

**Plano diametral:** plano secante que pasa por el centro de la esfera.

**Círculo máximo:** línea de intersección de la superficie esférica con un plano diametral. Divide a la esfera en dos hemisferios o semiesferas.

**Meridiano:** círculo máximo que pasa por los polos.

**Paralelos:** círculos perpendiculares al eje de giro.

**Ecuador:** círculo perpendicular al eje de giro que pasa por el centro.

**Huso esférico:** parte de superficie esférica correspondiente a la cuña esférica.

Zona esférica y casquete esférico:  $AL = 2\pi Rh$  ;  $V_{\text{segmento esférico}} = \pi h/6 [h^2 + 3(r^2 + r'^2)]$  ;  
 $V_{\text{casquete}} = \pi h^2/3 (3R - h)$

Cuña esférica o huso esférico:  $AL = \pi r^2 \cdot n^\circ / 90^\circ$  ;  $V = \pi r^3 \cdot n^\circ / 270^\circ$

Actividades

El trozo de esfera que se encuentra entre dos planos que pasan por el mismo eje de la esfera se llama huso esférico.

- a) Verdadero
- b) Falso

\*\*\*\*\*

El trozo de esfera que se encuentra entre dos planos que pasan por el mismo eje de la esfera se llama cuña esférica.

- a) Verdadero
- b) Falso

\*\*\*\*\*

El número de ejes que tiene una esfera es:

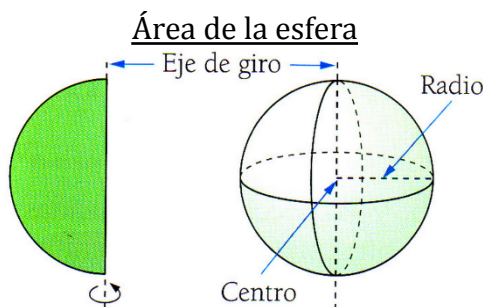
- a) Dos
- b) Infinitos
- c) Ninguna de las anteriores es cierta

\*\*\*\*\*

Un gajo de naranja tiene forma de:

- a) Huso esférico
- b) Cuña esférica
- c) Zona esférica

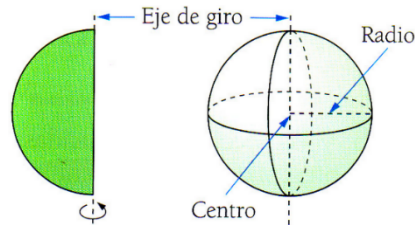
\*\*\*\*\*



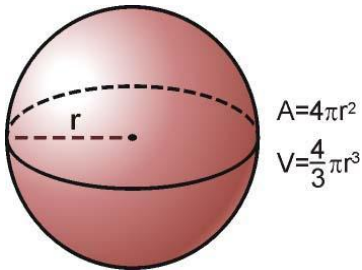
La esfera no tiene desarrollo plano

$$A(\text{esfera}) = 4\pi r^2$$

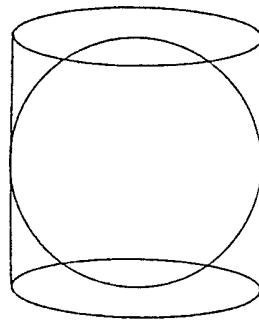
Volumen de la esfera



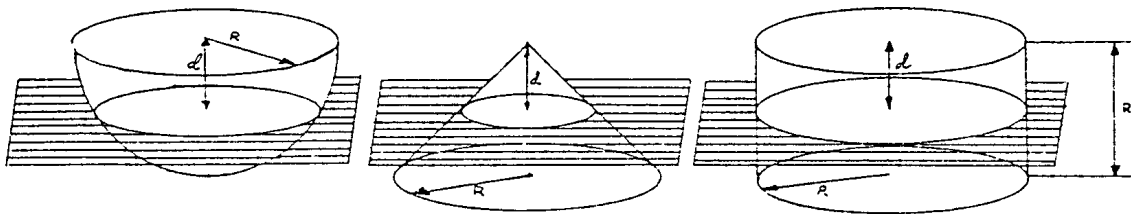
$$V(\text{esfera}) = \frac{4\pi r^3}{3}$$



El cálculo del volumen de la esfera fue uno de los descubrimientos que Arquímedes más estimaba de todos los muchísimos que hizo en su vida. Llegó a demostrar de un modo muy original que el volumen de la esfera es igual a dos tercios del volumen del cilindro circular circunscrito a ella. Tanto le impresionó esto a él mismo que mandó que en su tumba se grabase esta figura en recuerdo de la mejor de sus ideas.

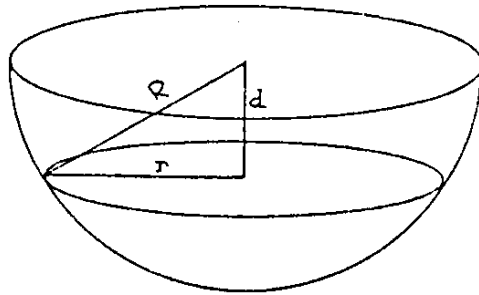


Vamos a ver cómo llegó hasta ahí. Arquímedes se imaginó una semiesfera y junto a ella un cilindro circular recto y un cono recto, ambos de base igual a un círculo máximo de la semiesfera. Algo así

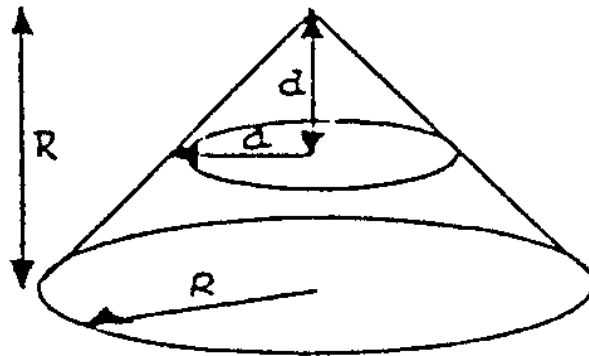


Arquímedes cortó las tres figuras por un plano paralelo a la base del cilindro y cono y se preguntó cómo serían las secciones determinadas por este plano en cilindro, semiesfera y cono.

