

Урок 84. Розв'язування задач

Мета. Відпрацювати навички розв'язування задач на застосування закону збереження заряду та закону Кулона.

Задача 1

Як зміниться сила взаємодії двох однакових маленьких кульок з зарядами $+12\text{нКл}$ та -24нКл після того як вони дотикнуться і розійдуться на ту ж само відстань?

Дано:

Розв'язування.

$$q_1 = +12 \text{ нКл}$$

$$q_2 = -24 \text{ нКл}$$

$$F_2/F_1 = ?$$

Сила взаємодії кульок перед дотиком:

$$F_1 = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Так як кульки однакові, то в момент дотику загальний заряд розподілиться між ними порівну. Відповідно до закону збереження заряду сума зарядів кульок перед дотиком має бути рівною сумі зарядів цих кульок після дотику.

$$q_1 + q_2 = q + q = 2q,$$

де q — заряд кожної кульки після дотику.

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2}.$$

Сила взаємодії кульок після дотику:

$$F_2 = k \frac{|q||q|}{r^2} = k \frac{(q_1 + q_2)^2}{4r^2}.$$

Знаходимо, як змінилася сила взаємодії кульок:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4|q_1||q_2|}.$$

Після підстановки числових значень отримуємо: $\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{8}$.

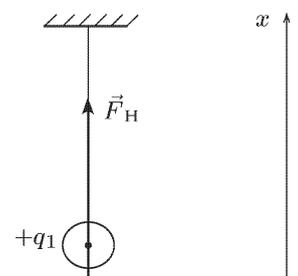
Задача 2

Кулька масою 2г , що має заряд 50нКл , підвішена в повітрі на тонкій ізолюваній нитці. Визначте натяг нитки, якщо знизу на відстані 5см знаходиться заряд -100нКл .

Дано:

Розв'язування.

$$m = 2 \text{ г}$$



$$r = 5 \text{ см}$$

$$q_1 = 50 \text{ нКл}$$

$$q_2 = -100 \text{ нКл}$$

$$F_H \text{ —?}$$

На кульку діють сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила кулонівської взаємодії \vec{F}_K і сила натягу нитки \vec{F}_H . Оскільки кулька знаходиться у рівновазі, то згідно першого закону Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F}_K + \vec{F}_H = 0$$

В проекціях на вісь Ох: $F_H - F_K - mg = 0$, або

$$F_H = F_K + mg.$$

Згідно закону Кулона: $F_K = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$.

$$\text{Маємо: } F_H = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} + mg.$$

Після підстановки числових значень: $F_H = 0,038 \text{ Н}$.

Задача 3

Дві однакові маленькі кульки з зарядами $+2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ кожна підвішені на нитках довжиною по 25 см в одній точці. Визначте масу кожної кульки, якщо кут, на який розійшлися кульки, становить 60° . Кульки знаходяться в повітрі.

Дано:

$$q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$l = 25 \text{ см}$$

$$m \text{ —?}$$

Розв'язування.

На кожну з кульок діють сили: сила кулонівської взаємодії \vec{F}_K , сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу нитки \vec{F}_H .

Оскільки кульки знаходяться у рівновазі, то згідно першого закону Ньютона:

$$\vec{m}g + \vec{F}_k + \vec{F}_H = 0$$

Запишемо це векторне рівняння в проекціях на осі координат:

