

Построение графика функций $y = f(-x)$

1. Построим график функции $y = f(-x)$ по известному графику функции $y = f(x)$. Рассмотрим, как можно осуществить это построение на примере функции $f(x) = \sqrt{x}$, то есть по графику функции $y = \sqrt{x}$ построим график функции $y = \sqrt{-x}$

При $x = 2$ функция $y = \sqrt{x}$ принимает значение $\sqrt{2}$. Это же значение $\sqrt{2}$ функция $y = \sqrt{-x}$ принимает при $x = -2$. При $x = 4$ функция $y = \sqrt{x}$ принимает значение 2, которое функция $y = \sqrt{-x}$ принимает при $x = -4$ (рис. 1). Мы видим, что то же значение, что и $y = \sqrt{x}$ функция $y = \sqrt{-x}$ принимает при противоположном значении аргумента x . Это верно для всех допустимых значений x : то значение, которое функция $\sqrt{x}$ принимает при $x = x_0$, то есть $\sqrt{x_0}$, функция $y = \sqrt{-x}$ принимает при $x = -x_0$. Действительно, $\sqrt{-(-x_0)} = \sqrt{x_0}$.

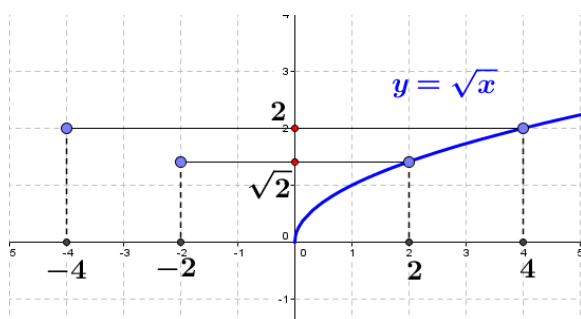


Рисунок 1

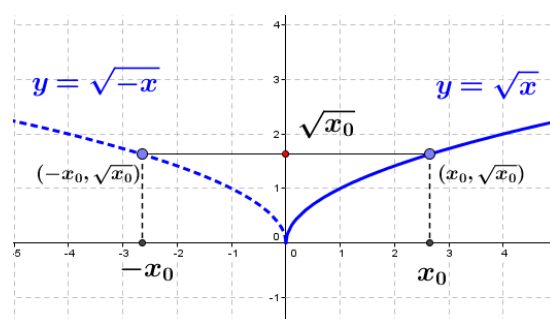


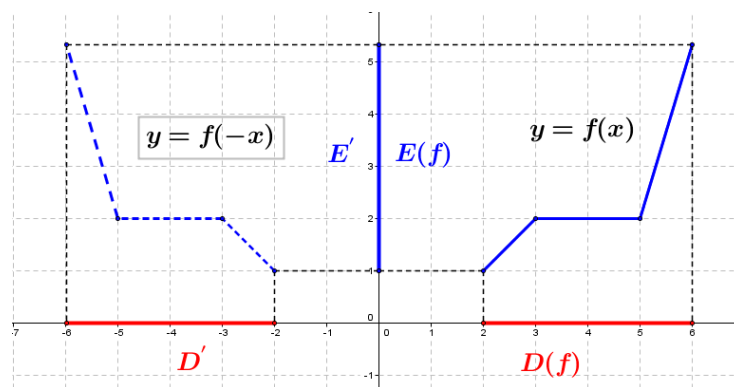
Рисунок 2

Это означает, что точка $(-x_0; \sqrt{x_0})$, симметричная относительно оси ординат Oy точке $(x_0; \sqrt{x_0})$, принадлежит графику функции $y = \sqrt{-x}$ (рис. 2). Кроме того, для любой точки этого графика найдется симметричная ей точка графика функции $y = \sqrt{x}$. Поэтому график функции $y = \sqrt{-x}$ получается в результате симметрии относительно оси ординат Oy графика функции $y = \sqrt{x}$.

