ANNEE 2002

CONCOURS D'ADMISSION
A
L'ECOLE DE L'AIR

CONCOURS MP

COMPOSITION
DE
SCIENCES PHYSIQUES / CHIMIE

Durée : 3 heures
Coefficient : 10

L'attention des candidats est attirée sur le fait que la notation tiendra compte du soin et de la rigueur apportés dans le travail.

Nota : Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler une erreur d'énoncé, íl le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

COMMUNICATIONS

Introduction : Nous nous intéressons à la propagation des ondes électromagnétiques pour les systèmes embarqués dans l'aéronautique. Pour les déplacements à longue distance, divers systèmes de positionnement géographique se partagent la tâche ou se .complètent.

L'une de ces méthodes sera nommée « Ω ». Des stations au sol émettent des ondes basse fréquence (pulsation **ω,** longueur d'onde λ) de nature sinusoïdale, de vitesse de phase V. Un système embarqué situé à l'instant t à la distance L de la station émettrice reçoit un signal déphasé de

$$\varphi = \omega\frac{L}{V} = \omega\frac{z+\Delta z}{V} = 2p\pi + \omega\frac{\Delta z}{V}$$

avec p la partie entière de $\frac{\varphi}{2\pi}$

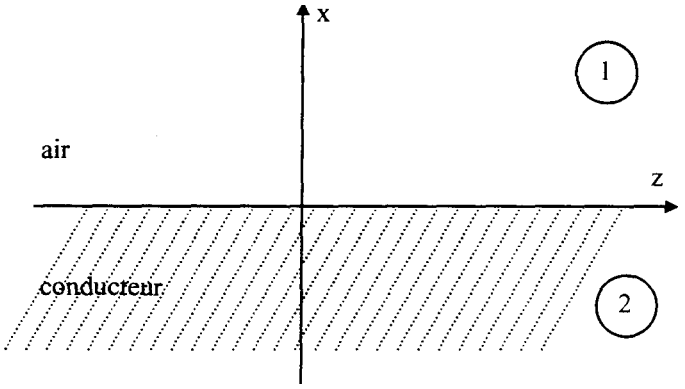
par rapport à l'émetteur. Comme le déphasage mesuré par les instruments est $\varphi = \omega\frac{\Delta z}{V}$, la distance L recherchée vérifie $L = p.\lambda + \Delta z$. Un suivi de la valeur de p est effectué par mémorisation d'une valeur initiale au départ puis par incrémentation lorsque le déphasage mesuré atteint 2π.

L'onde est généralement polarisée rectilignement.

Partie I : Propagation d'onde en présence d'un plan conducteur.

Afin de modéliser le comportement d'une onde électromagnétique au voisinage d'une interface, nous commençons par le cas simplificateur d'un milieu conducteur (le sol) en contact avec l'air (l'atmosphère).
De plus nous considérons la propagation d'ondes électromagnétiques parallélement à la surface de séparation plane entre l'air (qui pourra être assimilé au vide de caractéristique ε_0 et μ_0) et un matériau conducteur.

Le conducteur sera caractérisé par sa perméabilité μ_0 et sa permittivité ε_0 ainsi que sa conductivité noté γ.



$$\begin{cases} \underline{\vec{E}}_i(x,z) = \underline{\vec{E}}'_i(x)\,e^{j(\omega t - kz)} \\ \underline{\vec{B}}_i(x,z) = \underline{\vec{B}}'_i(x)\,e^{j(\omega t - kz)} \end{cases}$$

1-1) On considére que $\gamma = \infty$; donc $E_2 = B_2 = 0$.

1-2) Ecrire les équations de Maxwell (en les nommant) vérifiées par les champs $\underline{\vec{E}}_1$ et $\underline{\vec{B}}_1$

1-3) En déduire les relations que doivent vérifier les composantes de $\underline{\vec{E}}'_1$ et $\underline{\vec{B}}'_1$.

1-4) En déduire les relations que doivent vérifier les composantes $\frac{d\underline{\vec{E}}'_1}{dx}$ et $\frac{d\underline{\vec{B}}'_1}{dx}$.

1-5) Considérons une onde TEM : les composantes $E'_{1z} = \underline{\vec{E}}_1\,\underline{\vec{u}}_z$ et B'_{1z} sont nulles toutes les deux. Exprimer la relation de dispersion qui relie k (vecteur d'onde) et ω (pulsation). En déduire la vitesse de phase et la vitesse de groupe de l'onde. La présence de ce plan conducteur perturbe-t-il la propagation et dans quelle mesure ?

