

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	Tarih	29 Eyl-3 Eki 2025
Sınıf	12	Süre	4 ders saati
Alt Öğrenme Alanı	SAYILAR VE CEBİR		
Konu	10 ve e Tabanında Logaritma Fonksiyonu		

BÖLÜM II

Kazanım	12.1.2.2. 10 ve e tabanında logaritma fonksiyonunu tanımlayarak problemler çözer.
Kazanım Açıklaması	e sayısının irrasyonel olduğu vurgulanarak matematikte ve diğer bilim dallarında kullanımından bahsedilir.
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

10 VE E TABANINDA LOGARİTMA FONKSİYONU

Onluk Logaritma Fonksiyonu

Tabanı 10 olan logaritma fonksiyonuna **onluk logaritma fonksiyonu** veya **bayağı logaritma fonksiyonu** denir.

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_{10} x$ veya $f(x) = \log x$ biçiminde gösterilir.

ÖRNEK III

Aşağıdaki logaritmaların değerlerini bulunuz.

a) $\log 10$

b) $\log 1000$

c) $\log \frac{1}{100}$

ç) $\log \sqrt{1000}$

ÇÖZÜM III

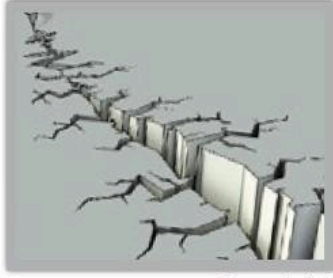
$$\begin{aligned} \text{a) } \log 10 = a &\Rightarrow 10^a = 10 \\ &\Rightarrow a = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \log 1000 = b &\Rightarrow 10^b = 1000 \\ &\Rightarrow 10^b = 10^3 \\ &\Rightarrow b = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \log \frac{1}{100} = c &\Rightarrow 10^c = \frac{1}{100} \\ &\Rightarrow 10^c = 10^{-2} \\ &\Rightarrow c = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ç) } \log \sqrt{1000} = d &\Rightarrow 10^d = \sqrt{1000} \\ &\Rightarrow 10^d = 10^{\frac{3}{2}} \\ &\Rightarrow d = \frac{3}{2} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Richter (Rihter) Ölçeği



Görsel 1.3

Her yıl çok sayıda deprem oluyor. Bu depremlerin bir kısmı insanlar tarafından hissedilmeyecek kadar düşük şiddette olurken bazıları, sebep oldukları tahribatlar ile felaketlere yol açıyor.

Richter büyüklük ölçeği ya da kısaca “Richter ölçeği” depremlerin şiddetini ölçmekte kullanılan adı sıkça duyulan bir ölçektir. Peki, Richter ölçeği tam olarak nedir ve insanlara depremler hakkında hangi bilgileri verir?

Richter ölçeği, 1935 yılında California (Kaliforniya) Teknoloji Enstitüsü’nde çalışan Charles Francis Richter (Çarls Frensis Rihter) ve Beno Gutenberg (Bino Gutenberg) adlı iki araştırmacı tarafından geliştirilmiştir.

Logaritmik bir ölçek olan Richter ölçeğine göre bir depremin şiddeti şu şekilde hesaplanır: Dış merkezden 100 km uzaklıkta ve sert zemine yerleştirilmiş bir sismografla kaydedilmiş zemin hareketinin mikron cinsinden ölçülen maksimum genliğe d , depremin Richter ölçeğine göre büyüklüğüne R denilirse $R = \log d$ dir.

(Richter Ölçeği, www.bilimgenc.tubitak.gov.tr)

e Sayısı ve Euler

Matematikte birçok matematiksel sabit vardır. Bu sabitlerin bazıları aşağıda yer almaktadır:

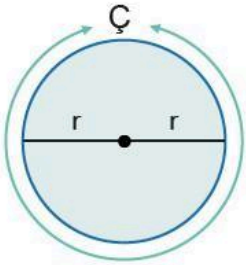
Pi sayısı : $\pi = 3,1415926535...$

Altın oran (Fi sayısı) : $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180339887...$

Pisagor sabiti : $\sqrt{2} = 1,4142135623...$

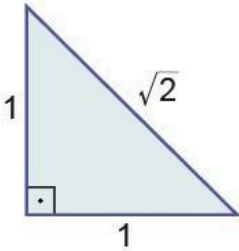
Euler sabiti (e sayısı) : $e = 2,718281828459...$

Bu sayılar, virgülden sonraki ondalık basamakları sonsuza doğru tekrarı olmaksızın giden irrasyonel sayılardır. Pi sayısı, altın oran ve Pisagor sabiti, geometrik bir şekilden elde edilebilmektedir. Fakat e sayısı bu yönüyle diğerlerinden farklıdır.

