1) ΘΕΜΑ 2 27187 1.1 – 1.2

Από τους 100 μαθητές, που είναι παρόντες σήμερα στο σχολείο, μπλε στυλό έχουν 87. Από αυτούς, 17 μαθητές έχουν και μπλε και μαύρο στυλό.

Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή από τους 100.

α) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε στυλό είναι ίση με $0,87$. (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και μαύρο στυλό, είναι ίση με $0,17$. (Μονάδες 10)

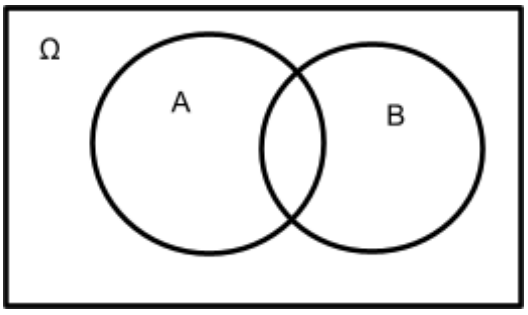
γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο μαθητής που επιλέξαμε να έχει μπλε και να μην έχει μαύρο στυλό. (Μονάδες 8)

2) ΘΕΜΑ 2 27186 1.1 – 1.2

Από τις 80 μαθήτριες, που είναι παρούσες σήμερα στο σχολείο, πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών έχουν 60. Από τις 60 μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών, οι 15 έχουν επιπλέον και πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών. Επιλέγουμε τυχαία μία μαθήτρια από τις 80.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα η μαθήτρια που επιλέξαμε να έχει πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών. (Μονάδες 8)

β) Στο παρακάτω διάγραμμα Venn, το Ω περιέχει τις 80 μαθήτριες, το A περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης αγγλικών και το B περιέχει τις μαθήτριες που έχουν πτυχίο καλής γνώσης γαλλικών.



i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το διάγραμμα Venn. Στη συνέχεια να χρωματίσετε με το στυλό σας το μέρος του διαγράμματος Venn που περιέχει τις μαθήτριες, οι οποίες έχουν και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών. (Μονάδες 8)

ii. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου "η μαθήτρια που επιλέξαμε έχει και τα δύο πτυχία: καλής γνώσης αγγλικών και γαλλικών". (Μονάδες 9)

3) ΘΕΜΑ 4 27323 1.2

Θεωρούμε το πείραμα τύχης «ρίψη ενός μεροληπτικού ζαριού» με δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Δίνεται ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1» είναι $P(\{1\}) = \frac{1}{2}$ και ότι τα ενδεχόμενα $\{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$ και $\{6\}$ είναι ισοπίθανα.

α) Να αποδείξετε ότι $P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = P(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{10}$. (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i. A: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 1 ή 5» (Μονάδες 6)

ii. B: «Το αποτέλεσμα της ρίψης είναι άρτιος αριθμός». (Μονάδες 6)

γ) Έστω ένα δεύτερο πείραμα τύχης «ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού» με τον ίδιο δειγματικό χώρο $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ του οποίου όλα τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα.

Να βρείτε για το δεύτερο πείραμα τύχης τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και B του ερωτήματος β) και να τις συγκρίνετε μεταξύ τους. (Μονάδες 7)

4) ΘΕΜΑ 4 27349 1.1 – 1.3

Σ΄ ένα διαγώνισμα δύο ερωτήσεις είναι πολλαπλής επιλογής, με τέσσερις δυνατές απαντήσεις η καθεμία τις α, β, γ και δ. Η σωστή απάντηση στην πρώτη ερώτηση είναι η α και στη δεύτερη η δ. Ένας μαθητής επιλέγει τυχαία την απάντηση για καθεμία από τις δύο ερωτήσεις.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης, να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο που να περιέχει όλες τις δυνατές απαντήσεις στις δύο ερωτήσεις. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

i. ο μαθητής απάντησε σωστά στην πρώτη ερώτηση, (Μονάδες 5)

ii. ο μαθητής απάντησε σωστά στη δεύτερη ερώτηση, (Μονάδες 5)

iii. ο μαθητής απάντησε σωστά και στις δύο ερωτήσεις, (Μονάδες 5)

iv. ο μαθητής δεν απάντησε σωστά σε καμία από τις δύο ερωτήσεις. (Μονάδες 5)

5) ΘΕΜΑ 4 27339 2.3

Ένας δρομέας μεγάλων αποστάσεων, κατέγραψε τα χιλιόμετρα που έτρεξε σε καθεμία από τις 20 ημέρες προπόνησης ενός μήνα και σχημάτισε τον παρακάτω πίνακα:

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	20
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

α) Να βρείτε:

i. τη μέση τιμή, (Μονάδες 7)

ii. τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο. (Μονάδες 6)

β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν ακραίες τιμές. (Μονάδες 6)

γ) Ο δρομέας τον επόμενο μήνα διατήρησε το ίδιο πρόγραμμα προπόνησης, εκτός από την μέγιστη απόσταση την οποία αύξησε σε 28 χιλιόμετρα όπως φαίνεται παρακάτω:

απόσταση σε χιλιόμετρα	5	7	10	15	28
αριθμός ημερών	4	5	5	5	1

Ποια από τα μέτρα θέσης του α) ερωτήματος μεταβάλλονται και ποια όχι; Θα υπάρχουν τώρα ακραίες τιμές; (Μονάδες 6)

6) ΘΕΜΑ 2 27316 1.1 – 1.2 – 1.3

Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις φυλές: τις κούπες, τα καρό, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή αποτελείται από 13 φύλλα: τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, τις φιγούρες βαλέ (J), ντάμα (Q), ρήγα (K) και τον άσο (A). Η Άννα τράβηξε τυχαία ένα φύλλο από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα. Έστω τα ενδεχόμενα

A: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι αριθμός»

και M: «το φύλλο που τράβηξε η Άννα, είναι μπαστούνι».

α) Να εκφράσετε λεκτικά τα ενδεχόμενα $A \cap M$ και $A \cup M$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i. A , M και $A \cap M$, (Μονάδες 12)

ii. $A \cup M$. (Μονάδες 5)

7) ΘΕΜΑ 2 27312 1.1 – 1.2 – 1.3

Ρίχνουμε ένα συνηθισμένο κέρμα τρεις φορές και καταγράφουμε το αποτέλεσμα.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε έναν δειγματικό χώρο και το ενδεχόμενο A: «Το αποτέλεσμα των τριών ρίψεων είναι τουλάχιστον δύο φορές κεφαλή». (Μονάδες 8)

β) Να γράψετε το συμπληρωματικό ενδεχόμενο A' του A. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων A και A'. (Μονάδες 8)

8) ΘΕΜΑ 2 27313 1.1 – 1.2 – 1.3

Ο Κώστας και ο Νίκος έχουν ο καθένας ένα συνηθισμένο ζάρι και παίζουν το εξής παιχνίδι: Ρίχνει ο καθένας το δικό του ζάρι και καταγράφουν το αποτέλεσμα. Αν και οι δύο αριθμοί που φέρνουν ο Κώστας και ο Νίκος, είναι μεγαλύτεροι από το 2, τότε κερδίζει ο Κώστας. Διαφορετικά κερδίζει ο Νίκος.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε τον δειγματικό χώρο, όπου για παράδειγμα, το αποτέλεσμα $(2\,,\,5)$ να σημαίνει ότι ο Κώστας έφερε 2 και ο Νίκος 5. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες:

i. να κερδίσει ο Κώστας, (Μονάδες 9)

ii. να κερδίσει ο Νίκος. (Μονάδες 9)

9) ΘΕΜΑ 4 27336 1.4

Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις φυλές: τις κούπες, τα καρό, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή έχει 13 φύλλα με τις παρακάτω ενδείξεις:

$2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10$, βαλές (J), ντάμα (Q), ρήγας (K) και άσος (A).

α) Να αποδείξετε ότι το πλήθος των συνδυασμών των 52 φύλλων ανά 4 είναι 270.725.

(Μονάδες 9)

β) Από μια καλά ανακατεμένη τράπουλα επιλέγουμε τυχαία τέσσερα φύλλα. Να βρείτε τις πιθανότητες να πάρουμε:

i. τέσσερα 10 (δεκάρια), (Μονάδες 8)

ii. τέσσερα φύλλα με την ίδια ένδειξη. (Μονάδες 8)

10) ΘΕΜΑ 4 27130 1.1 – 1.2

Θεωρούμε τις οικογένειες που είναι δυνατό να σχηματιστούν με τρία παιδιά. Εξετάζουμε τα παιδιά των οικογενειών αυτών ως προς το φύλο και τη σειρά γέννησής τους. Για παράδειγμα η τριάδα (α,κ,α) αντιστοιχεί σε οικογένεια με πρώτο παιδί αγόρι, δεύτερο παιδί κορίτσι και τρίτο παιδί αγόρι.

α) Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα :

Α: «Το πρώτο παιδί της οικογένειας είναι κορίτσι».

Β: «Και τα τρία παιδιά είναι ίδιου φύλου».

Γ: «Το φύλο του δεύτερου παιδιού είναι διαφορετικό από το φύλο του πρώτου και του τρίτου παιδιού».

(Μονάδες 9)

β) Αν μία οικογένεια αποκτήσει τρία παιδιά :

i. Ποια είναι η πιθανότητα το πρώτο παιδί της οικογένειας να είναι κορίτσι;

(Μονάδες 5)

ii. Ποια είναι η πιθανότητα και τα τρία παιδιά της οικογένειας να είναι ίδιου φύλου;

(Μονάδες 5)

iii. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι το ενδεχόμενο Γ έχει ίδια πιθανότητα να συμβεί με το ενδεχόμενο να φέρει κάποιος 2 φορές κεφαλή αν στρίψει δυο φορές ένα αμερόληπτο κέρμα. Συμφωνείτε με την άποψή του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

11) ΘΕΜΑ 2 27449 1.1 – 1.2

Η Μαρία υιοθέτησε μία γατούλα που ερχόταν συνέχεια στην αυλή του σπιτιού της και την ονόμασε Μελιώ. Μετά από δύο εβδομάδες που την είχε στο σπίτι διαπίστωσε ότι η Μελιώ είναι έγκυος. Την πήγε στον κτηνίατρο μαζί με τη μητέρα της και ο κτηνίατρος τους είπε ότι η Μελιώ θα γεννήσει 4 γατάκια.

α) Να γράψετε χρησιμοποιώντας δενδροδιάγραμμα ένα δειγματικό χώρο για τις δυνατές περιπτώσεις του φύλου των τεσσάρων γατιών με τη σειρά γέννησής τους.

(Μονάδες 09)

β) Μία φίλη της Μαρίας υποσχέθηκε ότι αφού γεννηθούν και απογαλακτιστούν τα γατάκια από τη μαμά τους, θα υιοθετήσει τα τρία πρώτα γατάκια που θα γεννηθούν, αν είναι ίδιου φύλου. Ένας γείτονας της Μαρίας υποσχέθηκε να υιοθετήσει το $4^{ο}$ γατάκι αν είναι θηλυκό, γιατί έχει ήδη μία θηλυκή γατούλα στο σπίτι του.

i. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων του το ενδεχόμενο

A: «Τα τρία πρώτα γατάκια είναι ίδιου φύλου και το τέταρτο γατάκι είναι θηλυκό».

(Μονάδες 08)

ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου: «Υιοθετούνται και τα τέσσερα γατάκια».

(Μονάδες 08)

<u>12) ΘΕΜΑ 4 27454 1.2 – 1.3</u>

Ένα μη αμερόληπτο ζάρι με δειγματικό χώρο Ω={1,2,3,4,5,6} είναι φτιαγμένο έτσι, ώστε η πιθανότητα του απλού ενδεχομένου {6} να είναι ίση με $\frac{1}{3}$. Για τις άλλες 5 έδρες του ισχύουν τα εξής: Τα απλά ενδεχόμενα {1}, {3}, {5} είναι ισοπίθανα και η πιθανότητα του ενδεχομένου A={1,3,5} είναι ίση με $\frac{1}{6}$. Τα απλά ενδεχόμενα {2} και {4} είναι επίσης ισοπίθανα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $P(\{1\}) = P(\{3\}) = P(\{5\}) = \frac{1}{18}$

ii. $P(\{2\}) = P(\{4\}) = \frac{1}{4}$

(Μονάδες 10)

β) Σε μία τυχαία ρίψη του ζαριού, να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

i. A: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι άρτιος»

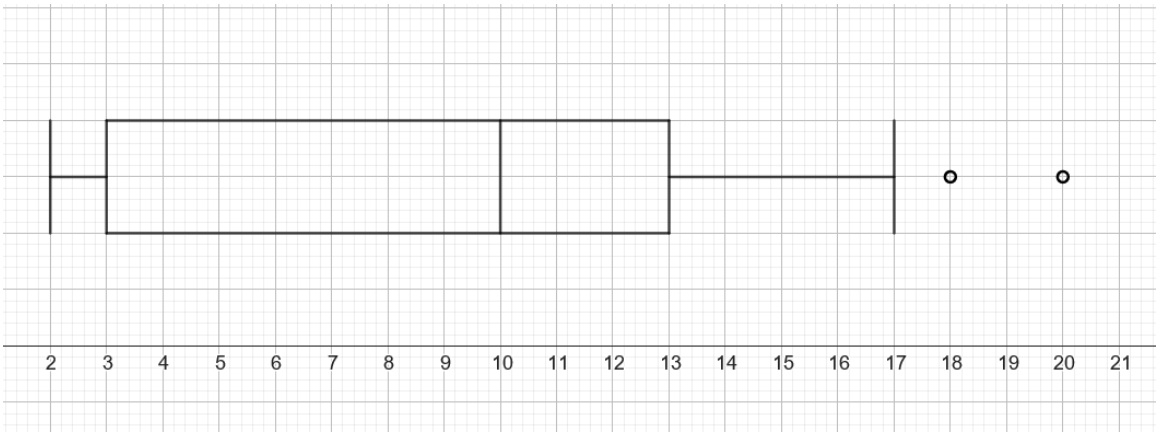
ii. B: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι 3 ή 4»

(Μονάδες 10)

γ) Αν το ζάρι είναι αμερόληπτο με δειγματικό χώρο Ω={1,2,3,4,5,6}, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου B του ερωτήματος β) ii. και να συγκρίνετε τα δύο αποτελέσματα. (Μονάδες 05)

13) ΘΕΜΑ 2 29015 2.3

Το παρακάτω θηκόγραμμα παρουσιάζει τους πόντους ενός παίκτη μιας ομάδας καλαθοσφαίρισης στα 15 τελευταία παιχνίδια της ομάδας του.



Με τη βοήθεια του θηκογράμματος να βρείτε:

α) Το εύρος R των πόντων του παίκτη. (Μονάδες 6)

β) Τα τεταρτημόρια Q_1, Q_2 και Q_3. (Μονάδες 9)

γ) Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q. (Μονάδες 5)

δ) Τις ακραίες τιμές. (Μονάδες 5)

14) ΘΕΜΑ 4 27129 1.1 – 1.2

Σε ένα σχολείο στη Γ΄ Λυκείου φοιτούν 100 μαθητές. Στην τάξη αυτή δεν υπάρχουν αδέρφια, οπότε οι 100 μαθητές αντιστοιχούν σε 100 διαφορετικές οικογένειες.

Ρωτήσαμε τους 100 μαθητές το πλήθος των παιδιών της οικογένειας τους. Από τις απαντήσεις τους προέκυψε ότι οι οικογένειες των μαθητών έχουν το πολύ τέσσερα παιδιά. Συγκεκριμένα, οι 56 οικογένειες έχουν δύο παιδιά, 20 οικογένειες έχουν τρία παιδιά, 8 οικογένειες έχουν τέσσερα παιδιά και οι υπόλοιπες έχουν ένα παιδί.