1-6) Déterminer les valeurs des composantes $E'_{1y}, B'_{1y}, B'_{1x}$ en fonction de E'_{1x}.

1-7) Exprimer le vecteur densité de courant surfacique $\underline{\vec{j}}_S$ pouvant exister dans le plan yOz.

2) Le conducteur possède maintenant une conductivité γ finie. Le vecteur d'onde est alors complexe et on l'écrira sous la forme : k = k'+ j k" avec $j^2 = -1$.

2-1) Quelle est l'explication de l'existence de cette partie imaginaire ? Quel doit être son signe ?

2-2) Montrer que la densité volumique de charge est nulle dans le conducteur.

2-3) On montre que dans le conducteur $k^2 = -j\mu_0\gamma\omega$. En déduire l'existence d'une profondeur de pénétration caractéristique δ.

2-4) Pour l'eau de mer, à basse fréquence, $\gamma \approx 4{,}4\Omega^{-1}m^{-1}$. L'utilisation de la gamme de fréquence VLF (basse fréquence) pour le système de communication Ω permettrait-il la communication entre les avions et les SNLE (sous-marins nucléaires lanceurs d'engins) ? Expliquez les contraintes imposées. On prendra comme exemple une fréquence VLF de 100 Hz à 1 kHz. Expliquez quelle implication cela a sur la taille de l'antenne.

3) Les couches de la haute atmosphère sont ionisées par zones à cause principalement du rayonnement solaire. L'une de ces couches est appelée couche D. Le plasma présent dans la zone D sera ici simplement représenté par un milieu conducteur idéal. Afin de modéliser le guidage d'une onde émise par la source entre le sol sphérique et cette couche D sphérique, nous commencerons avec le modèle plus simple de deux plans conducteurs infinis perpendiculaires à Ox et distants de a. L'un des plans a pour équation x = 0, l'autre x = a. Dans le volume qui les sépare, l'air a pour caractéristiques ε_0 et $\mu_0$et il est assimilable au vide (pas de charges ni de courants).
On considère la propagation d'une onde TE

$$\begin{cases} \vec{E}(x,y,z,t) = \left(E_x(x,y)\vec{u}_x + E_y(x,y)\vec{u}_y\right)e^{j(\omega t - Kz)} \\ \vec{B}(x,y,z,t) = \left(B_x(x,y)\vec{u}_x + B_y(x,y)\vec{u}_y + B_z(x,y)\vec{u}_z\right)e^{j(\omega t - Kz)} \end{cases}$$

3-1) Montrer que E_x, E_y, B_x, B_y peuvent s'exprimer en fonction des dérivées partielles spatiales de B_Z.

3-2) En déduire que B_Z vérifie l'équation suivante

$$\left(\Delta_t + K_c^2\right)B_z = 0 \quad \text{avec} \quad \Delta_t = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad \text{et} \quad K_c^2 = \omega^2\mu_0\varepsilon_0 - K^2$$

3-3) Du fait de la polarisation lors de l'émission, nous cherchons des solutions de la forme $B_z(x, y) = B_z(x)$ donc indépendantes de y. Ecrire les conditions aux limites pour l'onde sur les conducteurs. Donnez alors l'expression de K_c puis celle de la pulsation de coupure ω_c pour un mode se propageant entre les plans. Quelle est la nature du filtre ? L'altitude moyenne de la couche D est 60 km Cela a-t-il une influence sui la propagation pour les fréquences VLF utilisées par le système de communication Ω ?

3-4) Donnez l'expression de la vitesse de phase et de la vitesse de groupe de l'onde se déplaçant entre les plans. Vous exprimerez ces grandeurs en fonction de $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ et de $u = \frac{\omega_c}{\omega}$.

3-5) Ce résultat a-t-il une influence sur la méthode de calcul de la position développée en introduction pour le système dit « Ω » ?

3-6) Exprimez toutes les composantes des champs B et E pour un mode possible dans les conditions de la question 3-3).

3-7) En fait, $\gamma_{Terre} \approx 0{,}1\ \Omega^{-1}m^{-1}$, $\gamma_{plasma} \approx 10^{-4}\ \Omega^{-1}m^{-1}$; faire un commentaire sur l'épaisseur de peau et sur les calculs précédents.