$$\text{вісь } Ox: -F_{Hx} + F_k = 0$$

$$\text{вісь } Oy: F_{Hy} - mg = 0$$

З рисунка видно, що

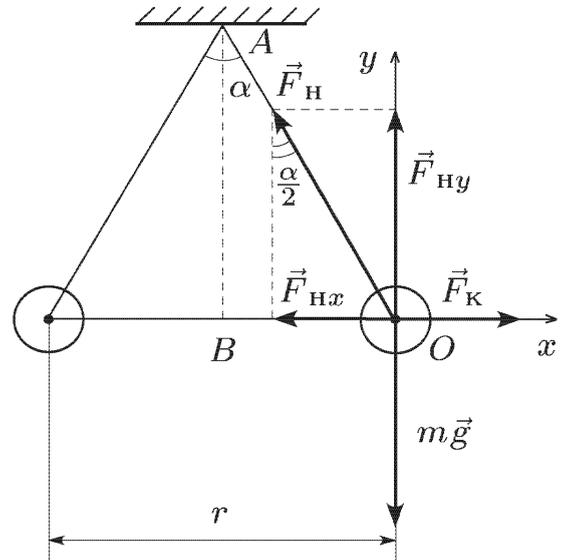
$$F_{Hx} = F_H \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right), F_{Hy} = F_H \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

Тоді систему рівнянь в проекціях на осі координат можна записати наступним чином:

$$\{F_k = F_H \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad mg = F_H \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\}$$

Розділимо перше рівняння системи на друге. Матимемо:

$$\frac{F_k}{mg} = \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$



Звідси:

$$m = \frac{F_k}{g \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Щоб обчислити силу Кулона треба знати відстань між кульками. Її можна знайти, розглянувши трикутник АОВ (сторона $BO = \frac{r}{2}$, $AO = l$).

$$\frac{r}{2} = l \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right); \quad r = 2l \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2l \cdot \sin(30^\circ) = l.$$

Враховуючи це матимемо:

$$F_k = k \frac{|q_1||q_2|}{l^2}.$$

$$\text{Після підстановки: } m = k \frac{|q_1||q_2|}{g \cdot \operatorname{tg}(30^\circ) \cdot l^2}, \quad m = 0,099 \text{ кг.}$$

Задача 4

У вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 10 см знаходяться заряди, величина кожного з яких відповідно дорівнює $q_1 = 100 \text{ нКл}$, $q_2 = 200 \text{ нКл}$, $q_3 = 150 \text{ нКл}$. Обчисліть силу, що діє на третій заряд.

Дано:

$$q_1 = 1 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

Розв'язування.

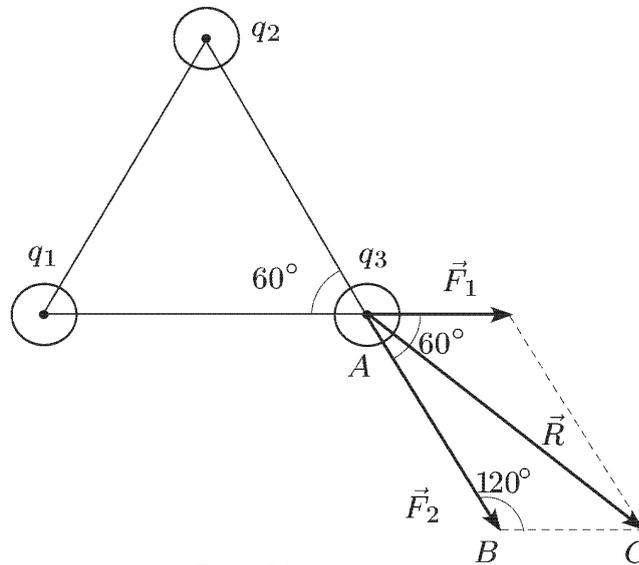
$$q_2 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$q_1 = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$r = 10 \text{ см}$$

$F = ?$



На заряд q_3 діють сили Кулона з боку зарядів q_1 та q_2 . Визначимо величини цих сил згідно закону Кулона

$$F_1 = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2},$$

$$F_2 = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2}.$$

Рівнодійна сил, прикладених до третього заряду, рівна:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Величину рівнодійної знаходимо за теоремою косинусів, враховуючи, що в трикутнику ABC кут проти сторони AC рівний 120° :

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos 120^\circ.$$

Оскільки $\cos 120^\circ = -\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, матимемо:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + F_1F_2} = \frac{kq_3}{r^2} \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_1q_2}$$

$$R = 3,57 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$