α) Αν επιλέξουμε στην τύχη μια από τις παραπάνω οικογένειες των μαθητών, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου :

i. «Η οικογένεια του μαθητή έχει τέσσερα παιδιά». (Μονάδες 5)

ii. «Η οικογένεια του μαθητή έχει λιγότερα από τρία παιδιά». (Μονάδες 5)

β) Στην γιορτή αποφοίτησης συμμετείχαν όλοι οι μαθητές της Γ΄ Λυκείου με τις οικογένειές τους. Αν επιλέξουμε τυχαία ένα από τα παρευρισκόμενα παιδιά, ποια είναι η πιθανότητα η οικογένειά του να έχει τέσσερα παιδιά; (Μονάδες 8)

γ) Να συγκρίνετε τις απαντήσεις σας στα ερωτήματα α)i. και β) και στην περίπτωση που είναι διαφορετικές να δικαιολογήσετε γιατί συμβαίνει αυτό. (Μονάδες 7)

15) ΘΕΜΑ 4 27451 1.1 – 1.2 – 1.3 – 1.4

Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές και καταγράφουμε το αποτέλεσμα της ρίψης. Για παράδειγμα, ένα αποτέλεσμα του παραπάνω πειράματος θα μπορούσε να είναι της μορφής 34, που σημαίνει ότι η ένδειξη της $1^η$ ρίψης είναι 3 και της $2^ης$ είναι 4.

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

Α: «Το γινόμενο των 2 ενδείξεων να είναι 6»

Β: «Η ένδειξη στη $2^η$ ρίψη είναι μεγαλύτερη από την ένδειξη στην $1^η$ ρίψη»

Γ: «Το άθροισμα των 2 ενδείξεων να είναι 5»

α)

i. Να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο για το παραπάνω πείραμα τύχης. (Μονάδες 04)

ii. Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα Α, Β, Γ. (Μονάδες 06)

iii. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων $A \cup Γ$ και Β-Γ. (Μονάδες 06)

β) Μετά τη $2^η$ ρίψη, κάνουμε και $3^η$ ρίψη με το ίδιο ζάρι.

i. Πόσα είναι τα δυνατά αποτελέσματα στις 3 ρίψεις του ζαριού; (Μονάδες 04)

ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου, να έχουμε την ίδια ένδειξη και στις 3 ρίψεις. (Μονάδες 05)

16) ΘΕΜΑ 2 28853 1.1 – 1.3

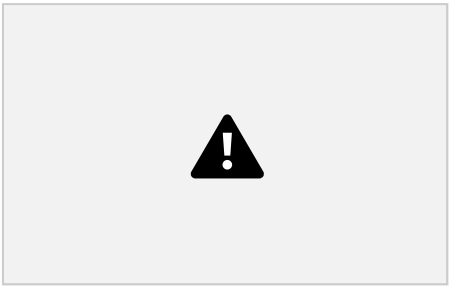
Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και Α, Β δύο ενδεχόμενά του.

α) Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα των συνόλων (τομή, ένωση κτλ.), να εκφράσετε τα ενδεχόμενα:

iii. Πραγματοποιείται το Α και το Β.

iv. Πραγματοποιείται το Β αλλά όχι το Α.

Μπορείτε αν θέλετε να απαντήσετε χρησιμοποιώντας το παρακάτω διάγραμμα Venn, σκιάζοντας κάθε φορά το μέρος εκείνο που αναφέρεται στο ζητούμενο ενδεχόμενο.



(Μονάδες 10)

β) Θεωρούμε το πείραμα τύχης: «Ρίψη ενός νομίσματος δύο φορές» με δειγματικό χώρο $\Omega = \{ΚΚ, ΚΓ, ΓΚ, ΓΓ\}$ και τα ενδεχόμενα Α και Β που ορίζονται ως εξής:

Α: «Στη $1^{η}$ ρίψη φέρουμε κεφαλή (Κ)»,

Β: «Φέρουμε διαφορετική ένδειξη και στις 2 ρίψεις».

i. Να γράψετε τα στοιχεία των ενδεχομένων Α και Β. (Μονάδες 05)

ii. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων του ερωτήματος α). (Μονάδες 10)

17) ΘΕΜΑ 4 28856 1.1 – 1.2 – 1.3

Σ΄ ένα εκπτωτικό κατάστημα, ένας πελάτης θέλει να αγοράσει ένα πουκάμισο και ένα μπουφάν. Τα διαθέσιμα μεγέθη και για τα δύο είδη είναι μικρό (s), μεσαίο (m), και μεγάλο (L). Τα σωστά μεγέθη που φοράει ο πελάτης, για το πουκάμισο είναι μεσαίο (m), ενώ για το μπουφάν, είναι μεγάλο (L). Ο πελάτης επιλέγει τυχαία ένα πουκάμισο και ένα μπουφάν χωρίς να κοιτάξει τα μεγέθη τους.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης, να γράψετε έναν κατάλληλο δειγματικό χώρο που να περιέχει όλες τις δυνατές επιλογές για το μέγεθος των δύο ειδών (πουκάμισο και μπουφάν) που επιλέγει ο πελάτης. (Μονάδες 05)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

i. Ο πελάτης επέλεξε το σωστό μέγεθος για το πουκάμισο. (Μονάδες 05)

ii. Ο πελάτης επέλεξε το σωστό μέγεθος για το μπουφάν. (Μονάδες 05)

iii. Ο πελάτης επέλεξε το σωστό μέγεθος για ένα τουλάχιστον από τα δύο είδη. (Μονάδες 05)

iv. Ο πελάτης δεν επέλεξε το σωστό μέγεθος σε κανένα από τα δύο είδη. (Μονάδες 05)

18) ΘΕΜΑ 2 29951 1.3 – 1.4

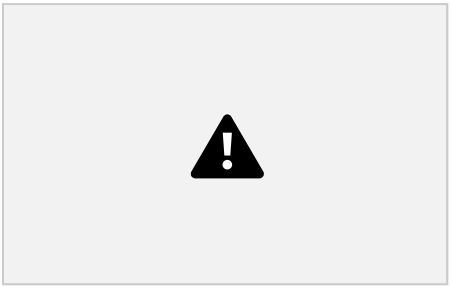
Ο διευθυντής του σχολείου έχει κανονίσει συνάντηση με τα 5-μελή συμβούλια των μαθητικών κοινοτήτων στη βιβλιοθήκη του σχολείου. Στη βιβλιοθήκη υπάρχουν 6 καρέκλες η μία δίπλα στην άλλη στις οποίες θα καθίσουν οι 5 μαθητές του συμβουλίου.

α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν οι μαθητές του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στη συνάντηση με το διευθυντή; (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την πιθανότητα στη συνάντηση του 5-μελούς με το διευθυντή ο πρόεδρος και ο γραμματέας να καθίσουν στις δύο ακραίες καρέκλες. (Μονάδες 13)

19) ΘΕΜΑ 2 27450 1.2 - 1.3

Ρωτήθηκαν 100 άτομα για το μέσο ή τα μέσα μεταφοράς που χρησιμοποίησαν στις διακοπές τους το περσινό καλοκαίρι. Στο παρακάτω διάγραμμα Venn, το Α έχει ως στοιχεία τα άτομα που χρησιμοποίησαν πλοίο και το Β εκείνους που χρησιμοποίησαν αεροπλάνο. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο από τα παραπάνω.



α) Χρησιμοποιώντας τη γλώσσα των συνόλων (τομή, ένωση κτλ.) να εκφράσετε τα ενδεχόμενα το άτομο που επιλέγουμε:

i. Χρησιμοποίησε πλοίο και αεροπλάνο.
ii. Χρησιμοποίησε μόνο αεροπλάνο.

(Μονάδες 08)

β) Από τα 100 άτομα που ρωτήθηκαν, 75 άτομα απάντησαν ότι ταξίδεψαν με πλοίο, 35 άτομα ότι ταξίδεψαν με αεροπλάνο και 20 άτομα ταξίδεψαν και με τα δύο μεταφορικά μέσα. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

E_1: «Το άτομο που επιλέγουμε χρησιμοποίησε ένα τουλάχιστον από τα δύο μέσα».

(Μονάδες 08)

E_2: «Το άτομο που επιλέγουμε να έχει ταξιδέψει μόνο με αεροπλάνο». (Μονάδες 09)

20) ΘΕΜΑ 4 27188 1.1 – 1.2 – 1.4

Η Μαρία έχει έναν προσωπικό κωδικό πρόσβασης για το ηλεκτρονικό της ταχυδρομείο, τον οποίο επέλεξε τυχαία. Ο κωδικός αποτελείται από τέσσερις μονοψήφιους αριθμούς (τέσσερα ψηφία), σε τέσσερις αντίστοιχες θέσεις όπως παρακάτω:

_ _ _ _

Η Μαρία δε θυμάται το τελευταίο ψηφίο του προσωπικού κωδικού της.

α) Ποια είναι η πιθανότητα να πληκτρολογήσει σωστά τον προσωπικό της κωδικό, επιλέγοντας τυχαία το τελευταίο ψηφίο;

(Μονάδες 8)

β) Επειδή δεν πληκτρολόγησε σωστά τον κωδικό της, αποφάσισε να τον αλλάξει. Ο νέος κωδικός θα έχει επίσης τέσσερα ψηφία σε τέσσερις θέσεις. Να αποδείξετε ότι υπάρχουν 10000 διαφορετικοί κωδικοί που μπορεί να δημιουργήσει η Μαρία.

(Μονάδες 10)

γ) Για να αλλάξει τον κωδικό της επέλεξε τυχαία τον αριθμό κάθε θέσης. Ποια είναι η πιθανότητα στον προσωπικό κωδικό της να μην επαναλαμβάνεται κάποιος από τους αριθμούς;

(Μονάδες 7)

21) ΘΕΜΑ 4 27331 2.4

Για την εισαγωγή σε μία σχολή, μία γυναίκα ή ένας άνδρας είναι επιλέξιμοι αν το ύψος τους σε cm, είναι τουλάχιστον 170. Η κατανομή του ύψους των γυναικών είναι κανονική με μέση τιμή 163 και τυπική απόκλιση 7 και η κατανομή του ύψους των ανδρών είναι κανονική με μέση τιμή 170. Επιλέγουμε τυχαία μία γυναίκα και έναν άνδρα.

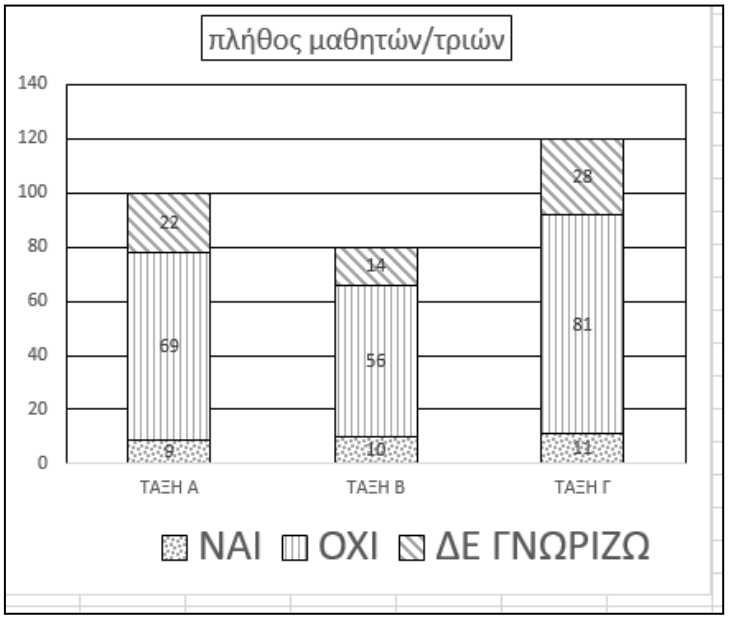
α) Να αποδείξετε ότι:

i. η πιθανότητα ώστε μία γυναίκα να είναι επιλέξιμη, είναι $0,16$, (Μονάδες 9)
ii. η πιθανότητα ώστε ένας άνδρας να είναι επιλέξιμος, είναι $0,5$. (Μονάδες 9)

β) Αν για τους άνδρες παραμείνει η απαίτηση του ελάχιστου ύψος στο 170, πόσο θα πρέπει να γίνει η απαίτηση του ελάχιστου ύψους για τις γυναίκες, ώστε για μια γυναίκα να είναι εξίσου πιθανό να είναι επιλέξιμη όσο για έναν άνδρα. (Μονάδες 7)

22) ΘΕΜΑ 2 29014 2.2 – 2.5

Στα πλαίσια μιας έρευνας που διενεργήθηκε σε 300 μαθητές/μαθήτριες ενός Λυκείου σχετικά με την Κλιματική Αλλαγή τέθηκε η ερώτηση : «Πιστεύετε ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες υπερβάλλουν;» Οι απαντήσεις των μαθητών/τριών του σχολείου αναπαριστώνται στο επόμενο στοιβαγμένο ραβδόγραμμα:



α) Ποιο ποσοστό των μαθητών που απάντησαν ΝΑΙ πηγαίνει στην Α' Λυκείου;

(Μονάδες 8)

β)

i. Πόσοι μαθητές του Λυκείου απάντησαν ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες υπερβάλλουν; Τι ποσοστό του συνόλου των μαθητών είναι;

(Μονάδες 8)

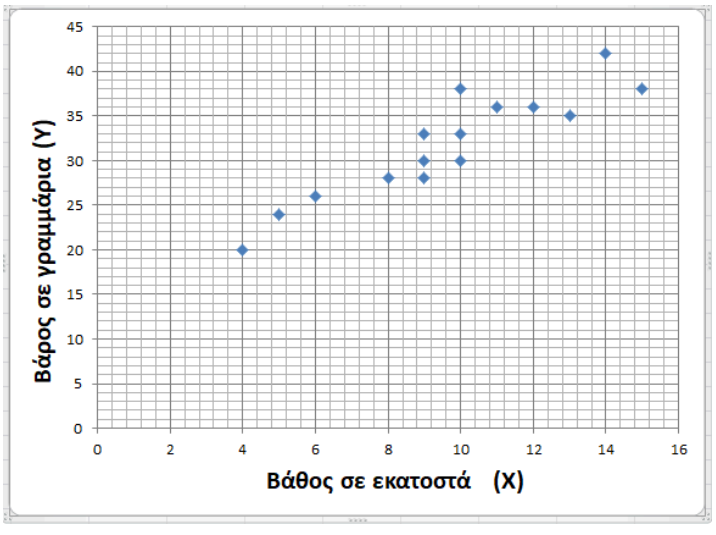
ii. Τι ποσοστό από κάθε τάξη απάντησαν ότι η κλιματική αλλαγή είναι κάτι για το οποίο οι επιστήμονες δεν υπερβάλλουν;

(Μονάδες 9)

23) ΘΕΜΑ 2 28796 2.7

Δίνεται το διπλανό διάγραμμα διασποράς δύο ποσοτικών μεταβλητών Χ και Υ.

Η μεταβλητή Χ παριστάνει το βάθος μέσα στην άμμο σε εκατοστά στο οποίο αλιεύθηκε ένα



μύδι, και η μεταβλητή Y παριστάνει το βάρος σε γραμμάρια του μυδιού.

α) Με βάση το παραπάνω διάγραμμα να επιλέξετε ποιος μπορεί να είναι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των μεταβλητών X και Y από αυτούς που δίνονται παρακάτω.

i. $r_1 = -1$,ii. $r_2 = -0,7$ iii. $r_3 = 0,9$, iv. $r_4 = 1$.