4) Considérons maintenant une onde qui arrive avec une incidence π/2 − α entre la normale Ox au plan yOz et la direction du vecteur d'onde incident $\vec{K}_1$. Le plan infini yOz est parfaitement conducteur. On choisit une onde incidente polarisée dont le vecteur $\vec{E}_1$ est normal au plan d'incidence xOz

$$\vec{E}_1 = E_1' e^{j(\omega t - \vec{K}_1\cdot\vec{r})}\vec{u}_y \qquad \text{avec} \qquad \left\|\vec{K}_1\right\| = K_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

4-1) Exprimer $\vec{K}_1$ dans la base : $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$.

4-2) Montrer que l'onde va être réfléchie par le plan conducteur. Exprimer $\vec{K}_2$ (le vecteur d'onde pour l'onde réfléchie) dans la base : $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$. Exprimer la relation de continuité pour le champ électrique E.

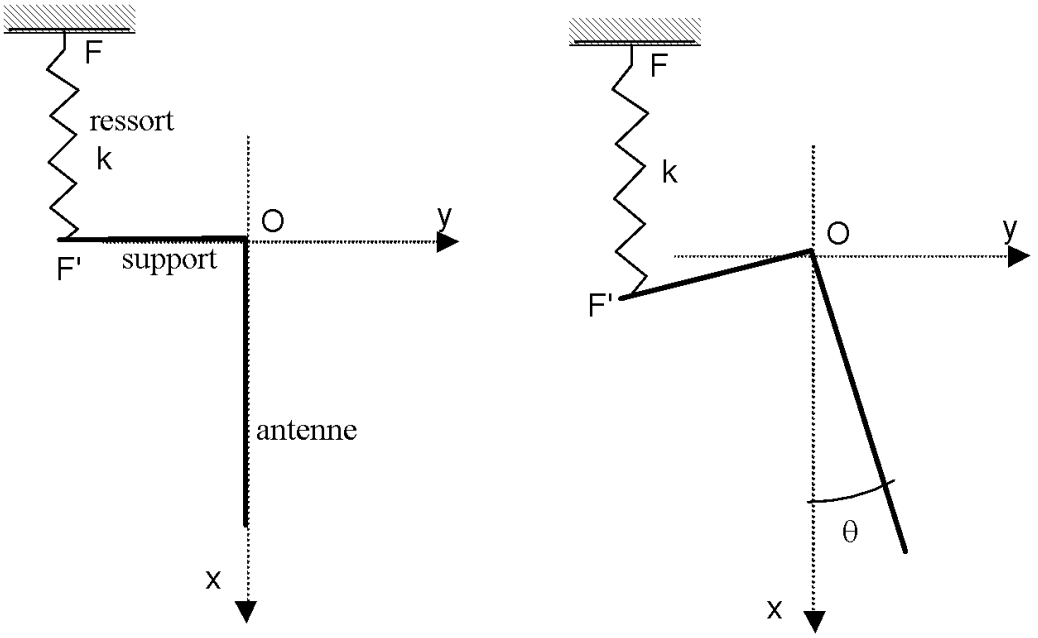
4-3) Exprimer le champ total E devant le plan yOz (pour 0 < x < a).

4-4) Exprimer la puissance transportée par unité de surface.

4-5) Le champ total se propage-t-il ? Sinon, pourquoi ? Si oui, dans quelle direction et avec quel vecteur d'onde $\vec{K}$?

Partie II : Etude expérimentale

Lors de l'étude d'un guide d'onde réalisé en laboratoire, on place à sa sortie une antenne constituée par une tige de longueur 2L et de masse 2m. Un système mécanique la maintient dans sa position verticale, afin de détecter un certain type de polarisation. Le champ de pesanteur est orienté dans la direction et le sens de l'axe des x.



L'antenne est soudée à une tige-support de longueur L et de masse m. Le point O est fixe et correspond sur le dessin à la position de l'axe de rotation sans frottements des deux tiges dans le plan de la figure.
La position relative de F et F' est choisie afin d'avoir, à l'équilibre mécanique, la tige F'O horizontale.

1) Exprimer l'allongement $\ell - L_0$ du ressort à la position d'équilibre. On note L_0 la longueur à vide de ce ressort.