Все приведенные выше рассуждения применимы и в общем случае для построения по известному графику функции $y = f(x)$ графика функции $y = f(-x)$. Рассмотрим точку графика $y = f(x)$ с абсциссой $(x_0; f(x_0))$. Симметричная ей относительно оси ординат Oy точка плоскости $(-x_0; f(x_0))$ принадлежит графику функции $y = f(-x)$. Это следует из того, что координаты этой точки удовлетворяют уравнению $y = f(-x)$, так как $f(x_0) = f(-(-x_0))$. Значит, при симметрии точки графика функции $y = f(x)$ получится точка графика функции $y = f(-x)$. Осталось показать, что таким образом мы можем получить любую точку этого графика. Для точки искомого графика с координатами $(d; f(-d))$ симметричная ей точка имеет координаты $(-d; f(-d))$, а, значит, принадлежит графику функции $y = f(x)$. Это завершает доказательство следующего способа построения графика функции $y = f(-x)$:



2. Поскольку симметрия относительно оси ординат Oy не изменяет ординату точки, то множество значений функции $y = f(-x)$ совпадает с множеством значений функции $y = f(x)$ (рис.3). Ордината точки при этой симметрии приобретает противоположное значение, поэтому область определения функции $y = f(-x)$ симметрична области определения функции $y = f(x)$ относительно начала координат (рис.3).

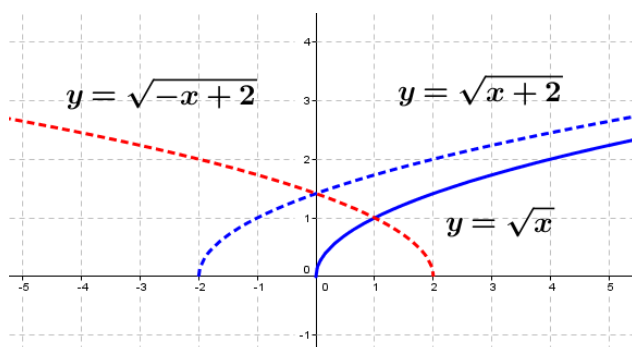


Рисунок

3

3. Пример. Построить график функции $y = \sqrt{2 - x}$.

Решение. Построим сначала график функции $y = \sqrt{x + 2}$, сдвинув влево на 2 единицы вдоль оси Ox график функции $y = \sqrt{x}$. Затем график функции $y = \sqrt{x + 2}$ симметрично отразим относительно оси ординат Oy и получим график функции $y = \sqrt{-x + 2}$ (рис.4). Последовательность построения графиков можно записать в следующем виде:
 $y = \sqrt{x} \Rightarrow y = \sqrt{x + 2} \Rightarrow y = \sqrt{-x + 2}$.



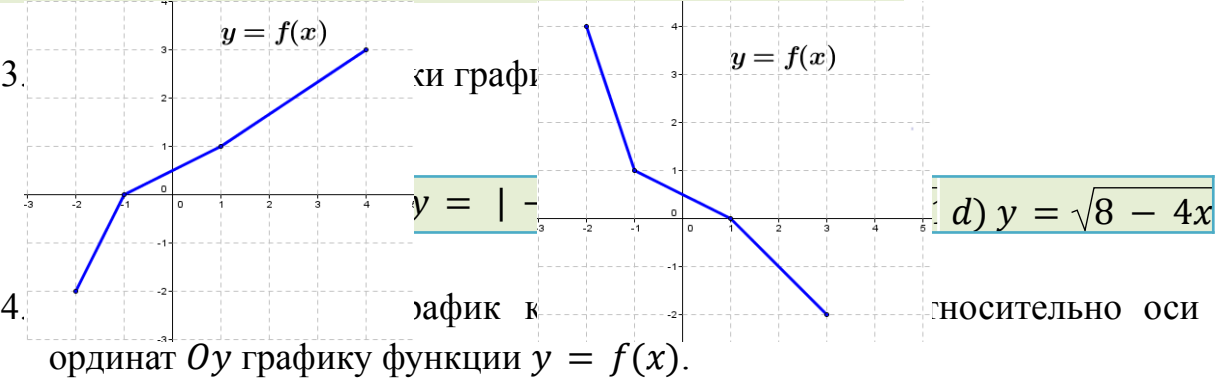
Рисунок

4

Упражнения

1. Приведите примеры функций $y = f(x)$, для которых графики функций $y = f(x)$ и $y = f(-x)$ совпадают. Как называются такие функции?
2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции

a) $f(-x)$
b) $f(-x + 1)$



a) $y = x^2 - x + 1$
b) $y = 3x - 2$
c) $y = -x^2 + 2x -$
d) $y = -x - 1$

5. Найдите область определения функции $y = f(-x)$, если известна область определения функции $y = f(x)$.

$(0; 5]$	$(-\infty; -1]$	$(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$
$(-\infty; \infty)$	$(-6; 1) \cup (2; 3)$	$(-\infty; 1)$