Να δικαιολογήσετε λεκτικά την απάντησή σας. (Μονάδες 11)

β) Ένας μαθητής σχεδίασε την διπλανή ευθεία προσαρμοσμένη στα δεδομένα «με το μάτι». Με βάση αυτή την ευθεία να εκτιμήσετε:

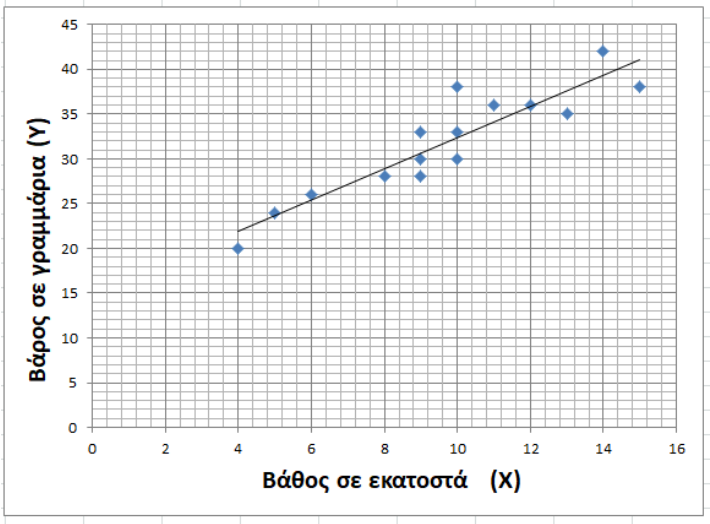
i. Ποιο είναι το αναμενόμενο βάρος του μυδιού σε βάθος 6 εκατοστά; (Μονάδες 7)

ii. Σε τι βάθος προσδοκούμε να βρούμε ένα μύδι με αναμενόμενο βάρος 36 γραμμάρια;

(Μονάδες 7)

24) ΘΕΜΑ 2 29952 1.1 – 1.3

Σε ένα σχολείο φοιτούν 120 μαθητές στη Γ Λυκείου και όλοι προετοιμάζονται να διαγωνιστούν στα τέσσερα μαθήματα προσανατολισμού για την εισαγωγή τους στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Κάποιοι από τους μαθητές αυτούς, επιλέγουν να διαγωνιστούν και σε αθλήματα ή Αγγλικά. Συγκεκριμένα, 40 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και σε αθλήματα, 15 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και στα Αγγλικά, ενώ 10 μαθητές έχουν επιλέξει να διαγωνιστούν και σε αθλήματα και στα Αγγλικά.



Αν επιλέξουμε τυχαία έναν από τους 120 μαθητές και θεωρήσουμε τα ενδεχόμενα

Α : «ο μαθητής επιλέγει να διαγωνιστεί και στα αθλήματα» και

Γ : «ο μαθητής επιλέγει να διαγωνιστεί και στα Αγγλικά»

α) Να πείτε πότε πραγματοποιείται το ενδεχόμενο AUΓ και να βρείτε την πιθανότητα του.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής διαγωνίζεται μόνο στα τέσσερα μαθήματα προσανατολισμού». (Μονάδες 12)

25) ΘΕΜΑ 2 32214 2.3

Η Χριστίνα πηγαίνει για τρέξιμο τουλάχιστον 5 φορές την εβδομάδα. Τις τελευταίες τέσσερις εβδομάδες μετρούσε κάθε φορά σε πόσα δευτερόλεπτα έτρεχε 1 χιλιόμετρο. Το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στις μετρήσεις της Χριστίνας.



α) Χρησιμοποιώντας το θηκόγραμμα, να βρείτε:

i. το εύρος R των μετρήσεων,

ii. τη διάμεσο δ των μετρήσεων,

iii. το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο των μετρήσεων, Q_1 και Q_3 αντίστοιχα,

iv. το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q των μετρήσεων.

(Μονάδες 20)

β) Ποιος είναι ο καλύτερος (μικρότερος) χρόνος που έκανε η Χριστίνα;

(Μονάδες 5)

26) ΘΕΜΑ 4 32218 2.3

Δίνονται οι παρακάτω είκοσι παρατηρήσεις:

$$4,\ 5,\ 6,\ 4,\ 5,\ 7,\ 2,\ 4,\ 8,\ 11,\ 6,\ 7,\ 7,\ 4,\ 5,\ 7,\ 6,\ 10,\ 9,\ 9$$

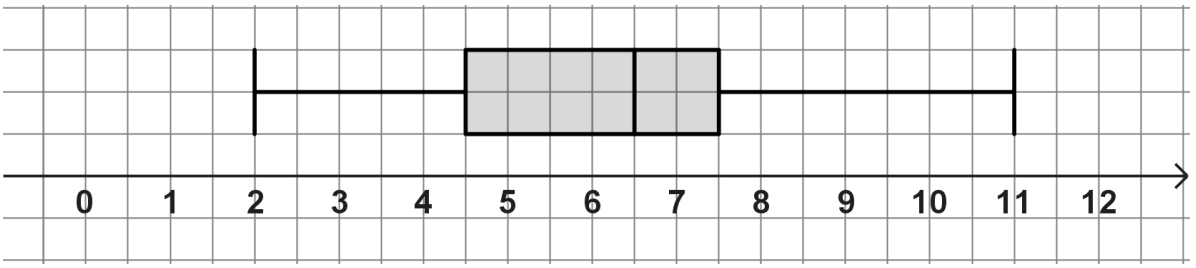
α) Να υπολογίσετε:

i. την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή, (Μονάδες 4)

ii. τη διάμεσο δ, (Μονάδες 4)

iii. τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3. (Μονάδες 4)

β) Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στα παραπάνω δεδομένα. Ωστόσο έχει ένα λάθος. Μπορείτε να το εντοπίσετε;



(Μονάδες 8)

γ) Να κάνετε αλλαγή σε μία μόνο από τις παραπάνω παρατηρήσεις, έτσι ώστε στο νέο σύνολο είκοσι παρατηρήσεων που θα προκύψει, να αντιστοιχεί το θηκόγραμμα του β) ερωτήματος.

(Μονάδες 5)

27) ΘΕΜΑ 4 32733 1.2 – 1.4

Στον τελικό των 100 μέτρων ανδρών σε μια αθλητική διοργάνωση, προκρίθηκαν 8 αθλητές και θα διεκδικήσουν τα τρία μετάλλια: χρυσό, αργυρό και χάλκινο. Υποθέτουμε ότι κάθε αθλητής είναι εξίσου πιθανό να τερματίσει σε μία οποιαδήποτε θέση από την $1^{η}$ έως την $8^{η}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. η κατάταξη των 8 αθλητών μπορεί να προκύψει με 40320 τρόπους, (Μονάδες 7)

ii. η τριάδα των νικητών μπορεί να προκύψει με 336 τρόπους. (Μονάδες 6)

β) Από τους 8 αθλητές που θα πάρουν μέρος στον τελικό, ακριβώς 2 είναι Ευρωπαίοι.

i. Πόσες είναι οι δυνατές τριάδες που αποτελούνται από μη Ευρωπαίους αθλητές;

(Μονάδες 6)

ii. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρει μετάλλιο, Ευρωπαίος αθλητής; (Μονάδες 6)

28) ΘΕΜΑ 4 32734

Θεωρούμε το πείραμα τύχης «ρίψη τριών συνηθισμένων ζαριών» με δειγματικό χώρο όλες τις διατεταγμένες τριάδες που σχηματίζονται με τους αριθμούς 1 , 2 , 3 , 4 , 5 και 6.

α) Να αποδείξετε ότι το πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων είναι 216. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων Α , Β και Γ :

i. Α: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι τρεις ίσοι αριθμοί», (Μονάδες 6)

ii. Β: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι τρεις διαφορετικοί αριθμοί», (Μονάδες 6)

iii. Γ: «το αποτέλεσμα της ρίψης είναι τουλάχιστον δύο ίδιοι αριθμοί». (Μονάδες 6)

29) ΘΕΜΑ 4_32893_2.3

Μια εταιρεία τροφίμων χρησιμοποιεί ένα αυτόματο μηχάνημα για να συσκευάσει βρώσιμες ελιές σε δοχεία 250 γραμμαρίων (αναγραφόμενη ετικέτα). Παρακάτω δίνεται το καθαρό βάρος από ένα τυχαίο δείγμα 15 τέτοιων δοχείων.

245	245	250	247	250	245	250	250	245	249	245	242	247	250	245

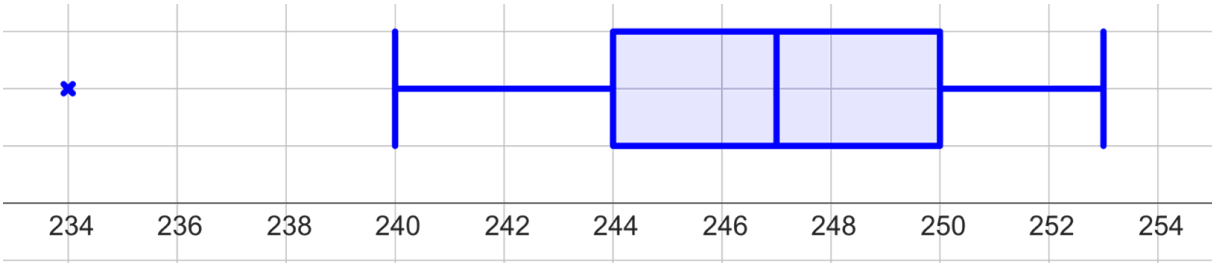
α) Για το παραπάνω δείγμα:

i. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή. (Μονάδες 3)

ii. Να βρείτε τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο. (Μονάδες 6)

iii. Να κατασκευάσετε το θηκόγραμμα. (Μονάδες 6)

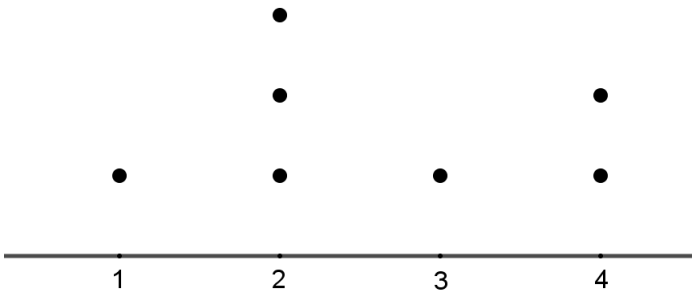
β) Μια μικρή οικογενειακή επιχείρηση συσκευάζει το ίδιο προϊόν σε δοχεία 250 γραμμαρίων, με το χέρι. Επιλέχθηκε τυχαίο δείγμα 15 δοχείων και το καθαρό βάρος των δοχείων αυτών, παριστάνεται με το παρακάτω θηκόγραμμα. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή, τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο. (Μονάδες 5)



γ) Συγκρίνοντας τις απαντήσεις σας, στα ερωτήματα α) και β), ποιος πιστεύετε ότι είναι ο πιο ακριβής τρόπος πλήρωσης των δοχείων, με αυτόματο μηχάνημα ή με το χέρι; (Μονάδες 5)

30) ΘΕΜΑ 2_31507_2.3

Στο επόμενο σημειόγραμμα φαίνονται τα γκολ που σημείωσε η εθνική ομάδα της Αργεντινής στο Μουντιάλ του Κατάρ το 2022 στα επτά συνολικά παιχνίδια που χρειάστηκε να αγωνισθεί μέχρι να κατακτήσει το παγκόσμιο κύπελλο.



α) Με βάση το σημειόγραμμα να καταγράψετε τον αριθμό των γκολ σε κάθε αγώνα.

(Μονάδες 5)

β) Να υπολογίσετε για τα γκολ που σημείωσε η ομάδα στα 7 αυτά παιχνίδια:

i. Τη μέση τιμή. (Μονάδες 5)

ii. Το εύρος. (Μονάδες 5)

iii. Την επικρατούσα τιμή. (Μονάδες 5)

iv. Την διάμεσο. (Μονάδες 5)

31) ΘΕΜΑ 2 31508 1.3

Από σχετική μελέτη γνωρίζουμε ότι το 50% των εργαζομένων μιας πόλης για την μετάβασή τους στην εργασία τους χρησιμοποιούν κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς, το 40% χρησιμοποιούν κάποιο ιδιωτικό μέσο μεταφοράς και 15% χρησιμοποιούν και κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς και ιδιωτικό μέσο μεταφοράς.

Επιλέγουμε τυχαία έναν εργαζόμενο αυτής της πόλης. Να υπολογίσετε την πιθανότητα να μεταβαίνει στην εργασία του :

α) Με κάποιο μέσο μαζικής μεταφοράς ή με ιδιωτικό μέσο μεταφοράς.

(Μονάδες 13)

β) Να μην χρησιμοποιεί μέσο μαζικής ούτε ιδιωτικό μέσο μεταφοράς .

(Μονάδες 12)

32) ΘΕΜΑ 2 30224 2.3

Οι βαθμοί μιας μαθήτριας της Γ’ λυκείου στα διαγωνίσματα των μαθηματικών κατά τη διάρκεια του έτους ήταν : 12 ,14, 15, 16, 20, 17, 12, 14 .

α) Να υπολογιστεί η μέση τιμή των βαθμών της. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογιστεί η διάμεσος των βαθμών της. (Μονάδες 4)

γ) Να δειχτεί ότι η διακύμανση είναι ίση με $\frac{25}{4}$. (Μονάδες 8)

δ) Να υπολογιστεί ο συντελεστής μεταβλητότητας. (Μονάδες 5)

33) ΘΕΜΑ 2 27314 2.3

Δίνεται η παρακάτω λίστα δεδομένων:

$$2\ ,\ 3\ ,\ 2\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 2\ ,\ 2\ ,\ 1.$$

α) Να αποδείξετε ότι:

i. η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 2$, (Μονάδες 5)

ii. η διάμεσος είναι $\delta = 2$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε:

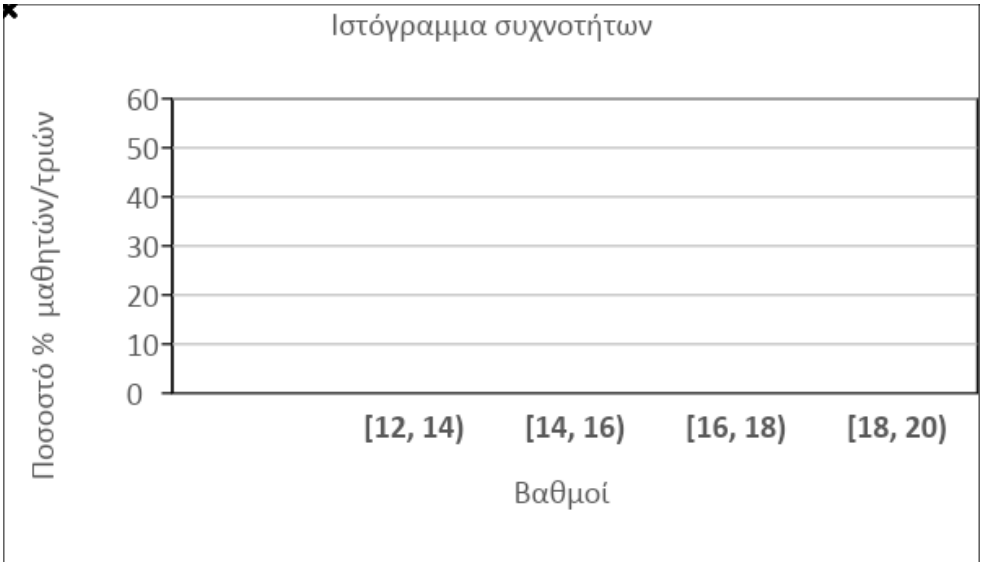
i. τη διακύμανση, (Μονάδες 5)

ii. την τυπική απόκλιση, (Μονάδες 5)

iii. τον συντελεστή μεταβλητότητας. (Μονάδες 5)

34) ΘΕΜΑ 2 32212 2.2

Το παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων % αντιστοιχεί στους βαθμούς 50 μαθητών και μαθητριών της Β΄ τάξης ενός Λυκείου, στο μάθημα της Λογοτεχνίας για το Α΄ τετράμηνο.



α) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων. (Μονάδες 10)

Κλάσεις με τους βαθμούς	Συχνότητα ν_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
$[12,\ 14)$		
$[14,\ 16)$		
$[16,\ 18)$		
$[18,\ 20)$		
Σύνολο		

β) Τι ποσοστό των μαθητών ή μαθητριών έχουν βαθμό:

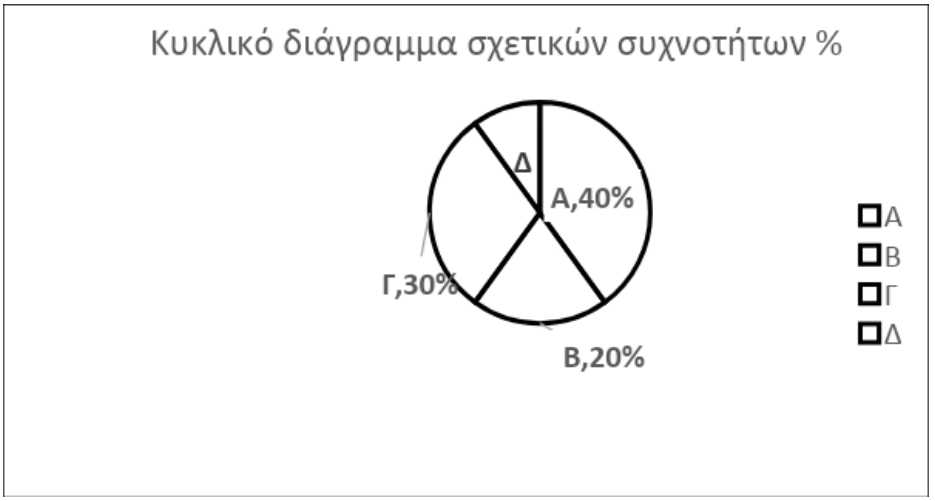
i. 18 ή περισσότερο. (Μονάδες 4)

ii. μικρότερο από 14. (Μονάδες 4)

iii. τουλάχιστον 14. (Μονάδες 7)

35) ΘΕΜΑ 2_32213_2.2

Στη σχολική εκδρομή ενός Δημοτικού Σχολείου πήγαν ορισμένα παιδιά από κάθε μια από τις τάξεις Α΄, Β΄, Γ΄ και Δ΄. Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παριστάνονται αυτά τα παιδιά ανά τάξη, ως ποσοστό επί του συνόλου των παιδιών που πήγαν στην εκδρομή.



α) Με τη βοήθεια του κυκλικού διαγράμματος να απαντήσετε στο εξής: Από ποια τάξη, από τις Α΄, Β΄, Γ΄ ή Δ΄ ήταν τα περισσότερα στην εκδρομή και από ποια τα λιγότερα;

(Μονάδες 8)

β) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων.

Τάξη	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
Α	
Β	
Γ	
Δ	
Σύνολο	

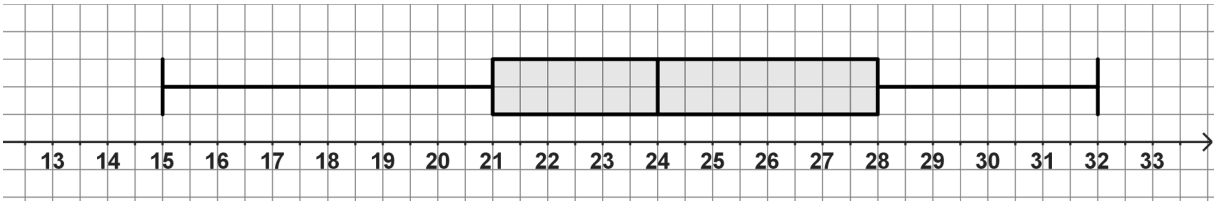
(Μονάδες 10)

γ) Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων %.

(Μονάδες 7)

36) ΘΕΜΑ 4 32217 2.3

Ο Κώστας εργάζεται στο τηλεφωνικό κέντρο εταιρείας πληροφορικής εξυπηρετώντας τηλεφωνικά τους πελάτες. Το παρακάτω θηκόγραμμα αντιστοιχεί στους πελάτες ανά ημέρα που εξυπηρέτησε ο Κώστας σε 20 ημέρες.



α) Ποιος ήταν ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος αριθμός πελατών ανά ημέρα που εξυπηρέτησε ο Κώστας αυτές τις 20 ημέρες;

(Μονάδες 8)

β) Χρησιμοποιώντας το θηκόγραμμα, να βρείτε τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3 και τη διάμεσο δ

.

(Μονάδες 9)

γ) Ο Κώστας θέλει να καταγράψει τις 10 πιο «απασχολημένες» ημέρες του με κριτήριο τον αριθμό των πελατών που εξυπηρέτησε κάθε ημέρα.

Μια ημέρα εξυπηρέτησε 23 πελάτες και μια άλλη ημέρα εξυπηρέτησε 25 πελάτες. Ποια ή ποιες από αυτές τις δύο ημέρες ανήκουν στις 10 πιο απασχολημένες του;

(Μονάδες 8)

37) ΘΕΜΑ 4 32730 1.2 – 1.4

Ο σύλλογος γονέων και κηδεμόνων ενός σχολείου διοργανώνει λαχειοφόρο αγορά, με σκοπό τα έσοδα των λαχνών να διατεθούν για την αγορά εξοπλισμού του σχολείου. Οι αριθμοί των λαχνών είναι όλοι οι τετραψήφιοι αριθμοί που σχηματίζονται με τα ψηφία $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ και 6.

α) Να αποδείξετε ότι το πλήθος όλων των λαχνών είναι 1296. (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

i. να κληρωθεί ένας λαχνός με τέσσερα ίδια ψηφία, (Μονάδες 8)

ii. να κληρωθεί ένας λαχνός με τέσσερα διαφορετικά ψηφία. (Μονάδες 8)

38) ΘΕΜΑ 4 32877 1.2 – 2.2

Το παρακάτω ιστόγραμμα δείχνει την κατανομή των ποσοστιαίων ετήσιων αποδόσεων, όλων των μετοχών που είναι εισηγμένες σε ένα Χρηματιστήριο. Για παράδειγμα, η απόδοση για μια μετοχή -20 σημαίνει μείωση της τιμής της κατά 20%, ενώ η απόδοση 20 σημαίνει αύξηση της τιμής της κατά 20%.

α) Μεταξύ ποιων τιμών είναι η μικρότερη ποσοστιαία ετήσια απόδοση και μεταξύ ποιων τιμών είναι η μεγαλύτερη; (Μονάδες 7)

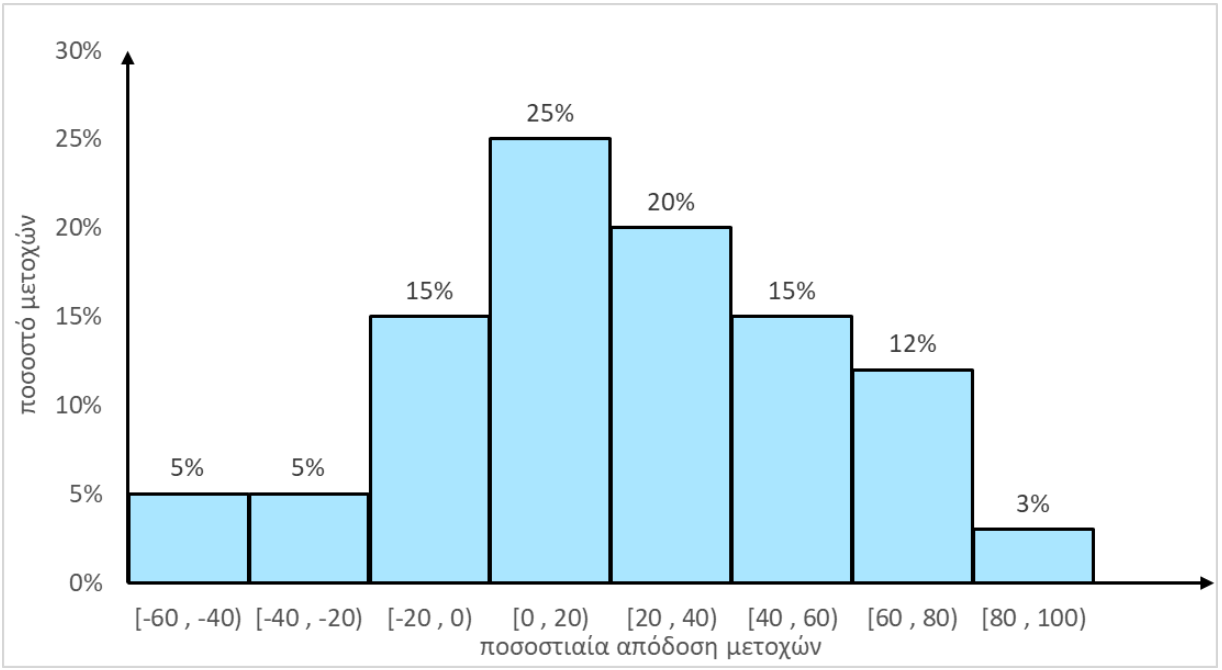
β) Επιλέγουμε τυχαία μία μετοχή. Να βρείτε τις πιθανότητες για αυτή τη μετοχή:

i. η τιμή της να αυξήθηκε, αλλά η ποσοστιαία αύξηση είναι μικρότερη από 20%,

ii. η τιμή της να μειώθηκε,

iii. η τιμή της να μεταβλήθηκε το πολύ κατά 20%.

(Μονάδες 18)



39) ΘΕΜΑ 4 32880 2.7

Στον παρακάτω πίνακα η μεταβλητή Y, παριστάνει την πρωινή συστολική αρτηριακή πίεση $(\sigma\varepsilon\, mmHg)$ ενός ατόμου και η μεταβλητή X, παριστάνει την αντίστοιχη εσωτερική θερμοκρασία του περιβάλλοντος (σε $°C$).

Θερμοκρασία X	5	8	10	12	15	16	17	20	22	23
Συστολική Πίεση Y	127	135	125	130	118	132	125	131	132	123

α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς των μεταβλητών X και Y. (Μονάδες 8)

β) Να σχεδιάσετε την ευθεία που νομίζετε ότι προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα. (Μονάδες 7)

γ) Δίνεται ότι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης των X και Y είναι $r = -0,1$.

i. Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης μεταξύ των X και Y. (Μονάδες 5)

ii. Να ερμηνεύσετε τη συσχέτιση της συστολικής αρτηριακής πίεσης με την αντίστοιχη θερμοκρασία του περιβάλλοντος. (Μονάδες 5)

40) ΘΕΜΑ 4 32885 2.7

Ένας γεωπόνος, κατά την καλλιέργεια ενός είδους ντομάτας σε ένα συγκεκριμένο τύπο εδάφους, χρησιμοποίησε διαφορετικές ποσότητες ενός λιπάσματος (σε γραμμάρια ανά

φυτό). Κατά τη συγκομιδή κατέγραψε τα αντίστοιχα βάρη των καρπών της ντομάτας (σε γραμμάρια) τα οποία δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

λίπασμα (γρ.)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
ντομάτα (γρ.)	110	150	150	160	180	230	230	245	245	250

α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς μεταξύ της ποσότητας λιπάσματος ανά φυτό και του βάρους της ντομάτας. (Μονάδες 8)

β) Να σχεδιάσετε την ευθεία που νομίζετε ότι προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα.

(Μονάδες 7)

γ) Να εκτιμήσετε την ποσότητα λιπάσματος ανά φυτό που απαιτείται, για την παραγωγή ντομάτας με αναμενόμενο βάρος 200 γραμμάρια. (Μονάδες 6)

δ) Εξηγήστε γιατί η ευθεία του ερωτήματος (β) δεν πρέπει να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση του αναμενόμενου βάρους ντομάτας, στην οποία θα χρησιμοποιηθεί 70 γραμμάρια λίπασμα.

(Μονάδες 4)

41) <u>ΘΕΜΑ 4 34605 2.3 – 2.6</u>

Η Μαρία και οι συμμαθητές της συμμετείχαν σε έναν διαγωνισμό στη Στατιστική. Η βαθμολογία της Μαρίας αρχικά καταχωρήθηκε ως 3 πριν διορθωθεί με τη σωστή βαθμολογία που ήταν 13. Τα παρακάτω θηκογράμματα θ_1 και θ_2 παρουσιάζουν τις βαθμολογίες των παιδιών, πριν και μετά τη διόρθωση στη βαθμολογία της Μαρίας.

α) Ποια από τα δύο θηκογράμματα θ_1 και θ_2 :

i. έχει ακραία τιμή; (Μονάδες 3)

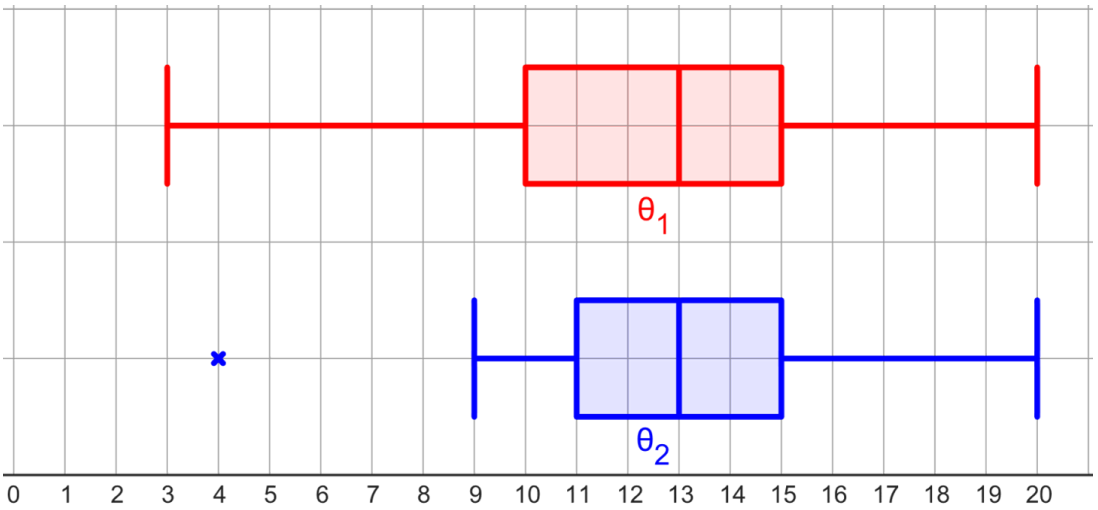
ii. περιέχει τη σωστή βαθμολογία της Μαρίας; (Μονάδες 4)

β) Να συγκρίνετε τις δύο βαθμολογίες, πριν και μετά τη διόρθωση, ως προς:

i. τη διάμεσο, το πρώτο και το τρίτο τεταρτημόριο, (Μονάδες 6)

ii. το εύρος και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος, (Μονάδες 6)

iii. τη μέση τιμή. (Μονάδες 6)



42) ΘΕΜΑ 4 32738 1.1 – 1.2 – 1.3 – 1.4

Ένα κουτί περιέχει 2 κόκκινες γραβάτες και 3 πράσινες γραβάτες, από τις οποίες ο Γιώργος για κάθε μέρα από τις επόμενες πέντε μέρες, θα παίρνει τυχαία μία γραβάτα να φορέσει.