En el cilindro está claro: un círculo de radio R. En la esfera también será un círculo, pero su radio dependerá de la distancia d. Mirando la figura siguiente y acordándote del teorema de Pitágoras, fácilmente puedes escribir que si el radio de la sección es r, entonces  $r^2 + d^2 = R^2$ .



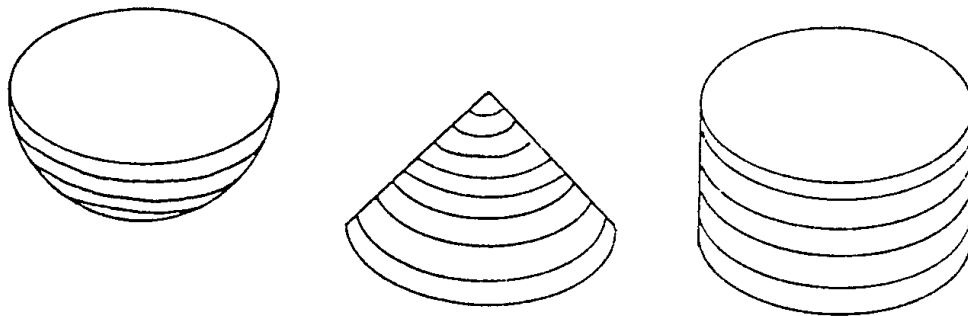
En el cono la sección también será un círculo y ahora el radio es aún más fácil de determinar mirando a la figura siguiente



Como el radio de apertura del cono es de 45°, resulta que el radio es d. Así

$$\text{Sección cilindro} = \pi R^2 = \pi (r^2 + d^2) = \pi r^2 + \pi d^2 = \text{Sección semiesfera} + \text{Sección cono}$$

Las secciones son como rebanadas de las tres figuras obtenidas cortando paralelamente a la base del cilindro. Resulta que, colocando las tres figuras como las hemos puesto y cortándolas en rebanadas finas



Rebanada en cilindro a altura d = Rebanada en semiesfera + Rebanada en cono. Si para cada altura d se tiene esta relación, parece bastante claro que

$$\text{Volumen cilindro} = \text{Volumen semiesfera} + \text{Volumen cono}$$

Pero, como Arquímedes muy bien sabía,

$$\text{Volumen cilindro} = \pi R^3;$$

$$\text{Volumen cono} = \frac{\pi R^3}{3} \text{ y así resultaba}$$

$$\text{Volumen semiesfera} = 2 \frac{\pi R^3}{3} \text{ y Volumen esfera} = 4 \frac{\pi R^3}{3}.$$

Cuando Cicerón fue nombrado cuestor en Sicilia (75a. de C.), descubrió, gracias a la inscripción que Arquímedes había mandado grabar, la tumba de Arquímedes que sus paisanos de Siracusa habían perdido de vista. Cicerón la restauró, pero más tarde se volvió a perder. Hace unos pocos años se encontraron dos tumbas que se disputan la autenticidad...

La esfera puede considerarse como compuesta por un montón de pirámides de vértice el centro de la

esfera y base de área muy pequeña  $S$  sobre la esfera. Esto da una idea de lo que puede valer el área de la superficie esférica. El volumen de la esfera es  $\frac{4}{3}\pi R^3$ . El de cada pirámide será  $RS/3$  (pues la altura de cada pirámide es  $R$ ). Sumando todas las pirámides y sacando  $R/3$  factor común resulta

$$4\pi R^3/3 = \text{Volumen esfera} = \text{Suma volúmenes pirámides} = \text{Area esfera} \times R/3 \text{ y así}$$

$$\text{Area esfera} = 4\pi R^2$$

Arquímedes (287 a. J.C.) fue el sabio que en la antigüedad más se ocupó del estudio de las áreas y volúmenes de los cuerpos.

Suyas son las siguientes fórmulas:

Área de la esfera: .....  $4\pi R^2$

Volumen del cono: .....  $\frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h$

Volumen de la esfera: .....  $\frac{4}{3}\pi R^3$

Volumen del cilindro: .....  $\pi R^2 \cdot h$

Murió en el año 212 a. de J.C. atravesado por la espada de un soldado romano en el saqueo de la ciudad de Siracusa

\*\*\*\*\*

### Actividades

Selecciona la opción más adecuada en relación con los cuerpos redondos:

En un cono, ¿cómo se llama la distancia del vértice a un punto de la circunferencia?

{:MC:~radio~apotema~altura~=generatriz}

No se puede desarrollar sobre un plano {:MC:~cilindro~cono~=esfera}

Se obtiene al girar un triángulo rectángulo en torno a uno de sus catetos {:MC:~cilindro~=cono~esfera}

Se obtiene al girar un semicírculo en torno a su diámetro {:MC:~cilindro~cono~=esfera}

La altura, el radio y la generatriz de un cono forman un triángulo rectángulo. ¿Cuál es la hipotenusa?