2) On suppose que la rotation se fait avec un angle faible et que la direction F'F reste verticale. On note J_1 et J_2 les moments d'inertie des deux barres par rapport à l'axe Oz, respectivement du support et de l'antenne. Ecrire l'équation vérifiée par les petites oscillations mécaniques (dues aux vibrations de la machine dans le laboratoire).

3) On pose : $J_1 = \frac{mL^2}{3}$ et $J_2 = \frac{8mL^2}{3}$. En déduire la période des petites oscillations.

CHIMIE

Introduction

Différentes méthodes sont utilisées pour doser les anions de structure simple, comme les ions chlorure, iodure, bromure, cyanure ou thiocyanate. Nous étudions ici plus particulièrement la méthode basée sur la solubilité faible dans l'eau des sels d'argent de ces anions. Nous réaliserons donc des titrages de solutions à l'aide d'une solution connue de nitrate d'argent $AgNO_3$. Nous noterons $pAg = -\log_{10}\left(\frac{[Ag^+]}{c^0}\right)$ où $c^0 = 1\ mol.L^{-1}$.

Partie III : Etude du titrage.

Considérons le titrage d'une solution (1) contenant des ions Cl^- par une solution de $AgNO_3$. On ne négligera pas le volume versé. Soit V le volume de la solution (1) et V' le volume versé de la solution de $AgNO_3$ de concentration c'.
$K_S(AgCl) = 1{,}7810^{-10}$; $c' = 10^{-1}\ mol.L^{-1}$; $V = 10\ mL$.

1) Nous travaillerons en acidifiant préalablement la solution (1). Expliquer pourquoi cela nous garantit de ne pas voir apparaître de sels insolubles d'argent d'autres anions comme les carbonates ou phosphates, s'ils étaient présents dans la solution.
2) Montrer que le pAg n'est pas physiquement défini avant la première goutte versée de solution de $AgNO_3$. Exprimer pAg dès la 1^{ere} goutte versée. Montrer que le précipité de AgCl apparaît. On supposera par la suite que la solution à doser a une concentration en Cl de $10^{-1}\ mol.L^{-1}$.
3) Exprimer pAg en fonction de V' avant l'équivalence sans négliger la dilution. En déduire cette expression de pAg en fonction de x = V'/V. Calculer pAg à l'équivalence.
Exprimer pAg après l'équivalence en fonction de V' sans négliger la dilution.
4) Placer dans un tableau les valeurs de pAg en faisant varier V' de 0 à 15 mL par pas de 1 mL. Vous ajouterez des points supplémentaires au voisinage du point d'équivalence. Tracer pAg en fonction de V'.

Partie IV : Détermination du point d'équivalence

1) Méthode de MOHR
On repère dans cette méthode l'équivalence à l'aide d'un indicateur de coloration: on fait apparaître un précipité rouge de chromate d'argent Ag_2CrO_4 (constante de solubilité K_S égale à $1{,}3.10^{-12}$) à l'équivalence. On ajoute donc à la solution (1) du chromate de potassium K_2CrO_4.

1-1) Exprimer la concentration en CrO_4^{2-} nécessaire à cette méthode. Quelle type d'erreur commet-on si l'on verse plus de CrO_4^{2-} dans (1) ?

1-2) Le précipité de chromate d'argent est en fait dilué dans le milieu ; sa coloration est plutôt rosée. Les ions chromate confèrent une coloration jaunâtre à la solution. Afin d'éviter que la coloration à l'équivalence ne soit pas nette, on limite la quantité d'ions chromate pour atténuer la coloration jaune.

Considérons une concentration de $2{,}510^{-3}$ mo1.L^{-1}. Exprimer le volume $\Delta V'$ d'erreur induit sur la valeur V' calculée dans la partie I. Conclusion ?

2) Méthode de Vohlard-Charpentier

Les chlorures d'argent sont ici préalablement précipités en sels insolubles par un excès de solution connue de AgNO3. La solution (2) obtenue est dosée par une solution connue comportant des ions thiocyanate SCN^- formant avec les ions argent un précipité AgSCN. Le point d'équivalence est observé par formation d'un complexe rouge franc $[Fe(SCN)]^{2+}$ avec des ions Fe^{3+} que l'on a ajouté à la solution.

2-1) Décrire les réactions ayant lieu en fonction des phases et expliciter les valeurs des constantes de réaction

2-2) Expliquer pourquoi on retire la phase solide après addition de la solution connue de $AgNO_3$.