

Tích phân hạn chế máy tính

Tổng quát: Cho tích phân $I = \int_a^b f(x)dx = C$.Tính tích phân $J = \int_m^n f(Ax+B)dx$.(Trong đó $a=A.m+B, b=A.n+B$)

$$J = \int_m^n f(Ax+B)dx$$

C1: sử dụng phương pháp đổi biến tính

Đặt $u = Ax + B \Rightarrow dx = \frac{1}{A} du; x = m \Rightarrow u = a = A.m + B; x = n \Rightarrow u = b = A.n + B$

$$J = \int_m^n f(Ax+B)dx = \frac{1}{A} \int_a^b f(u)du = \frac{1}{A} \int_a^b f(x)dx = \frac{C}{A} \quad (\text{tích phân không phụ thuộc biến})$$

C2: Biến đổi để sử dụng máy tính. Không cần quan tâm tới cận của tích phân. Áp dụng công thức

$$J = \int_m^n f(Ax+B)dx = \int_m^n \frac{C}{b-a} dx \quad (\text{Bấm máy tính})$$

C3: Nhanh, đơn giản nhưng dễ nhầm đáp án. Với tích phân $J = \int_m^n f(Ax+B)dx$ cần lưu ý dấu của A và cận tích phân.

$$A > 0 \Rightarrow J = \frac{C}{A}; A < 0 \Rightarrow J = -\frac{C}{A}$$

VD: Cho tích phân $I = \int_{-4}^{-1} f(x)dx = 2$. Tính $J = \int_1^2 f(-3x+2)dx$.

C1. Tính $J = \int_1^2 f(-3x+2)dx$. ; Đặt $u = -3x+2 \Rightarrow du = -3dx \Rightarrow dx = -\frac{1}{3} du; x = 1 \Rightarrow u = -1; x = 2 \Rightarrow u = -4$

$$J = \int_1^2 f(-3x+2)dx = \int_{-1}^{-4} f(u) \left(-\frac{1}{3} du\right) = \frac{1}{3} \int_{-4}^{-1} f(u)du = \frac{1}{3} \int_{-4}^{-1} f(x)dx = \frac{2}{3}$$

C2: $J = \int_1^2 f(-3x+2)dx = \int_1^2 \frac{2}{-1-(-4)} dx = \int_1^2 \frac{2}{3} dx = \frac{2}{3}$

C3: $J = \int_1^2 f(-3x+2)dx \Rightarrow J = \int_1^2 f(-3x+2)dx = -\frac{2}{-3} = \frac{2}{3}$
Hệ số A=-3<0

Bài tập

1. Cho tích phân $I = \int_6^9 f(x)dx = 3$.Tính tích phân $J = \int_2^3 f(3x)dx$

2. Cho tích phân $I = \int_1^5 f(x)dx = 1$.Tính tích phân $J = \int_1^2 f(4x-3)dx$

3. Cho tích phân $I = \int_{-1}^4 f(x)dx = -4$.Tính tích phân $J = \int_0^1 f(5x-1)dx$

4. Cho tích phân $I = \int_3^7 f(x)dx = 10$.Tính tích phân $J = \int_1^3 f(2x+1)dx$

5. Cho tích phân $I = \int_{-1}^3 f(x)dx = 2$.Tính tích phân $J = \int_0^1 f(-4x+3)dx$

6. Cho tích phân $I = \int_{-1}^3 f(x)dx = 6$. Tính tích phân $J = \int_1^3 f(-2x+5)dx$

7. Cho tích phân $I = \int_{-1}^5 f(x)dx = 5$. Tính tích phân $J = \int_0^1 f(5-6x)dx$

8. Cho tích phân $I = \int_{-13}^2 f(x)dx = 3$. Tính tích phân $J = \int_0^9 f(2-5x)dx$

Bài toán Cực trị của số phức

Loại 1: Cho số phức Z thỏa mãn đk (*) cho trước. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $|Z|$?
 PP chung: Tìm các số phức Z thỏa mãn đk(*). Trong các số phức thỏa mãn tìm số phức có $|Z|$ lớn nhất hoặc nhỏ nhất.

1. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $z \cdot \bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 5 + 12i$. Số phức nào có mô đun lớn nhất?

- A. $1+2i$ B. $1-2i$ C. $2+4i$ D. $1/2-i$

2. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + i| = 2$. Số phức nào có mô đun nhỏ nhất?

- A. $2+i$ B. $4-i$ C. $1 + (\sqrt{3} - 1)i$ D. $(\sqrt{3} + 2) + 2i$

3. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$. Số phức nào có mô đun nhỏ nhất?

- A. $3+4i$ B. $5+2i$ C. $-1+2i$ D. $3 - 2i$

4. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 3 - 2i| = \sqrt{13}$. Số phức nào có mô đun nhỏ nhất?

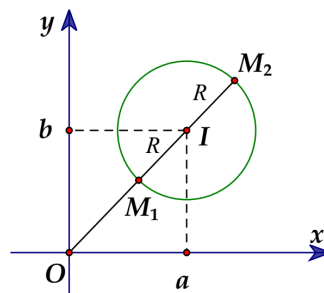
- A. $-1-3i$ B. $-5+4i$ C. $-1+2i$ D. $2 - i$

Loại 2: Cho số phức Z thỏa mãn $|z - (a+bi)| = c, (c > 0)$. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $|Z|$?

$|z - (a+bi)| = c, (c > 0) \Rightarrow$ Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính $R = c$.

Khi đó: $|z| = OM \rightarrow \begin{cases} \max |z| = OM_2 = OI + R = \sqrt{a^2 + b^2} + c \\ \min |z| = OM_1 = OI - R = \sqrt{a^2 + b^2} - c \end{cases}$

Tìm tọa độ điểm M_1, M_2 (tức là, tìm số phức z có mô đun nhỏ nhất, lớn nhất).



Tìm mô đun lớn nhất, nhỏ nhất của các số phức z thỏa mãn

1 / $|z + 1 + i| = 1$ 2 / $|z + 1 - i| = 1$ 3 / $|z - (3 + 2i)| = 2$ 4 / $|z - 2 + i| = \sqrt{2}$ 5 / $|z + 1 + 2i| = 3$

6 / $|z - 1 - i| = 2$ 7 / $|z - 2i - 1| = 3$ 8 / $|z + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i| = 1$ 9 / $|z - (2 - 2i)| = 2$ 10 / $|z + 1 - 2i| = 1$

11. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = 1$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là

- A. $2\sqrt{2} + 1; 2\sqrt{2} - 1$ B. $\sqrt{2} + 1; \sqrt{2} - 1$ C. $2, 1$ D. $\sqrt{3} + 1; \sqrt{3} - 1$

BT. Tìm tập hợp điểm biểu diễn qua một số phức khác

1. Cho $|z| = 2$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W = 2 + 3i + z$

2. Cho $|z| = 9$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W = 4 - 3i + z$

3. Cho $|z + 1| = 5$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W = 5 - 3i + z$

4. Cho $|z + i + 1| = 6$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W - i = -6 + 3i + z$

5. Cho $|z + 2i + 1| = 3\sqrt{2}$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W = 6 - 3i + z$

6. Cho $|z - 3 + 2i| = 4$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W + 2i = 3 + 3i + z$

7. Cho $|z + 3i + 2| = \sqrt{2}$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W + i + 1 = 3 + 2i + z$

8. Cho $|z + i + 1| = 4$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W = (2 - i)(2 + 3i + z)$

9. Cho $|z - 3 + 2i| = 3$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W = (2 + 3i)(-2 + 3i + z)$

10. Cho $|z + 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức W thỏa mãn $W = (2 + i)(2 - 4i + z)$

11. Cho $z = (3 + 2i)(4 - i)$. Tính $|w| = |z + 3 - 3i|$

12. Cho $\bar{z}(1 + 2i) = 7 + 4i$. Tính $|w| = |z + 2i|$? A. 5 B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{29}$

13: Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3 + 4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r đường tròn đó.

A. $r = 4$ B. $r = 5$ C. $r = 20$ D. $r = 22$