{:MC:~La altura~El radio~=La generatriz}

Su desarrollo plano está formado por un círculo y un sector circular {:MC:~cilindro~=cono~esfera}

Tiene dos bases {:MC:~=cilindro~cono~esfera}

Su desarrollo plano está formado por dos círculos y un rectángulo {:MC:~=cilindro~cono~esfera}

Se obtiene al girar un rectángulo en torno a uno de sus lados {:MC:~=cilindro~cono~esfera}

\*\*\*\*\*

Relaciona cada fórmula con el cuerpo geométrico correspondiente:

$\pi r (g + r)$  {:MC:~área del cilindro~volumen del cilindro~=área del cono~volumen del cono~área de la esfera~volumen de la esfera}

$$\frac{4}{3} r^3$$

$3$  {:MC:~área del cilindro~volumen del cilindro~área del cono~volumen del cono~área de la esfera~=volumen de la esfera}

$2\pi r (h + r)$  {:MC:~=área del cilindro~volumen del cilindro~área del cono~volumen del cono~área de la esfera~volumen de la esfera}

$$\frac{\pi r^2 h}{3}$$

3 {:MC:~área del cilindro~volumen del cilindro~área del cono~volumen del cono~área de la esfera~volumen de la esfera}

4  $\pi r^2$  {:MC:~área del cilindro~volumen del cilindro~área del cono~volumen del cono~área de la esfera~volumen de la esfera}

$\pi r^2 h$  {:MC:~área del cilindro~=volumen del cilindro~área del cono~volumen del cono~área de la esfera~volumen de la esfera}

\*\*\*\*\*

Dibuja de forma aproximada y calcula su área y su volumen:

Una esfera de 6 cm de diámetro.

$$A_{\text{esfera}} = 4 \cdot 3,14 \cdot 3^2 = 113,04 \text{ cm}^2 \qquad V_{\text{esfera}} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 3^3}{3} = 113,04 \text{ cm}^3$$

\*\*\*\*\*

Calcula el volumen en  $\text{dm}^3$  de una esfera de 15 cm de radio

\*\*\*\*\*

¿Cuál es la superficie de una esfera de 10 cm de diámetro? (Toma  $\pi = 3,14$ ) {:SA:=314}  $\text{cm}^2$

\*\*\*\*\*

El área de una esfera de 60 cm de diámetro es {:SA:=11304~11 304~11.304}  $\text{cm}^2$  y su volumen {:SA:=113040~113 040~113.040}  $\text{cm}^3$  (toma  $\pi = 3,14$ )

\*\*\*\*\*

Dibuja de forma aproximada una esfera de 6 cm de diámetro y calcula su área y su volumen:

\*\*\*\*\*

Guillermo estaba calculando el volumen de una esfera y por error usó el valor del diámetro en lugar del radio. ¿Qué debe hacer con su resultado para obtener el volumen correcto?

\*\*\*\*\*

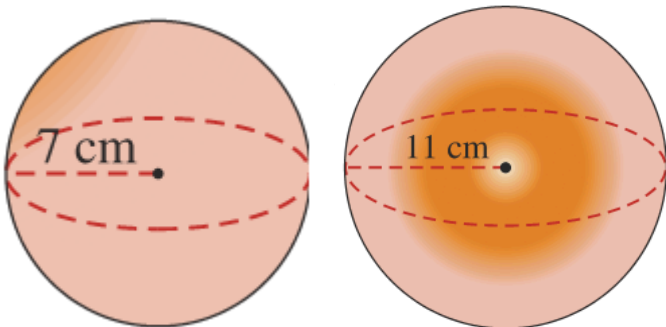
¿Cuál es el área y volumen de una esfera de 3,5 m de radio?

\*\*\*\*\*

¿Cuántos litros contiene una semiesfera de 0,8 m de diámetro?

\*\*\*\*\*

Halla el área y volumen



\*\*\*\*\*

¿Cuál es el área de una esfera en la cual la circunferencia de un círculo máximo es de 28,26 m?

\*\*\*\*\*

¿Cuál es el área de una esfera en la cual el área del círculo máximo es de 45,34  $\text{m}^2$ ?

\*\*\*\*\*

El área de una superficie esférica es de 113,04  $\text{m}^2$ . Calcular el radio de la esfera.

\*\*\*\*\*

Una esfera tiene una superficie de 50  $\text{cm}^2$ , ¿cuál es su diámetro? (Sol. 2 cm)

\*\*\*\*\*

Calcula el volumen de una esfera de  $1256 \text{ cm}^2$  de superficie. Sol:  $4186,67 \text{ cm}^3$

\*\*\*\*\*

El área de una esfera es de  $57,4 \text{ m}^2$ . ¿Cuál es el área de un círculo máximo?

\*\*\*\*\*

El área de una esfera es de  $706,5 \text{ m}^2$ . ¿Cuál es la longitud de una circunferencia máxima?

\*\*\*\*\*

El volumen de una esfera es de  $523,33 \text{ m}^3$ . Calcular el radio y su área.

\*\*\*\*\*

Calcula el área de una esfera de  $36\ 000 \text{ cm}^3$  de volumen

\*\*\*\*\*

Halla el área total y el volumen de una esfera cuyo radio es igual a la arista de un cubo de  $160 \text{ cm}^2$  de superficie

\*\*\*\*\*

Un cubo y una esfera tienen ambos  $625 \text{ m}^2$  de área. ¿Cuál tiene mayor volumen?

\*\*\*\*\*

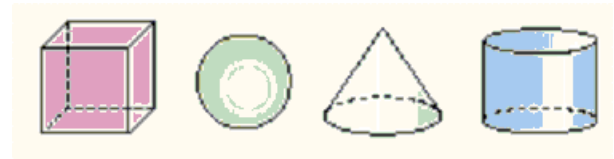
Determina el área de una esfera cuyo radio tiene la misma longitud que la arista de un cubo de  $384 \text{ cm}^2$  de área.

\*\*\*\*\*

Un cono tiene una altura igual al doble de su radio. Una esfera tiene un radio igual al radio de la base del cono. ¿Cuál es la relación entre el volumen del cono y el volumen de la esfera?