α) Για το παραπάνω πείραμα τύχης να γράψετε τον δειγματικό χώρο Ω, όπου το αποτέλεσμα $ΠΚΚΠΠ$ για παράδειγμα, σημαίνει ότι την πρώτη, την τέταρτη και την πέμπτη μέρα ο Γιώργος θα φορέσει πράσινη γραβάτα, ενώ τη δεύτερη και την τρίτη μέρα θα φορέσει κόκκινη γραβάτα.

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων, ο Γιώργος:

i. να φορέσει πράσινη γραβάτα την πρώτη μέρα,
ii. να μη φορέσει πράσινη γραβάτα την πρώτη μέρα,
iii. να φορέσει κάθε μέρα, διαφορετικό χρώμα γραβάτας από την προηγούμενη μέρα.

(Μονάδες 18)

43) ΘΕΜΑ 2 29953 1.3 – 1.4

Ο διευθυντής του σχολείου έχει κανονίσει συνάντηση με τα 5-μελή συμβούλια των μαθητικών κοινοτήτων στη βιβλιοθήκη του σχολείου. Στη βιβλιοθήκη υπάρχουν 5 καρέκλες η μία δίπλα στην άλλη, τις οποίες θα χρησιμοποιήσουν οι μαθητές. Για να μη

ρωτάει κάθε φορά ποιος από τους μαθητές έχει εκλεγεί πρόεδρος, ζήτησε να κάθεται στην πρώτη από αριστερά καρέκλα ο πρόεδρος και στις υπόλοιπες οι άλλοι μαθητές του 5-μελούς συμβουλίου.

α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν οι μαθητές του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στη συνάντηση με το διευθυντή; (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την πιθανότητα η τοποθέτηση του 5-μελούς μαθητικού συμβουλίου στις πέντε καρέκλες να είναι: «ο πρόεδρος στην πρώτη καρέκλα, τα δύο άλλα μέλη του προεδρείου (γραμματέας – ταμίας) στις δύο επόμενες από αριστερά καρέκλες, και στη συνέχεια στις δύο επόμενες θέσεις τα δύο μέλη του μαθητικού συμβουλίου».

(Μονάδες 12)

44) ΘΕΜΑ 4 35530 2.5

Θέλοντας να διερευνήσουμε τη σχέση μεταξύ φύλου (άνδρας,γυναίκα) και καπνίσματος (μη καπνιστής,καπνιστής) για άτομα ηλικίας ανω των 15 ετών, διεξήχθη πανελλαδική έρευνα και συλλέχθηκε ένα δείγμα 1000 ατόμων. Τα δεδομένα οργανώθηκαν στον παρακάτω πίνακα συνάφειας :

		Κάπνισμα		
		Ναι	**Όχι**	**Σύνολο**
Φύλο	**Άνδρες**	260	160	
	Γυναίκες	280	300	
	Σύνολο			

α) Να συμπληρώσετε τα κενά κελιά του παραπάνω και να συμπληρώσετε στον παρακάτω πίνακα το στοιβαγμένο ραβδόγραμμα των συχνοτήτων του πίνακα συνάφειας.



(Μονάδες 9)

β) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων ως προς το φύλο και το αντίστοιχο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμά του. (Μονάδες 9)

γ) Με βάση τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας φαίνεται να υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ φύλου και καπνίσματος; (Μονάδες 7)

45. ΘΕΜΑ 4 29954 1.1 – 1.3

Σε ένα σχολείο φοιτούν 600 μαθητές. Οι γυμναστές του σχολείου ανά μήνα προσπαθούν να εξοικειώνουν τους μαθητές τους με διαφορετικές αθλητικές δραστηριότητες. Ο μήνας Φεβρουάριος είναι αφιερωμένος στη Γιόγκα και το Χορό. Κάθε μαθητής είναι υποχρεωμένος να επιλέξει τουλάχιστον μια από τις δραστηριότητες Χορό ή Γιόγκα. 420 μαθητές επέλεξαν το Φεβρουάριο να ασχοληθούν με Γιόγκα και 330 με Χορό.

Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή του σχολείου. Ονομάζουμε Γ το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει Γιόγκα» και Χ το ενδεχόμενο «ο μαθητής επιλέγει Χορό».

α)

i. Υπάρχουν μαθητές του σχολείου που διάλεξαν το Φεβρουάριο να ασχοληθούν και με τις δύο δραστηριότητες (Χορό και Γιόγκα); (Μονάδες 4)

ii. Είναι τα ενδεχόμενα Γ και Χ ασυμβίβαστα; (Μονάδες 3)

β) Τα ενδεχόμενα: «ο μαθητής επιλέγει μόνο Χορό» και «ο μαθητής επιλέγει μόνο Γιόγκα» είναι ασυμβίβαστα; (Μονάδες 4)

γ)

i. Να αποδείξετε ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής επιλέγει μόνο Γιόγκα» ισούται με $\frac{270}{600}$. (Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου «ο μαθητής επιλέγει μόνο μια από τις προτεινόμενες αθλητικές δραστηριότητες του μήνα». (Μονάδες 7)

46. ΘΕΜΑ 2 29955 1.3 – 1.4

Ένα τμήμα της Α Λυκείου έχει εβδομαδιαίο πρόγραμμα μαθημάτων που αποτελείται από επτάωρα στις 5 εργάσιμες μέρες της εβδομάδας.

α) Αν πρόκειται να επιλέξουμε μια μέρα μιας συγκεκριμένης εβδομάδας και μια διδακτική ώρα για να γίνει η συνέλευση του τμήματος, πόσες είναι οι διαφορετικές δυνατές επιλογές; (Μονάδες 12)

β) Αν επιλέξουμε στην τύχη μια διδακτική ώρα για να γίνει η συνέλευση του τμήματος ποια είναι η πιθανότητα η συνέλευση να γίνει μια έβδομη διδακτική ώρα της συγκεκριμένης εβδομάδας; (Μονάδες 13)

47. ΘΕΜΑ 4 35688 2.2

Σ' έναν διαγωνισμό Στατιστικής, συμμετείχαν 5 αγόρια και 30 κορίτσια του 1ου Λυκείου μιας πόλης και 15 αγόρια και 10 κορίτσια του 2ου Λυκείου της πόλης. Ο αριθμός των επιτυχόντων και των επιτυχουσών του διαγωνισμού των δύο Λυκείων, δίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός επιτυχόντων και επιτυχουσών

		Φύλο	
		Αγόρια	Κορίτσια
Σχολείο	1ο Λύκειο	1	20
	2ο Λύκειο	6	8

α) Να αποδείξετε ότι τα ποσοστά επιτυχίας ανά φύλο, του 2ου Λυκείου είναι:

i. 40%. μεταξύ των αγοριών, (Μονάδες 5)

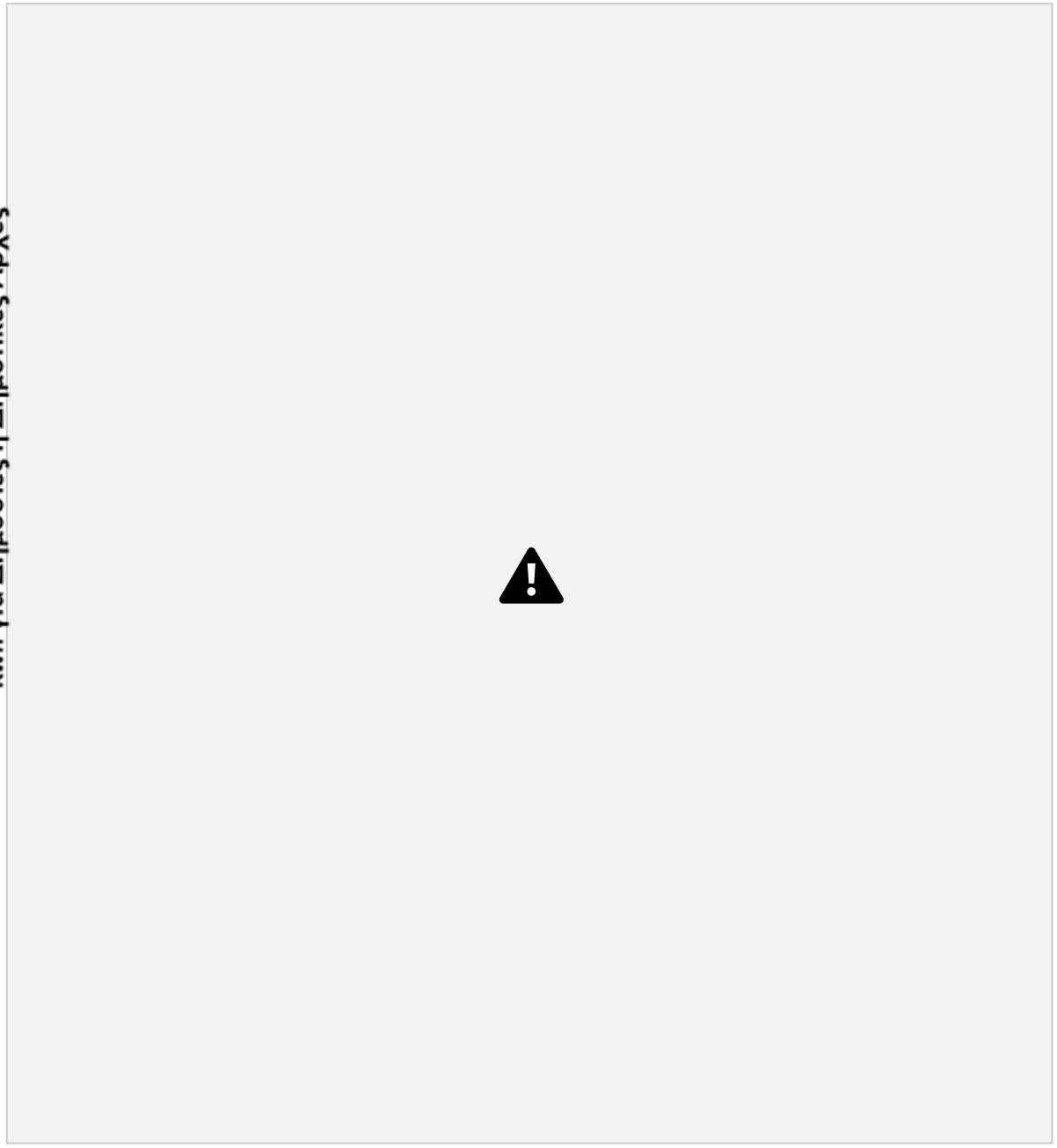
ii. 80% . μεταξύ των κοριτσιών. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι τα ποσοστά επιτυχίας ανά φύλο, του 1ου Λυκείου είναι μικρότερα από τα αντίστοιχα ποσοστά του 2ου Λυκείου. (Μονάδες 9)

γ) Ο Γιάννης ισχυρίζεται ότι, εφόσον τα ποσοστά επιτυχίας των αγοριών και των κοριτσιών του 1ου Λυκείου είναι μικρότερα από τα αντίστοιχα ποσοστά των αγοριών και των κοριτσιών του 2ου Λυκείου, τότε και το συνολικό ποσοστό επιτυχίας του 1ου Λυκείου, θα είναι και αυτό μικρότερο από το αντίστοιχο συνολικό ποσοστό επιτυχίας του 2ου Λυκείου. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του Γιάννη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

48. ΘΕΜΑ 2 35592 2.2 – 2.7

Στο παρακάτω διάγραμμα διασποράς παρουσιάζεται η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας Χ για το φωτισμό των οδών στους 50 νομούς της Ελλάδας (εκτός του νομού Αττικής και Θεσσαλονίκης), σε σχέση με την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας Υ για τις Δημόσιες ή Δημοτικές Αρχές.



α) Να ομαδοποιήσετε την κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας Υ που απαιτείται για τη χρήση σε Δημόσιες ή Δημοτικές Αρχές σε κλάσεις πλάτους 4000, ξεκινώντας από την κλάση [2000,6000) και να φτιάξετε τον πίνακα συχνοτήτων f_i. και σχετικών συχνοτήτων $f_i\%$. (Μονάδες 15)

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων για την μεταβλητή Υ. (Μονάδες 10)

49. ΘΕΜΑ 2_36381_2.2

Στο παρακάτω χρονόγραμμα φαίνεται η χρονική εξέλιξη της χρήσης του διαδικτύου των νοικοκυριών στη χώρα μας, από το 2012 έως και το 2022 (Πηγή: ΕΛΣΤΑΤ, Δεκέμβριος 2022).

α) Ποιο ποσοστό νοικοκυριών είχαν πρόσβαση στο διαδίκτυο από την κατοικία τους:

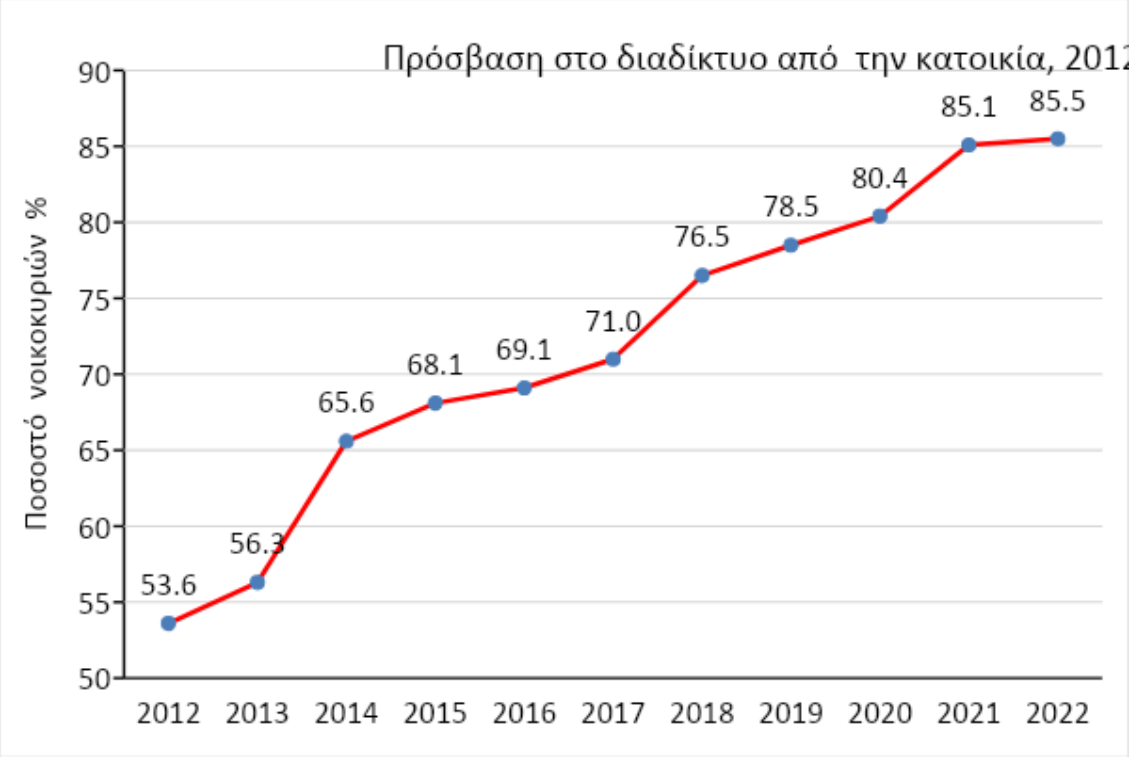
i. το έτος 2012; (Μονάδες 6)

ii. το έτος 2022; (Μονάδες 6)

