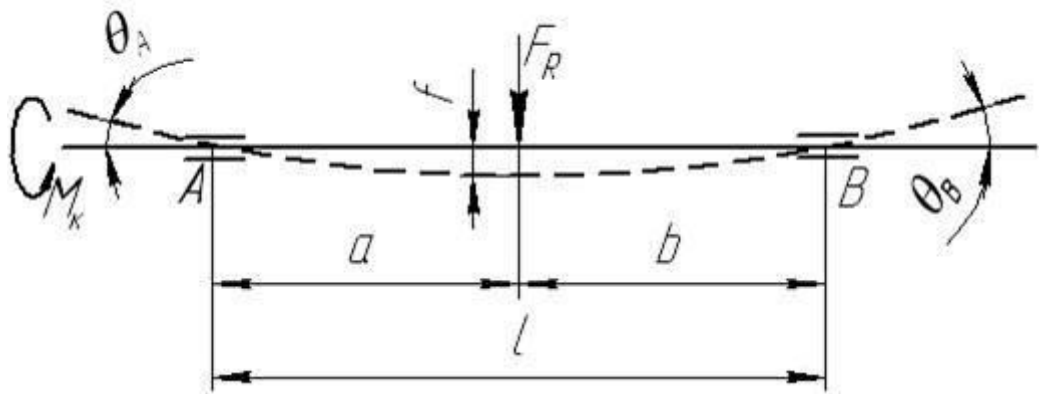


Рис. 9.12. Розрахункова схема вала на жорсткість

Умови достатньої жорсткості валів мають вигляд:

$$f \leq [f]; \quad \theta \leq [\theta]; \quad \varphi \leq [\varphi]. \quad (9.13)$$

Допустимі пружні переміщення перетинів валів  $[f]$ ,  $[\theta]$  і  $[\varphi]$  залежать і вибирають від конкретних умов їх експлуатації.

Розрахункові значення пружних переміщень перетинів валів визначають відомими методами опору матеріалів. Для приведеної схеми (рис. 9.12) маємо:

- значення **прогину**:

$$f = \frac{F_R \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot J \cdot l}; \quad (9.14)$$

- значення **кутів повороту** поперечних перетинів:

$$\theta_A = \frac{F_R \cdot a \cdot b \cdot (l + b)}{6 \cdot E \cdot J \cdot l} \quad \text{і} \quad \theta_B = \frac{F_R \cdot a \cdot b \cdot (l + a)}{6 \cdot E \cdot J \cdot l}; \quad (9.15)$$

- значення **кута закручування** постійного діаметра  $d$  завдовжки  $l$  визначають за формулою:

$$\varphi = \frac{M_k \cdot l}{G \cdot J_p} \quad (9.16)$$

Тут маємо:  $E$  – модуль пружності першого роду;  $J = \pi \cdot d^4 / 64$  – осьовий момент інерції поперечного перетину вала;  $G$  – модуль пружності другого роду;  $J_p = \pi \cdot d^4 / 32$  – полярний момент інерції поперечного перетину вала.

### Ділянки осей і валів

У цьому підрозділі розглядають опорні ділянки осей та валів, якими вони опираються на вальниці. Опорні ділянки осей та валів (рис. 9.14), які сприймають радіальні  $F_r$  сили, називають **цапфами** 1 і 2, а осьові  $F_a$  – **п'ятами** 3. Кінцеві цапфи 1 називають шипами, а цапфи 2, розміщені на деякій відстані від країв, називають шийками.

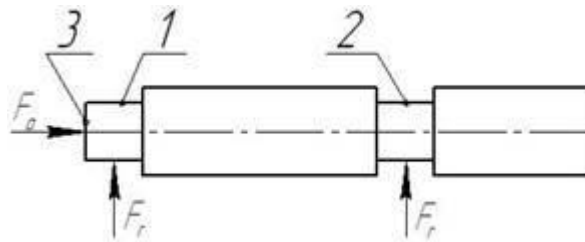


Рис. 9.14. Схеми опорних ділянок осей та валів

Цапфи осей і валів можуть бути **циліндричними** (рис. 9.15а), **конічними** (рис. 9.15б) і **сферичними** (рис. 9.15в).

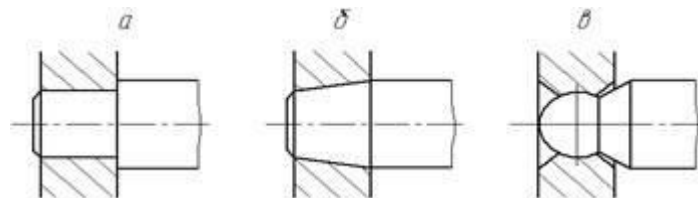


Рис. 9.15. Схеми цапф осей та валів

П'яти осей і валів можуть бути **суцільними** (рис. 9.16а), **кільцевими** (рис. 9.16б) і **гребінчастими** (рис. 9.16в).

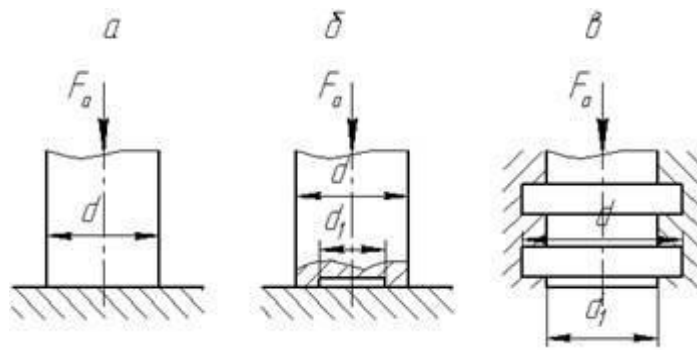


Рис. 9.16. Схеми п'ят осей та валів

Оцінювання роботоздатності цапф і п'ят осей та валів виконують: шипів за деформацією згину, шийок – за деформацією кручення, а п'ят – за деформацією зминання (див. рис. 9.17).

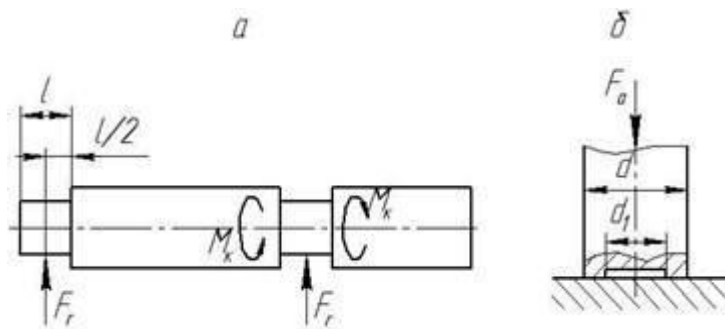


Рис. 9.17. Розрахункові схеми цапф і п'ят осей та валів