\*\*\*\*\*

En todas las siguientes figuras, el ancho y fondo del cubo y todos los diámetros miden  $10 \text{ cm}$ . Todas las alturas miden también  $10 \text{ cm}$ . Calcula los volúmenes.



\*\*\*\*\*



Un cilindro, una semiesfera y un cono tienen el mismo radio,  $6 \text{ cm}$ . La altura del cilindro y del cono vale  $10 \text{ cm}$

- a) Calcula el volumen de cada uno
- b) ¿Cuántas veces está contenido el volumen del cono en el volumen del cilindro?
- c) ¿Cuántas veces está contenido el volumen del cono en el volumen de la semiesfera?
- d) ¿Cuántas veces está contenido el volumen de la semiesfera en el volumen del cilindro?

\*\*\*\*\*

En las figuras siguientes efectúa los cortes y dibujos indicados:

Figura	Nombre de la figura	Dibuja cada sección transversal formada al cortar la figura en forma:		
		horizontal	vertical	oblicua
		Ejemplo 		

\*\*\*\*\*

Si cortamos un cilindro con dos planos paralelos entre sí, no perpendiculares al eje de revolución, ¿qué obtenemos?

- a) Un cilindro recto.
- b) Un cono.
- c) Una esfera.
- d) Un cilindro oblicuo.

\*\*\*\*\*

¿Qué formas se obtienen si se hicieran diversos cortes a un cilindro recto? Supone, en forma similar al ejemplo anterior, que se coloca este cilindro en una caja que se va llenando con agua: ¿qué forma se genera por la intersección de la superficie del agua con las paredes del cilindro?, ¿cuál es el gráfico que relaciones en nivel de agua con el radio del círculo correspondiente a cada corte?

\*\*\*\*\*

Imagina un cono recto en el que se hacen diversos cortes; analiza qué condiciones debe satisfacer un corte para que genere un círculo. Supone que un cono se coloca dentro de una caja (ojalá de paredes transparentes) en la que se va poniendo agua. Grafica la relación entre la altura del nivel del agua y el radio de los círculos correspondientes. Te recomiendo que esto lo hagas con regla y compás, si es necesario, y toma las medidas de los radios y altura como se ve en la figura que se muestra. Varía los radios y sus respectivas alturas y anota los valores en una tabla.

\*\*\*\*\*

Traza, en un mismo dibujo, los círculos que se generan al hacer cortes equidistantes, paralelos a la base de un cono recto. Describe el dibujo e interprétalo.

\*\*\*\*\*

Si cortamos una esfera con un plano, ¿qué obtenemos?

- a) Depende de cómo sea el plano.
- b) Una elipse.
- c) Un círculo.
- d) Una recta.

\*\*\*\*\*

Hallar cuánto dista del centro, el círculo menor de una esfera sabiendo que la circunferencia menor tiene una longitud de 20,724 cm y un área de 379,94 cm<sup>2</sup>.

\*\*\*\*\*

Una esfera está seccionada por un plano distante 12 m del centro de la esfera. El radio de la sección obtenida es de 9 m. Calcular el volumen de la esfera.

\*\*\*\*\*

Averigua el volumen y la superficie de una esfera en la que un plano que la corta, pasando por su centro, produce una sección de 1.256 cm de área.

\*\*\*\*\*

Averigua el volumen y la superficie de una esfera en la que un plano que la corta, a una distancia de 9 cm de su centro, produce una sección que tiene 314 cm<sup>2</sup> de área.

\*\*\*\*\*

Determina los volúmenes y las superficies de las esferas inscrita y circunscrita a un cubo de 1 m de lado.

\*\*\*\*\*

Calcular el área de una esfera y su volumen sabiendo que el área de un círculo menor cuyo plano dista 5 m del centro es de 452,16 m<sup>2</sup>.

\*\*\*\*\*

Cortamos una esfera de 5 m de radio con un plano situado a 3 m del centro. Calcula el radio de la sección originada por este plano

\*\*\*\*\*

Haz cortes imaginarios, en diversos sentidos, en una esfera. Se puede utilizar esferas de plumavit. Si se colocan dos alfileres en puntos cualesquiera de la esfera y se unen por medio de un elástico se marca un arco que es parte de un círculo mayor. Caracteriza el corte que permite obtener el círculo de mayor radio (círculo máximo). Traza cortes que generen círculos menores. Determina el rango de variación de los radios de los diversos círculos que se pueden obtener.

\*\*\*\*\*

El área de una esfera es de 113,04 m<sup>2</sup>. Hallar el área del círculo determinado al seccionar la esfera con un plano que dista 2 m del centro de la misma.

\*\*\*\*\*

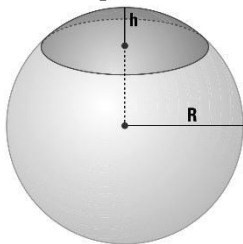
La fórmula que permite calcular el volumen de un casquete esférico es  $V = (1/3) \pi h^2 (3R - h)$ . Calcula la superficie de una bola de helado de 2,5 cm de radio que sobresale del cucurucho cónico cuya base tiene un radio de 2 cm.

\*\*\*\*\*

¿A qué altura tendrás que cortar una esfera de 12 cm de radio para que la superficie del casquete esférico que se obtenga sea la tercera parte del área de la esfera?

\*\*\*\*\*

Un casquete esférico es una parte de la esfera delimitada por un plano que corta a la esfera.



a) Si el radio de la esfera mide 10 cm y la altura del casquete es 2 cm, ¿cuál es el radio de la base del casquete esférico? La fórmula que permite determinar la superficie de un casquete esférico es  $A = 2\pi Rh$  siendo R el radio de la esfera y h la altura del casquete.