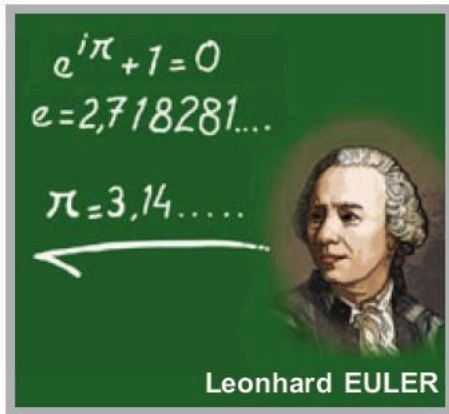


π sayısı bir çemberin çevresinin çapına oranıdır.

$$\pi = \frac{C}{2r}$$



Pisagor sabiti olan $\sqrt{2}$ sayısı, dik kenarlarının uzunluğu 1 birim olan ikizkenar dik üçgenin hipotenüs uzunluğudur.



Görsel 1.4

Altın oran ise bir kare üzerinde çeşitli sistematik işlemler yapılarak elde edilir. Fakat e sabiti böyle değildir. e sayısı artış miktarıyla ilgili matematik sabitidir. Peki, bu sabit sayı nasıl elde edilmiştir? 17. yüzyılın başlarında coğrafi keşiflerin de etkisiyle uluslararası ticarete ve finansal işlerde büyük bir artış olmuştur. Bileşik faiz fikri, basit faiz fikrinden daha fazla ilgi çekmeye başlamıştır. Bu durumu fark eden İsviçreli matematikçi Jacob BERNOULLİ (Ceykıp Bernolli), bileşik faiz ile ilgili hesaplamalar sonucunda e sayısının 2 ile 3 arasında bir sayıya eşit olduğunu tahmin edebiliyordu fakat bu sayıyı nasıl bulabileceğini tam olarak çözemiyordu.

Bernoulli'den 50 yıl sonra Leonhard EULER (Leonard Öyler) bu değer $2,718281828459...$ şeklinde bir irrasyonel sayı olduğunu göstererek bu sayıyı

$$e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \dots$$

olarak formülleştirdi. Euler'in en önemli çalışmalarından biri de π sayısı ile e sayısı arasında bir ilişki yokken bu iki sabiti ve i karmaşık sayısını kullanarak $e^{i\pi} + 1 = 0$ eşitliğini bulmasıdır.

e sayısı matematikte ve diğer bilim dallarında da sıklıkla kullanılmaktadır. Örneğin matematik ve ekonomide bileşik faiz hesaplamalarında, tıpta ilaçların etki süresinin hesaplanmasında, kimyada buhar basıncı ve tepkime hızları hesaplamalarında, fizikte elektromotor kuvvetin hesaplanmasında e sayısı kullanılmaktadır.

Tabanı e irrasyonel sayısı olan logaritma fonksiyonuna **doğal logaritma fonksiyonu** denir.
 $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_e x$ veya $f(x) = \ln x$ biçiminde gösterilir ve
 $y = \ln x \Leftrightarrow x = e^y$ olur.

ÖRNEK III

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a) $\ln 1$

b) $\ln e$

c) $\ln e^3$

ç) $\ln e^{-4}$

ÇÖZÜM III

a) $y = \ln 1 \Rightarrow e^y = 1 \Rightarrow y = 0$

b) $y = \ln e \Rightarrow e^y = e \Rightarrow y = 1$

c) $y = \ln e^3 \Rightarrow e^y = e^3 \Rightarrow y = 3$

ç) $y = \ln e^{-4} \Rightarrow e^y = e^{-4} \Rightarrow y = -4$ bulunur.

BÖLÜM IV

Ölçme ve Değerlendirme

1. $\begin{cases} x = \ln 3 + \ln 2 \\ y = \ln 27 + \ln 4 \end{cases}$

olduğuna göre $\ln 9$ un x ve y türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y - 2x$ B) $2y - 4x$ C) $3y - 6x$
D) $y + 2x$ E) $2y + x$

2. Bir ABC üçgeninde $|AB| = 2\sqrt{\ln x}$, $|BC| = 2\sqrt{3}$ ve $|AC| = \ln x$ olarak verilmektedir.

$m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ ve $m(\widehat{BAC}) = \alpha$ olduğuna göre $\cot \alpha$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{2}$ C) 1 D) $2\sqrt{3}$ E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. $\frac{\ln 5 + \ln 2}{\ln 2} = x$ eşitliği veriliyor.

Buna göre $\log_{20} 50$ ifadesinin x türünden değeri nedir?

- A) $\frac{x+1}{x-2}$ B) $\frac{2x+1}{x-2}$ C) $\frac{x+1}{x+2}$
D) $\frac{2x-1}{x-2}$ E) $\frac{2x-1}{x+1}$

4. $\frac{\ln x + \ln y}{2} = \ln \left(\frac{x-y}{5} \right)$ denklemi veriliyor.

Buna göre $\frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi	---
---------------------------------	-----

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar	Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.
--	---

.....

.....

Matematik Öğretmeni

.../..../2025

UYGUNDUR

Okul Müdürü

.....