β) Στην πρόσβαση στο διαδίκτυο από την κατοικία, ποιο έτος, σε σχέση με το προηγούμενο έτος, σημειώθηκε:

i. η μεγαλύτερη αύξηση; (Μονάδες 6)

ii. η μικρότερη αύξηση; (Μονάδες 7)



50. ΘΕΜΑ 2_36398_2.1 – 2.5

Σε μία έρευνα, τυχαία επιλεγμένοι ενήλικες, ρωτήθηκαν αν έχουν διαβάσει ένα τουλάχιστον, λογοτεχνικό βιβλίο τον τελευταίο χρόνο. Οι απαντήσεις τους, ανά φύλο, αναπαρίστανται στο παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

α) Στην έρευνα αυτή:

i. πόσοι άνδρες και πόσες γυναίκες συμμετείχαν; (Μονάδες 4)

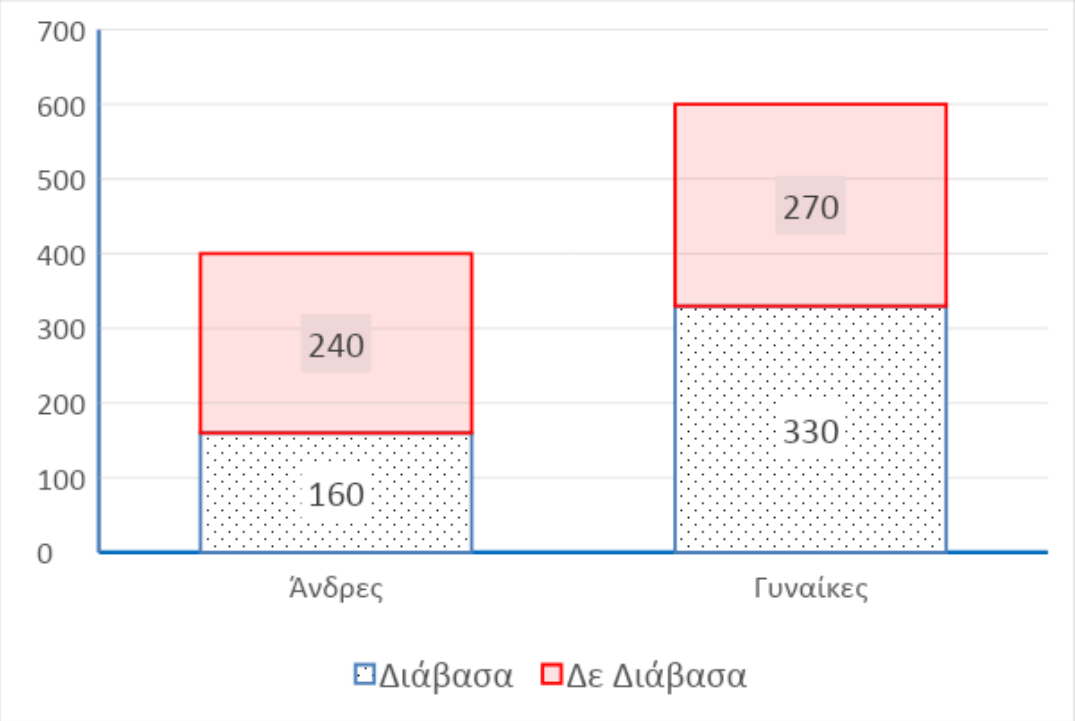
ii. ποιο είναι το μέγεθος του δείγματος; (Μονάδες 3)

β) Να βρείτε τα ποσοστά, όσων έχουν διαβάσει, ένα τουλάχιστον λογοτεχνικό βιβλίο τον τελευταίο χρόνο:

i. μεταξύ των ανδρών του δείγματος, (Μονάδες 6)

ii. μεταξύ των γυναικών του δείγματος, (Μονάδες 6)

iii. μεταξύ όλων των ατόμων του δείγματος. (Μονάδες 6)



51. ΘΕΜΑ 2 36468 2.1 – 2.2

150 άτομα συμμετείχαν σε έναν διαγωνισμό παζλ, όπου ο στόχος είναι η συναρμολόγηση ενός παζλ στο μικρότερο δυνατό χρόνο. Αφού καταγράφηκε ο χρόνος σε λεπτά, που χρειάστηκε το κάθε άτομο για τη συναρμολόγηση του παζλ, τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν με το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων.

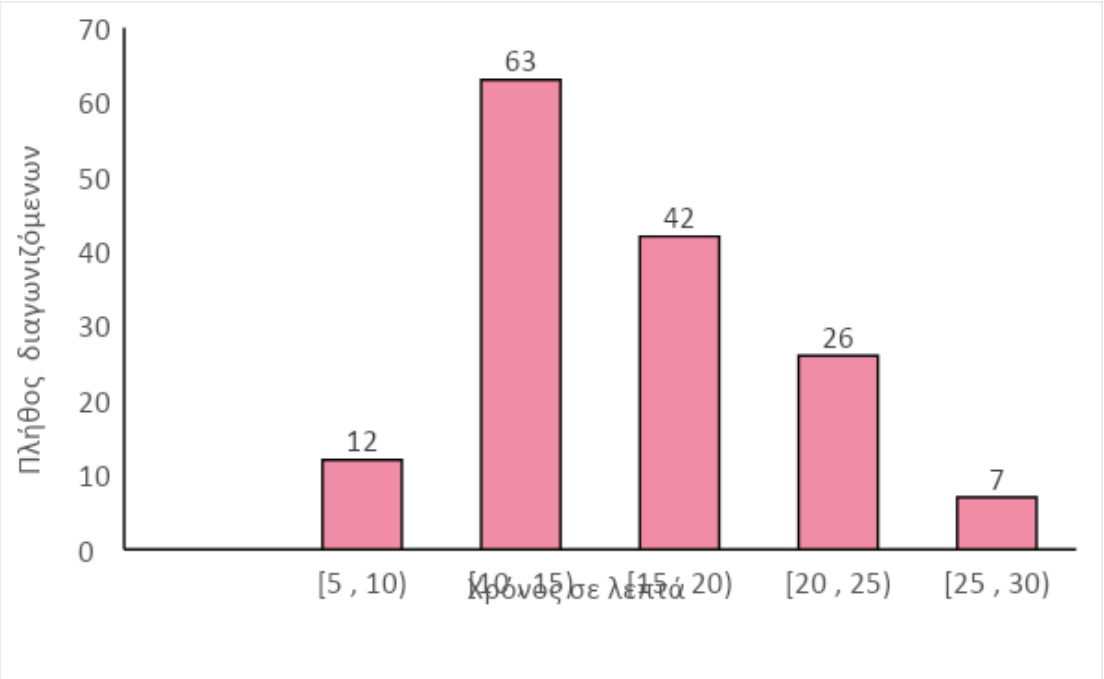
α) Για την παραπάνω έρευνα:

i. ποιο είναι το μέγεθος του δείγματος; (Μονάδες 4)

ii. ποια είναι η μεταβλητή του δείγματος και ποιο είναι το είδος της; (Μονάδες 5)

β) Πόσα άτομα συναρμολόγησαν το παζλ, σε χρόνο λιγότερο από 20 λεπτά; (Μονάδες 8)

γ) Τα άτομα που έκαναν χρόνο λιγότερο από 10 λεπτά, προκρίνονται στην επόμενη φάση του διαγωνισμού. Ποιο είναι το ποσοστό αυτών των ατόμων; (Μονάδες 8)



52. ΘΕΜΑ 4 36517 1.2 – 1.3 – 1.4

Σ' ένα δείγμα 20 φορολογούμενων πολιτών, οι 4 έχουν ελεγχθεί κατά το παρελθόν, από την Ανεξάρτητη Αρχή Δημοσίων Εσόδων (ΑΑΔΕ). Το τρέχον έτος, από το παραπάνω δείγμα των 20 φορολογουμένων, η ΑΑΔΕ επιλέγει τυχαία δύο φορολογούμενους, για έλεγχο.

α) Να αποδείξετε ότι το πλήθος των συνδυασμών των 20 φορολογουμένων ανά 2, είναι 190

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων, για τους δύο, τυχαία επιλεγμένους φορολογούμενους από την ΑΑΔΕ:

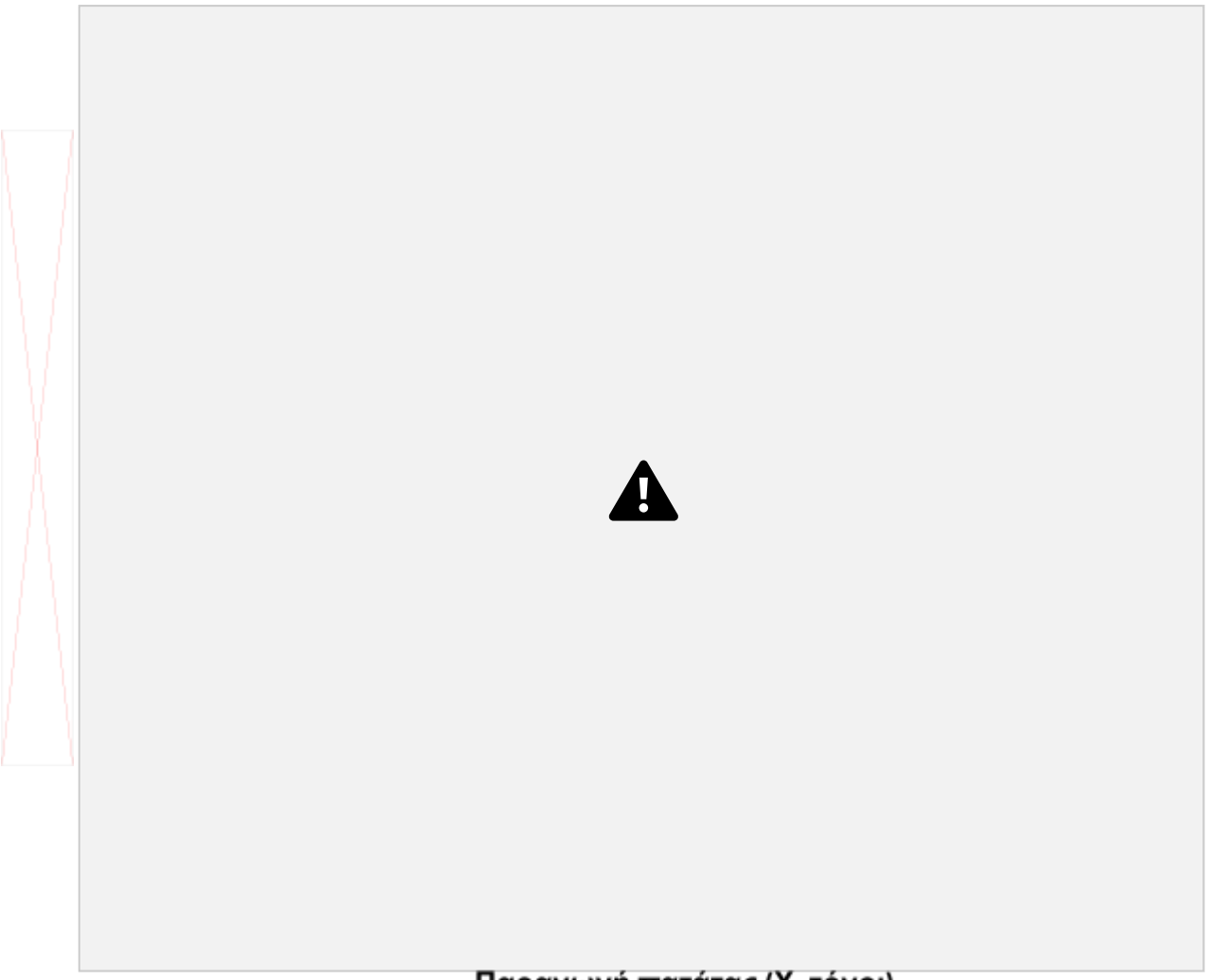
i. A : «και οι δύο φορολογούμενοι έχουν ελεγχθεί από την ΑΑΔΕ κατά το παρελθόν»,

ii. B : «και οι δύο φορολογούμενοι δεν έχουν ελεγχθεί από την ΑΑΔΕ κατά το παρελθόν»,

iii. Γ : «μόνο ένας από τους δύο φορολογούμενους, έχει ελεγχθεί από την ΑΑΔΕ κατά το παρελθόν». (Μονάδες 18)

53. ΘΕΜΑ 4 35593 2.2 – 2.7

Στο παρακάτω διάγραμμα διασποράς φαίνεται η παραγωγή πατάτας (Χ) σε σχέση με την έκταση (Υ) στην οποία παράγεται, για 50 περιοχές της Ελλάδας από ολόκληρη την επικράτεια, των οποίων η έκταση δεν ξεπερνάει τα 1400 στρέμματα. Η παραγωγή της πατάτας (μεταβλητή Χ) είναι μετρημένη σε τόνους και η έκταση (μεταβλητή Υ) είναι μετρημένη σε στρέμματα.



α) Η παραγωγή της πατάτας σε τόνους, ομαδοποιήθηκε στις κλάσεις $[0, 1000)$, $[1000, 2000)$, $[2000, 3000)$, $[3000, 4000)$, $[4000, 5000)$, $[5000, 6000)$. Να αντιγράψετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω διάγραμμα.

Κλάσεις με παραγωγή σε τόνους	Συχνότητα ν_i	Σχετική Συχνότητα f_ι	Σχετική συχνότητα % $f_i\%$
$[0, 1000)$			
$[1000, 2000)$			
$[2000, 3000)$			
$[3000, 4000)$			
$[4000, 5000)$			

$[5000,\ 6000)$	1	0,02	2
Σύνολο	**50**	**1**	**100**

(Μονάδες 10)

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων για την μεταβλητή Χ. (Μονάδες 10)

γ) Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης r μεταξύ των μεταβλητών (Χ) και (Υ), όπου (Χ) είναι η παραγωγή πατάτας σε τόνους και (Υ) είναι η έκταση σε στρέμματα στην οποία παράγονται οι πατάτες, θα είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 05)

54. ΘΕΜΑ 4 36379 1.2 – 1.3

Κάθε άνθρωπος ανήκει σε μία μόνο, από τις τέσσερις κύριες ομάδες αίματος Ο, Α, Β ή ΑΒ. Είναι γνωστό ότι η ομάδα Ο μπορεί να δώσει αίμα σε όλες τις ομάδες (Ο, Α, Β και ΑΒ). Η ομάδα Α μπορεί να δώσει αίμα μόνο στις Α και ΑΒ. Η ομάδα Β μπορεί να δώσει αίμα μόνο στις Β και ΑΒ. Τέλος, η ομάδα ΑΒ μπορεί να δώσει αίμα μόνο στην ΑΒ. Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα φαίνεται η ποσοστιαία κατανομή των ομάδων αίματος σε μία πόλη.