\*\*\*\*\*

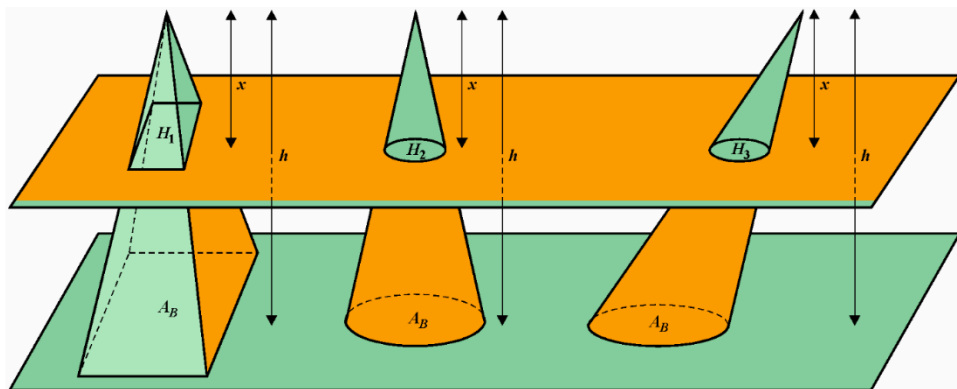
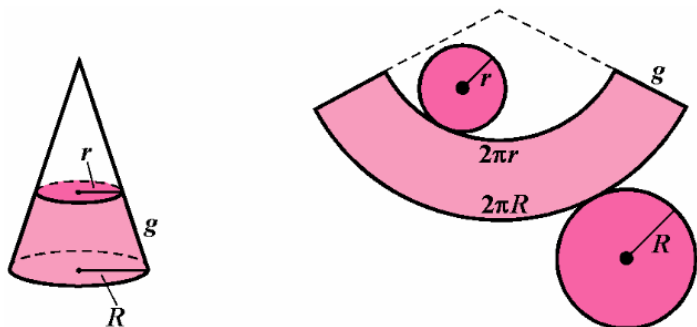
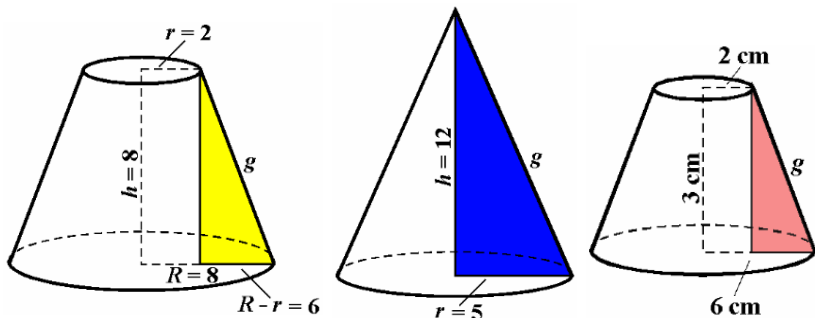
“Hola Joselito, ¿qué haces tan pensativo?”

“Aquí, contemplando el mar...”

“Bueno, no tengo tiempo para tonterías, mi pregunta es la siguiente: si a la estructura que tienes encima de la cabeza le damos la vuelta y para hacerlo más difícil, la sustituimos por un cono, e imagina que un grifo desde el cielo gotea de forma que llena ese vaso cónico hasta la cuarta parte de su altura en un minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse por completo?”

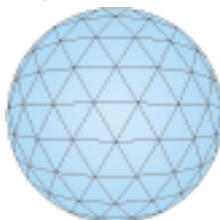
“Eso está tirado”, contestó Joselito.

Averigua cuál es la solución a la pregunta del Diablo de los Números.



\*\*\*\*\*

La esfera, símbolo de la Expo de Sevilla de 1992, tiene un diámetro de 22 m.



a) ¿Cuál es su superficie? .

Redondeando a las unidades se obtiene: \_\_\_\_ m<sup>2</sup>

b) ¿Cuántos litros de aire le caben? Expresa los litros en notación científica.

Redondeando a las unidades se obtiene: {SHORTANSWER:~=5572~=5 572} m<sup>3</sup>

= {SHORTANSWER:~=5,572} . 10<sup>{SHORTANSWER:~=6}</sup> litros

\*\*\*\*\*

Se tienen 4 canicas de radio uno colocadas en el espacio de tal manera que cada una de ellas es tangente a las otras tres. ¿Cuál es el radio de la esfera más pequeña que contiene a las canicas?

\*\*\*\*\*

Calcula el volumen de los siguientes objetos que tienen forma de esfera y cuyos datos se dan a continuación:

La olla de una piñata de 20 cm de radio

Una pelota de 6 cm de diámetro

\*\*\*\*\*

Un balón de fútbol tiene forma esférica de 12 cm de diámetro.

a) ¿Cuántos litros de aire le caben?                      b) ¿Cuál es su superficie?

\*\*\*\*\*

Halla el volumen y área de una pelota de ping-pong de 3,7 cm de diámetro

\*\*\*\*\*

Para una estación de bencina se mandan construir dos estanques esféricos, uno de radio 12,41 m y otro de 12,42 m.

a) ¿Cuántos litros de combustible contiene cada estanque?

b) ¿Cuál es la diferencia de litros entre cada estanque?

\*\*\*\*\*

Calcula el volumen y el área de la superficie esférica de un globo cuyo círculo máximo tiene un radio de 3,2 cm.

\*\*\*\*\*

Una naranja de 5 cm de diámetro y de forma prácticamente esférica está formada por 10 gajos. ¿Qué volumen tiene cada uno de ellos?

\*\*\*\*\*

¿Cuántos m de lona se necesitan para cubrir una bóveda semiesférica de 8 m de radio?

\*\*\*\*\*

Nos encontramos de visita en el edificio donde la Organización Nacional de Trasplantes tiene su sede. El edificio tiene una cúpula de cristal con forma de semiesfera, cuya base tiene un diámetro de 20 m. ¿Qué volumen ocupa dicha cúpula?

\*\*\*\*\*

Uno de los inventos que tuvo que ser perfeccionado en la I Guerra Mundial fueron los globos meteorológicos. Supongamos un artefacto de ese tipo con forma de esfera perfecta de radio 0,5 m. Calcula el volumen en litros de ese globo y la cantidad de tela en m<sup>2</sup> necesaria para construirla.

\*\*\*\*\*

Cuando hay Luna llena vemos la mitad de la superficie de nuestro satélite ¿Qué superficie vemos? El radio de la Luna es, aproximadamente, 1737 km

\*\*\*\*\*

Considera la Tierra como una esfera cuyo radio es de 6 375 km. ¿Cuál es la superficie y volumen de nuestro planeta?



\*\*\*\*\*

La Tierra tiene forma aproximadamente esférica y sus meridianos miden 40 000 km.

Supongamos que tiene forma esférica y halla: a) El radio medio de la Tierra en km y en m ; b) La superficie terrestre ; c) El volumen de la Tierra.

\*\*\*\*\*

El radio del Sol es aproximadamente 109 veces el de la Tierra,  $R_S = 109R_T$  ¿Cuántas veces mayor es su superficie? ¿Y su volumen? Da la superficie ( $S_S$ ) y el volumen ( $V_S$ ) del Sol en función de la superficie ( $S_T$ ) y el volumen ( $V_T$ ) de la Tierra, respectivamente.

Resolución

$$I) \quad (a) \quad 40\,000 \text{ km} = 2 \cdot \pi \cdot R_T \Rightarrow R_T = \frac{40000}{2\pi} \text{ km} \approx 6366 \text{ km} = 6366000 \text{ m}$$

$$(b) \quad S_T = 4 \cdot \pi \cdot R_T^2 \approx 5,09 \cdot 10^8 \text{ km}^2 = 509 \text{ millones de km}^2$$

$$(c) \quad V_T = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_T^3 \approx 1,08 \cdot 10^{12} \text{ km}^3 = 1,08 \text{ billones de km}^3$$

$$S_S = 4 \cdot \pi \cdot R_S^2 \approx 4 \cdot \pi \cdot (109R_T)^2 = 4 \cdot \pi \cdot (109^2 R_T^2) = 109^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_T^2 = 109^2 \cdot S_T = 11\,881 \cdot S_T$$

$$V_S = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_S^3 \approx \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (109 \cdot R_T)^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 109^3 \cdot R_T^3 = 109^3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_T^3 = 109^3 \cdot V_T = 1295\,029 \cdot V_T$$

\*\*\*\*\*

Con un depósito de 1000 l de agua queremos llenar una esfera de 2 m de radio. ¿Nos sobrará o nos faltará agua?

\*\*\*\*\*

Calcula la capacidad en litros de un depósito de gas con forma esférica que mide 5 m de alto.

\*\*\*\*\*

Con un depósito de 4000 l de agua queremos llenar una esfera de 1 m de radio. ¿Nos sobrará o nos faltará agua? **(Soluc. Nos faltará, pues el volumen de la esfera es 4187 litros)**

\*\*\*\*\*

Un depósito de gas tiene forma de esfera cuyo diámetro es el 15% de 40 m. Calcula:

a) El radio de la esfera.

b) El volumen del depósito en  $m^3$ . (Recuerda que  $\pi = 3,14$ )

c) Si el litro de gas cuesta 0,02 € y en el depósito hay las  $2/5$  partes de  $30 m^3$ , ¿cuánto cuesta el gas que hay en el depósito?

\*\*\*\*\*

El peso de  $1 cm^3$  de una aleación de metales es 1,15 gr. ¿Cuánto pesa una esfera maciza de 5 cm de radio?

\*\*\*\*\*

Hallar el peso de una esfera de hierro de 2 cm de diámetro (densidad hierro = 7,8 g/cm). Respuesta:

Peso = 32,65 g.

\*\*\*\*\*

Hallar el peso de una esfera de mármol de 3,5 cm de radio (densidad del mármol = 2,7 g/cm).

Respuesta: Peso = 484,66 g.

\*\*\*\*\*

La directora de un planetario quiere cubrir la cúpula con un plástico aislante. La cúpula es una semiesfera de 30 m de diámetro y el plástico cuesta 640 €/m<sup>2</sup>. ¿Cuánto costará cubrir la cúpula?

\*\*\*\*\*

La cúpula semiesférica de una iglesia tiene 12 m de diámetro. ¿Cuánto costará pintarla sabiendo que el m<sup>2</sup> se cobra a razón de 4 800 €? Respuesta: R = 6 m; A<sub>esfera</sub> = 452,16 m<sup>2</sup>; A<sub>semiesfera</sub> = 226,08 m<sup>2</sup> y la cúpula semiesférica de la iglesia costará 1.085.184 €

\*\*\*\*\*

Un depósito de gas tiene forma de esfera cuyo diámetro es el 15% de 40 m. Calcula:

a) El radio de la esfera.

b) El volumen del depósito en  $m^3$ . (Recuerda que  $\pi = 3,14$ )

c) Si el litro de gas cuesta 0,02 € y en el depósito hay las  $2/5$  partes de 30 metros cúbicos, ¿cuánto cuesta el gas que hay en el depósito?

\*\*\*\*\*

Un macetero tiene forma de semiesfera, cuyo diámetro interior es de 30 cm.

¿Cuál es la cantidad de tierra que se necesita para llenar el macetero?

\*\*\*\*\*

Si la superficie de una pelota mide 1505cm<sup>2</sup> ¿cuánto mide su radio?

\*\*\*\*\*

A una pecera esférica le caben 33,49 litros de agua. ¿Cuál es su diámetro?