Ένα άτομο από αυτή την πόλη, επιλέγεται τυχαία. Να βρείτε την πιθανότητα, αυτό να μπορεί:

α) να δώσει αίμα σε οποιοδήποτε άτομο,

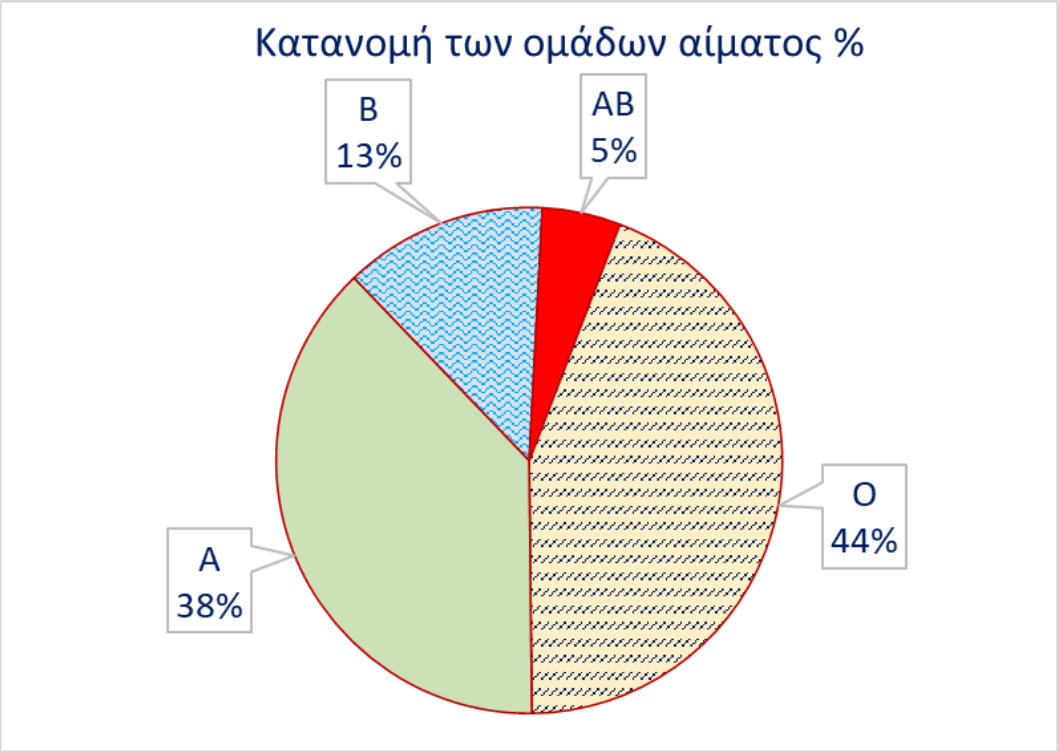
β) να δώσει αίμα σ’ ένα άτομο που ανήκει στην ομάδα Α,

γ) να δώσει αίμα σ’ ένα άτομο που ανήκει στην ομάδα Α ή σ’ ένα που ανήκει στην ομάδα Β,

δ) να δεχθεί αίμα από ένα άτομο που ανήκει στην ομάδα Β,

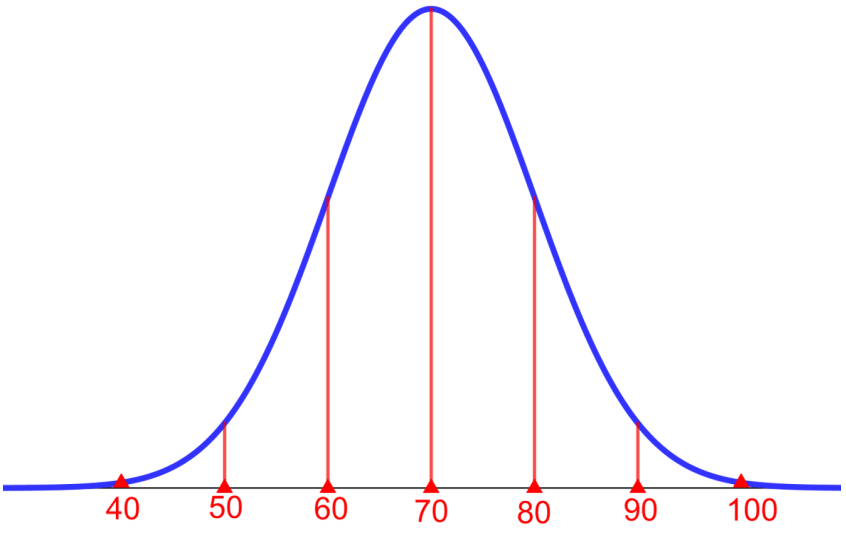
ε) να δεχθεί αίμα από οποιοδήποτε άτομο.

(Μονάδες 25)



55. ΘΕΜΑ 4_28962_2.4

Υποθέτουμε ότι το βάρος, σε κιλά, των μαθητών λυκείου στην Ελλάδα ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 70$ (όπως στο σχήμα) και το 99,7% περίπου των μαθητών έχει βάρος που ανήκει στο διάστημα $(40, 100)$.



α) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση σ της κατανομής. (Μονάδες 10)

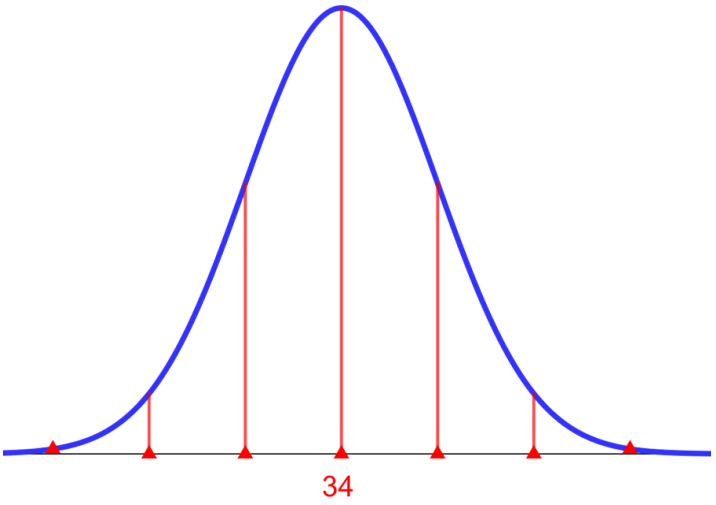
β) Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή λυκείου από όλο τον πληθυσμό των μαθητών λυκείου, στην Ελλάδα.

i. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου: «ο μαθητής έχει βάρος σε κιλά που ανήκει στο διάστημα $(60,\ 80)$». (Μονάδες 6)

ii. Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου: «ο μαθητής έχει βάρος σε κιλά που ανήκει στο διάστημα $(80,\ 90)$».
(Μονάδες 9)

56. ΘΕΜΑ 2 36780 2.4

Η Χριστίνα κάθε απόγευμα περπατάει 3 χιλιόμετρα. Θεωρούμε ότι ο χρόνος, σε min (λεπτά), στον οποίο περπατάει τα 3 χιλιόμετρα ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 34$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 1$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς $\mu - \sigma$, $\mu + \sigma$, $\mu - 2\sigma$ και $\mu + 2\sigma$.
(Μονάδες 4)

β) Επιλέγουμε τυχαία μια διαδρομή 3 χιλιομέτρων της Χριστίνας. Να υπολογίσετε την πιθανότητα, ο χρόνος της για αυτή τη διαδρομή:

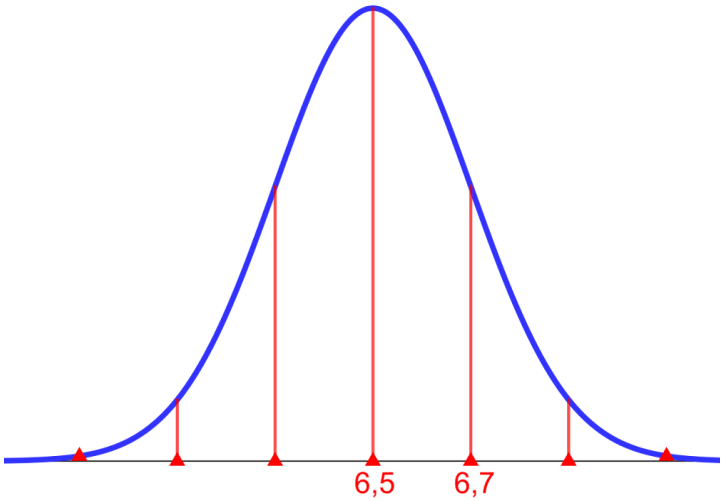
i. να ήταν μεγαλύτερος από $34\ min$, (Μονάδες 7)

ii. να ανήκει στο διάστημα $(33,\ 35)$, (Μονάδες 7)

iii. να ανήκει στο διάστημα $(32,\ 36)$. (Μονάδες 7)

57. ΘΕΜΑ 4 36781 2.4

Ο Κώστας βαδίζει με γρήγορο ρυθμό και η ταχύτητά του, σε χιλιόμετρα ανά ώρα, ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 6,5$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πιθανότητα, σε μια τυχαία διαδρομή η ταχύτητά του να είναι μεταξύ $6,5$ και $6,7$ χιλιομέτρων την ώρα είναι $0,34$ περίπου.

α) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση σ της παραπάνω κανονικής κατανομής.

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα, σε μια τυχαία διαδρομή η ταχύτητα του Κώστα να είναι:

i. μικρότερη από $6,5$ χιλιόμετρα την ώρα, (Μονάδες 6)

ii. μικρότερη από $6,1$ χιλιόμετρα την ώρα. (Μονάδες 8)

γ) Ο Κώστας άλλαξε τον τρόπο περπατήματός του. Η ταχύτητά του, σε χιλιόμετρα την ώρα ακολουθεί και πάλι την κανονική κατανομή, αλλά με $\mu = 6,3$ και σ διαφορετική από την προηγούμενη. Η πιθανότητα η ταχύτητά του, σε μια τυχαία διαδρομή, να είναι μεταξύ $6,3$ και $6,6$ χιλιομέτρων την ώρα είναι ίση με $0,34$ περίπου. Να υπολογίσετε την πιθανότητα η ταχύτητά του να είναι μικρότερη από 6 χιλιόμετρα την ώρα.

(Μονάδες 4)

58. ΘΕΜΑ 4 36785 2.3

Ο υπεύθυνος καθηγητής του Γ4 συνέλεξε τις απουσίες των 24 μαθητών και μαθητριών του τμήματος, για την Δευτέρα και την Τρίτη της προηγούμενης εβδομάδας και τις

καταχώρισε σε ένα ειδικό πρόγραμμα καταμέτρησης απουσιών, με το οποίο υπολόγισε ότι:

- η διάμεσος των απουσιών ήταν $\delta = 2,5$,
- το πρώτο τεταρτημόριο ήταν $Q_1 = 1$,
- το τρίτο τεταρτημόριο ήταν $Q_3 = 4$,
- η ελάχιστη τιμή των απουσιών ήταν $x_{min} = 0$ και η μέγιστη τιμή $x_{max} = 14$.

α) Υπάρχει μαθητής ή μαθήτρια του Γ4 που να έκανε τόσες απουσίες, όση είναι η διάμεσος δ; (Μονάδες 7)

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

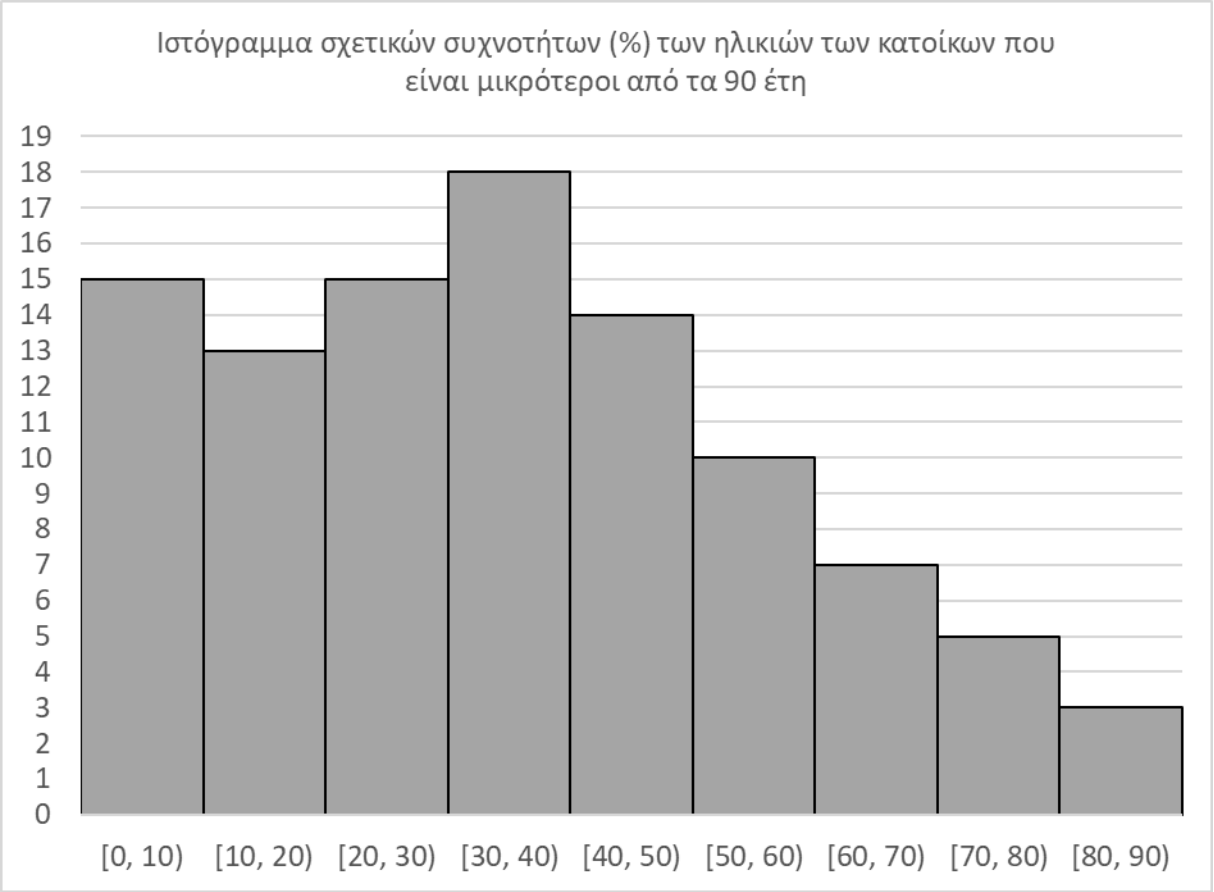
i. Δεν υπάρχει μαθητής ή μαθήτρια του Γ4 που να έχει περισσότερες από 10 απουσίες.

ii. Το πολύ το 25% των μαθητών και μαθητριών του Γ4, δηλαδή το πολύ 6 μαθητές και μαθήτριες πήραν περισσότερες από 4 απουσίες τις δύο αυτές ημέρες.

iii. Υπάρχουν 6 μαθητές και μαθήτριες του Γ4 που δεν έχουν κάνει απουσία τις δύο αυτές ημέρες. (Μονάδες 18)

59. ΘΕΜΑ 2 36759 2.2

Στο παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων (%) παρουσιάζονται οι ηλικίες όλων των κατοίκων μιας περιοχής της Ελλάδας, που είναι μικρότεροι/-ες από τα 90 έτη ομαδοποιημένες σε κλάσεις.



Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας:

α) Ποια ήταν η κλάση με τις περισσότερες παρατηρήσεις; (Μονάδες 4)

β) Οι κλάσεις $[0,\ 10)$ και $[20,\ 30)$ έχουν το ίδιο ύψος. Πώς το ερμηνεύετε;

(Μονάδες 5)

γ) Οι παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένες. Να εξηγήσετε γιατί.

i. Η κλάση με τις λιγότερες παρατηρήσεις είναι η $[0,\ 10)$.

ii. Η κλάση με τις μικρότερες ηλικίες είναι η $[80,\ 90)$.