\*\*\*\*\*

El volumen de la Luna es 21 860 000 km<sup>3</sup>. ¿Cuál es su superficie?

\*\*\*\*\*

Una esfera de plomo de 6,203 cm de diámetro por fusión y moldeo se ha convertido en cubo.

¿Cuál será el volumen de éste? ¿Y su arista?

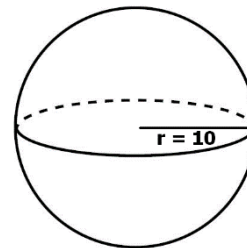
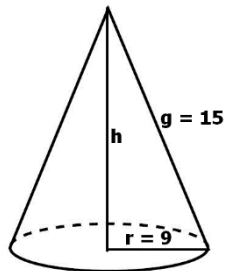
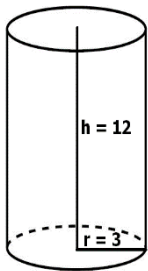
\*\*\*\*\*

¿Cuántos m<sup>2</sup> de plomo se necesitan para revestir una cúpula esférica, cuya base abarca un área de 78,5 m<sup>2</sup>? Respuesta: R = 5 m y se necesitan 314 m<sup>2</sup> de plomo para revestir la cúpula esférica.

\*\*\*\*\*

Se quieren construir tres recipientes cerrados A, B y C, de cristal.

El recipiente A tiene forma de cilindro de 6 cm de diámetro y 12 cm de altura; El recipiente B tiene forma de cono 15 cm de generatriz y 18 cm de diámetro; el recipiente C tiene forma de esfera 10 cm de radio.



$$15^2 = h^2 + 9^2 ; h = 12$$

a) Halla la superficie total de cada uno y averigua cuál cuesta menos dinero construirlo a razón de 0,15 €/cm<sup>2</sup>

$$A (\text{cilindro}) = 2\pi r (h + r) = 2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot (12+3) = 282,6 \text{ cm}^2 ; \text{ Precio} = 282,6 \cdot 0,15 = 42,39 \text{ €}$$

$$A (\text{cono}) = \pi r (g + r) = 3,14 \cdot 9 \cdot (15+9) = 678,24 \text{ cm}^2 ; \text{ Precio} = 678,24 \cdot 0,15 = 101,74 \text{ €}$$

$$A (\text{esfera}) = 4 \pi r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 1 256 \text{ cm}^2 ; \text{ Precio} = 1 256 \cdot 0,15 = 188,40 \text{ €}$$

El cilindro es el que cuesta menos

b) Calcula los litros de agua que le caben a cada recipiente

$$V (\text{cilindro}) = \pi r^2 h = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 12 = 339,12 \text{ cm}^3 \approx 0,34 \text{ litros}$$

$$V (\text{cono}) = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} 3,14 \cdot 9^2 \cdot 12 = 1017,36 \text{ cm}^3 \approx 1,02 \text{ litros}$$

$$V (\text{esfera}) = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} 3,14 \cdot 10^3 = 4186,67 \text{ cm}^3 \approx 4,19 \text{ litros}$$

\*\*\*\*\*

Queremos pintar dos esferas, una de doble diámetro que la otra. Si para pintar la pequeña hemos necesitado 1/4 de litro de pintura, ¿qué cantidad de pintura necesitaremos para pintar la grande?

- a) Tendremos suficiente con medio litro.
- b) Precisaremos de un litro.
- c) Necesitaremos, al menos, un litro y medio de pintura.

\*\*\*\*\*

Una toronja tiene un diámetro de 10 cm, su cáscara tiene un grosor de 0,5 cm, hallar el volumen aproximado de la cáscara.

\*\*\*\*\*

Kepler pensaba que las órbitas de los planetas estaban relacionadas con los radios de 6 esferas concéntricas inscritas y circunscritas alternativamente en los poliedros regulares. Si el radio de la esfera inscrita en un cubo mide 1 m, ¿cuánto mide la arista del cubo? ¿Y el radio de la esfera circunscrita a él?

\*\*\*\*\*

A una sandía de 16 cm de diámetro se le hace un corte con un cuchillo a 5 cm del centro. ¿Cuál es el volumen de los dos trozos?

\*\*\*\*\*

En Los primeros exploradores de la Luna, H. G. Wells nos explica que la Luna está habitada por pequeñas criaturas, que viven en cavernas subterráneas. Estos seres utilizan una unidad de distancia, que denominaremos lunario, y que se escogió ya que el área de la superficie lunar, expresada en lunarios cuadrados, coincide con el volumen de la Luna, medido en lunarios cúbicos.

El diámetro de la Luna es 3 475 Km.

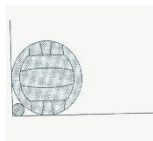
¿A cuánto equivale un lunario en kilómetros?

SOLUCIÓN: Sabemos que la superficie de una esfera es igual a cuatro veces el producto de  $\pi$  por el radio elevado al cuadrado, y que el volumen, también de una esfera, se calcula multiplicando cuatro tercios por  $\pi$  y por el radio elevado al cubo.

Igualando ambas expresiones se deduce que el radio mide 3 lunarios. Si el radio de la Luna es  $3475/2 = 1737$  km., el valor de un lunario es aproximadamente 579 km

\*\*\*\*\*

Se tiene un balón de 32 cm de diámetro colocado en el suelo contra una pared como en la figura. Se quiere saber si una bolita de 33,13 mm de radio puede pasar por el hueco que hay entre el balón y la pared.



\*\*\*\*\*

Felipe se ha peleado con su novia. Se ha montado en un Zeppelin y ha recorrido 4000 km en dirección norte. Después, ha decidido girar al este y recorrer 1500 km. Luego ha puesto rumbo al sur y ha recorrido otros 4000 km. Por último, se ha tomado un cortadito y ha decidido pedir perdón a su novia por lo que ha puesto rumbo al oeste, pero tras recorrer 1500 km. se da cuenta de que no está en Arrecife (junto a su novia querida) sino en el continente africano... ¡Y tiene hambre! ¿Qué ha pasado? ¿Serías capaz de estimar su posición?

🗺️ Consejo: Haz un esquema realista de la situación (la tierra no es plana). ¿Tienes un globo terráqueo?



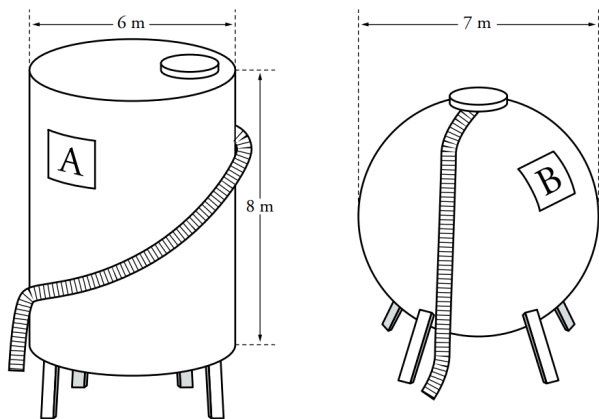
\*\*\*\*\*

Si pudiéramos recorrer la Tierra siguiendo el ecuador, la coronilla de nuestra cabeza describiría una circunferencia más larga que la planta de los pies. ¿Qué longitud tendría la diferencia entre esas longitudes? ¿Sorprendido?

\*\*\*\*\*

¿Dónde puede un hombre, salir de su casa, andar 5 km en dirección sur, 5 km hacia el oeste, y otros 5 km hacia el norte y encontrarse de nuevo a su propia puerta?

Una empresa de distribución de carburantes ha iniciado un programa de mantenimiento de sus instalaciones y necesita renovar la pintura de estos dos depósitos de combustible:



Antes de realizar el encargo, pide presupuestos a distintos profesionales y empresas del ramo de pintura:

– La empresa Pincolor, S.A. presenta un presupuesto de 925 € para el depósito A. También se pintará la base inferior.

– La empresa Colorán, S.L. presenta un presupuesto de 750 € para el depósito B.

(Nota: toma  $\pi = 3,14$ ).

a) ¿Cuál es la superficie del depósito A?

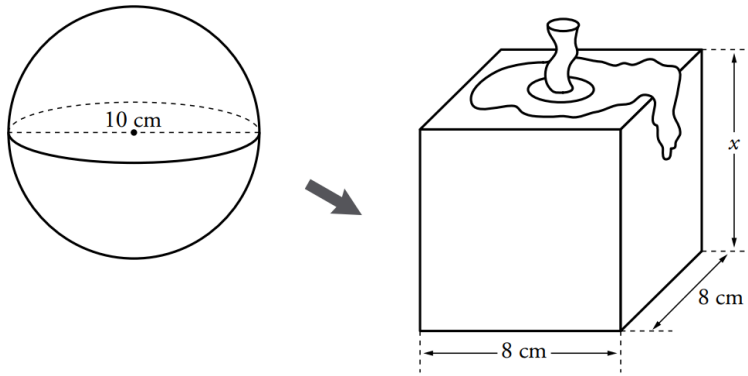
b) ¿Cuál es la superficie del depósito B?

c) ¿Cuál de las dos empresas crees que es más cara? Justifica tu respuesta.

\*\*\*\*\*

CONSTRUCCIÓN DE UNA VELA

Con una bola de cera perfumada, de 10 cm de diámetro, se ha fabricado una vela de base cuadrada de 8 cm de lado.

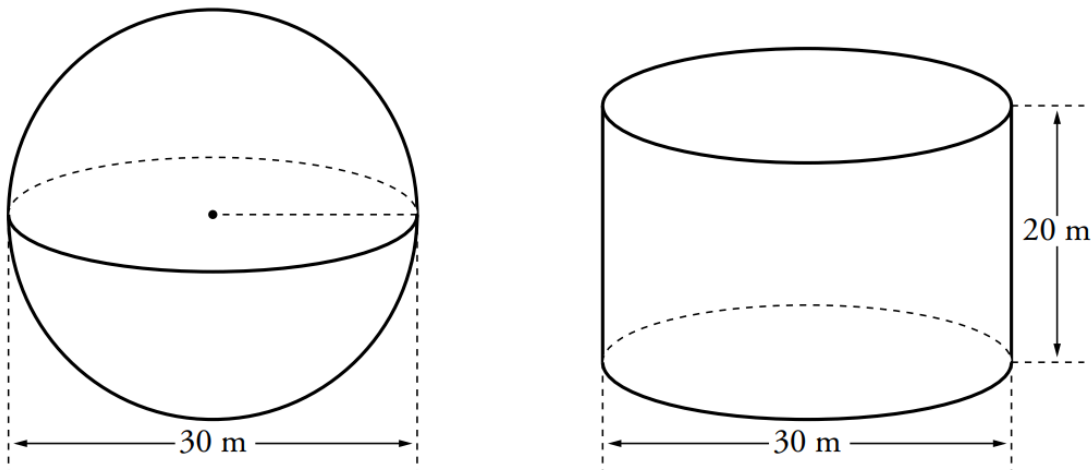


- a) ¿Cuántos centímetros cúbicos de cera tenía la bola?
- b) ¿Cuál es la altura de la vela?

\*\*\*\*\*

DEPÓSITOS

Una compañía de distribución de carburantes dispone de dos depósitos para el almacenaje de gasolina, cuya forma y dimensiones puedes apreciar en la ilustración.



- a) ¿Cuál de los dos tiene mayor capacidad?
- b) ¿Cuántos millones de litros pueden almacenar en total?

\*\*\*\*\*