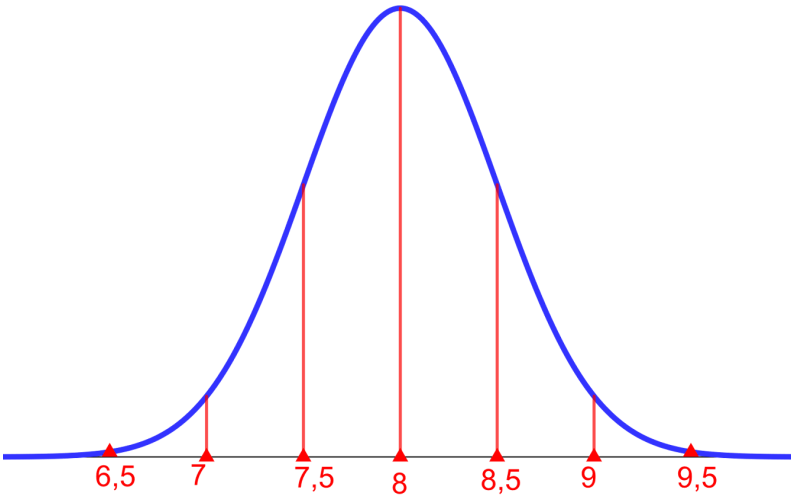
iii. Δεν υπάρχει κλάση που να αντιστοιχεί στο 10% των παρατηρήσεων.

iv. Το 18% των κατοίκων της παραπάνω περιοχής ήταν μικρότεροι/-ες από τα 40 έτη.

(Μονάδες 16)

60. ΘΕΜΑ 2_36749_2.4

Η κατανάλωση καυσίμου σε λίτρα, ανά 100 χιλιόμετρα ενός συγκεκριμένου οχήματος, ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 8$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 0,5$, όπως φαίνεται στο σχήμα (στον οριζόντιο άξονα είναι η κατανάλωση καυσίμου, σε λίτρα).



α) Να υπολογίσετε τις τιμές των $\mu + 2\sigma$ και $\mu - 2\sigma$. (Μονάδες 6)

β) Να γράψετε τα διαστήματα $(\mu - 2\sigma,\ \mu + 2\sigma)$ και $(\mu,\ \mu + 2\sigma)$ με αριθμούς.

(Μονάδες 4)

γ) Επιλέγουμε τυχαία μια διαδρομή 100 χιλιομέτρων του οχήματος. Να υπολογίσετε την πιθανότητα καθενός από τα παρακάτω ενδεχόμενα για την κατανάλωση του οχήματος σε αυτή τη διαδρομή:

«Η κατανάλωση είναι μεγαλύτερη από 8 λίτρα.»

«Η κατανάλωση ανήκει στο διάστημα $(7,\ 9)$.»

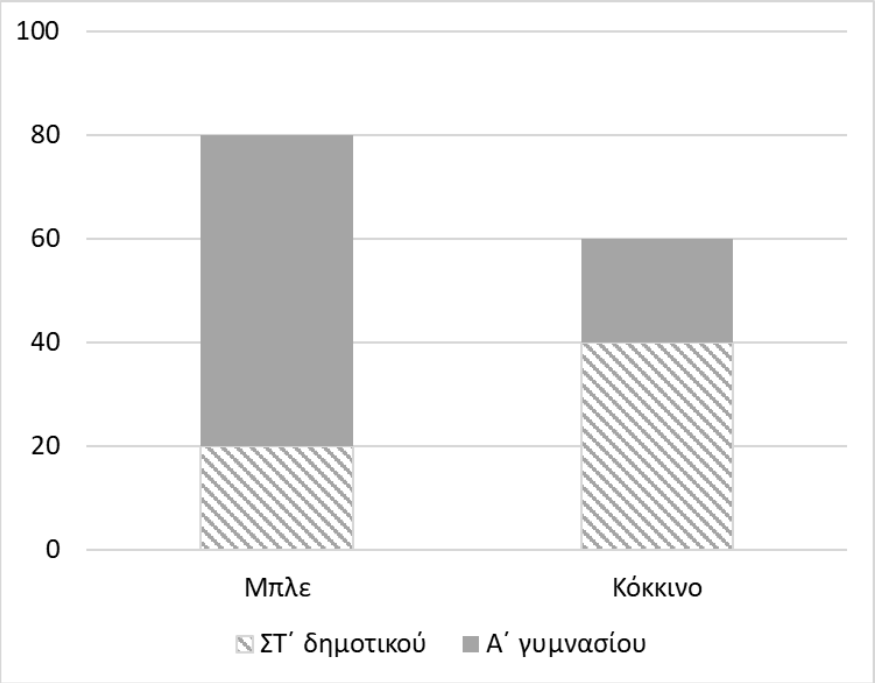
«Η κατανάλωση ανήκει στο διάστημα $(8,\ 9)$.»

(Μονάδες 15)

61. ΘΕΜΑ 2 36754 2.5

Σε μια γιορτή που συμμετέχουν παιδιά των τάξεων ΣΤ΄ δημοτικού και Α΄ γυμνασίου, κάθε παιδί παίρνει, ως δώρο ένα μπαλάκι. Υπάρχουν μπλε και κόκκινα μπαλάκια, τα οποία διαφέρουν μόνο ως προς το χρώμα. Κάθε παιδί επιλέγει ποιο χρώμα προτιμά.

Τα αποτελέσματα των επιλογών, ανά τάξη, φαίνονται στο παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα.



α)

i. Πόσα ήταν τα παιδιά που επέλεξαν μπλε μπαλάκι; (Μονάδες 6)

ii. Πόσα παιδιά της ΣΤ΄ δημοτικού επέλεξαν μπλε μπαλάκι; (Μονάδες 6)

iii. Πόσα παιδιά της Α΄ γυμνασίου επέλεξαν μπλε μπαλάκι; (Μονάδες 6)

β) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συνάφειας.

		Μπαλάκι		
		Μπλε	Κόκκινο	Σύνολο
Τάξη	ΣΤ΄ δημοτικού			
	Α΄ γυμνασίου			
	Σύνολο			

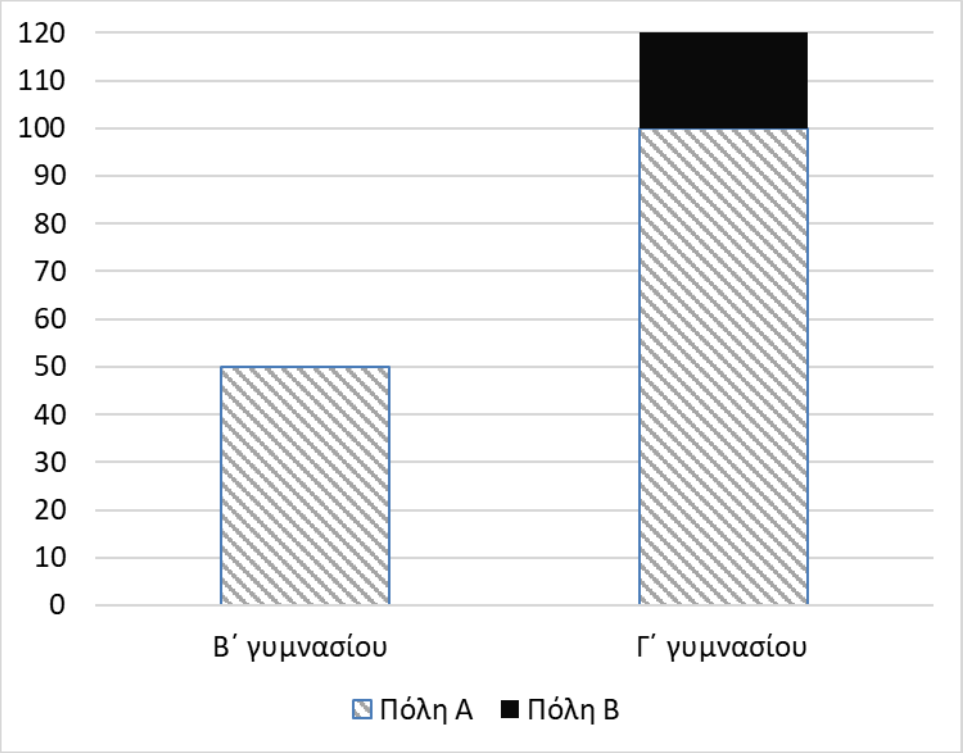
(Μονάδες 7)

62. ΘΕΜΑ 2_36752_2.5

Τα παιδιά των τάξεων Β΄ και Γ΄ ενός γυμνασίου πρόκειται να πάνε ημερήσια εκδρομή. Δύο είναι οι υποψήφιοι προορισμοί, η πόλη Α και η πόλη Β. Το δεκαπενταμελές μαθητικό συμβούλιο έκανε ψηφοφορία μεταξύ των δύο πόλεων, στην οποία συμμετείχαν όλα τα παιδιά των δύο τάξεων, δηλώνοντας την προτίμησή τους (πόλη Α ή

πόλη Β). Δεν υπήρχε «λευκή» ψήφος. Την πόλη Β προτίμησαν 60 παιδιά της Β΄ τάξης και 20 παιδιά της Γ΄ τάξης.

Στα αποτελέσματα της ψηφοφορίας αντιστοιχεί το παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα, από το οποίο λείπει το μέρος της ράβδου που αντιστοιχεί στα παιδιά της Β΄ γυμνασίου που προτίμησαν την πόλη Β.



α) Σύμφωνα με το στοιβαγμένο ραβδόγραμμα:

i. Πόσα παιδιά της Β΄ γυμνασίου προτίμησαν την πόλη Α; (Μονάδες 4)

ii. Πόσα παιδιά της Γ΄ γυμνασίου συμμετείχαν στην ψηφοφορία;

(Μονάδες 7)

β) Πόσα παιδιά της Γ΄ γυμνασίου προτίμησαν την πόλη Α;

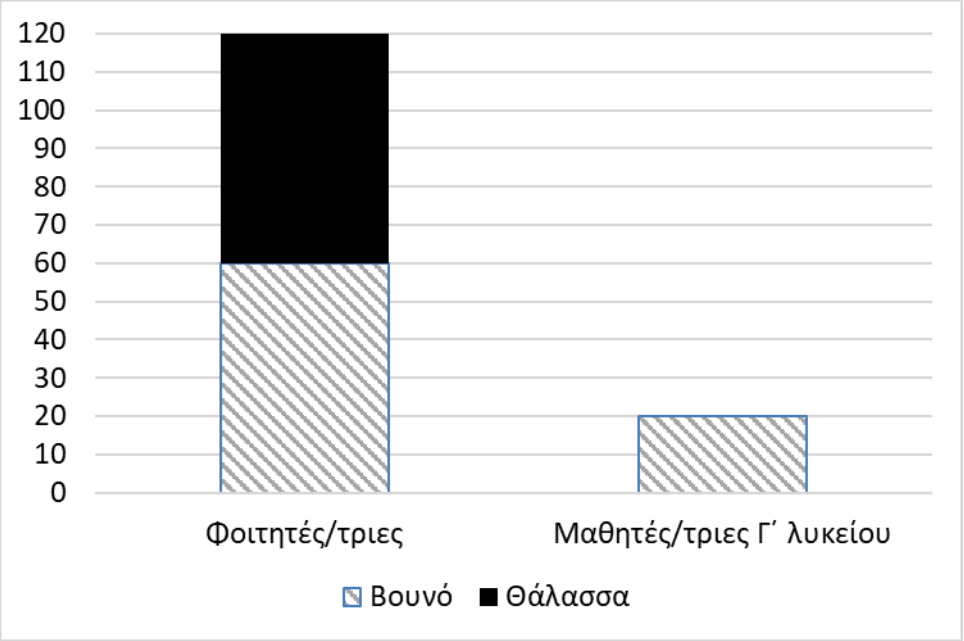
(Μονάδες 6)

γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε το παραπάνω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα. (Μονάδες 8)

63. ΘΕΜΑ 2_36753_2.5

Ρωτήθηκαν 120 φοιτητές και φοιτήτριες και 120 μαθητές και μαθήτριες της Γ΄ λυκείου, πού προτιμούν να πάνε διακοπές το καλοκαίρι, μεταξύ βουνού και θάλασσας. Όλοι και

όλες έδωσαν μία από τις δύο απαντήσεις αυτές. Τα αποτελέσματα των απαντήσεών τους φαίνονται στο παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα, αλλά από τη ράβδο «Μαθητές/τριες Γ΄ λυκείου» λείπει το μέρος που αντιστοιχεί στην απάντηση «θάλασσα».



α)

i. Πόσοι/ες μαθητές/τριες Γ΄ λυκείου απάντησαν ότι προτιμούν βουνό; (Μονάδες 5)

ii. Να υπολογίσετε πόσοι/ες μαθητές/τριες Γ΄ λυκείου απάντησαν ότι προτιμούν θάλασσα.

(Μονάδες 6)

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) την παρακάτω πρόταση.

«Οι περισσότεροι/ες από τους φοιτητές/τριες απάντησαν ότι προτιμούν βουνό.»

(Μονάδες 5)

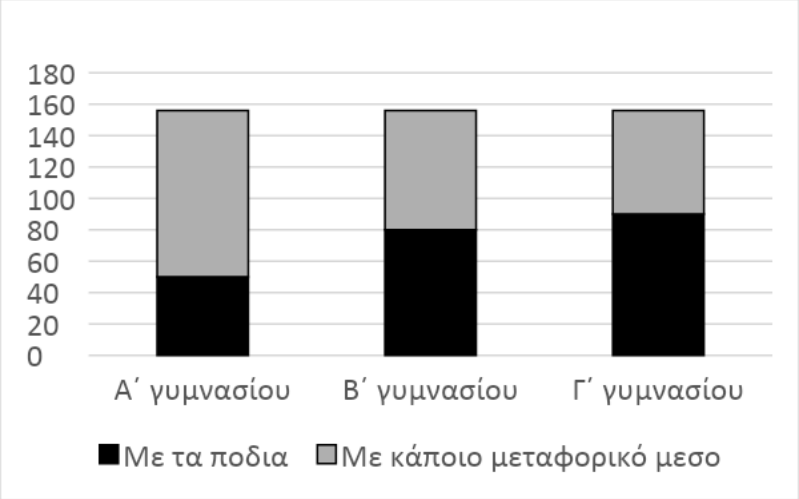
γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε το παραπάνω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα. (Μονάδες 9)

64. ΘΕΜΑ 2 36766 1.2 – 2.1

Σε ένα γυμνάσιο στο κέντρο της Αθήνας, για μια έρευνα, όλα τα παιδιά κάθε τάξης απάντησαν στο εξής:

«Πώς έρχεστε συνήθως το πρωί στο σχολείο; Με τα πόδια ή με κάποιο μεταφορικό μέσο;»

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στο παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα.



Δίνεται ότι κάθε τάξη έχει 156 παιδιά.

α) Σε ποια από τις τρεις τάξεις του γυμνασίου απάντησαν τα λιγότερα παιδιά ότι έρχονται στο σχολείο με τα πόδια; (Μονάδες 9)

β) Δίνεται επιπλέον ότι τα παιδιά της Β΄ τάξης που απάντησαν «με τα πόδια» ήταν 80, ενώ τα παιδιά της Γ΄ τάξης που έδωσαν την ίδια απάντηση ήταν 90:

i. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα στην κόλλα σας.

	Β΄ τάξη	Γ΄ τάξη
Παιδιά που απάντησαν ότι έρχονται στο σχολείο με τα πόδια		
Παιδιά που απάντησαν ότι έρχονται στο σχολείο με κάποιο μεταφορικό μέσο		

ii. Επιλέγουμε τυχαία ένα παιδί που φοιτά στη Β΄ τάξη του σχολείου. Ποια είναι η πιθανότητα να απάντησε ότι έρχεται στο σχολείο με μεταφορικό μέσο;

(Μονάδες 16)

65. ΘΕΜΑ 2 36764 2.3

Δίνονται τα παρακάτω σύνολα παρατηρήσεων:

Α: 4, 6, 4, 5, 7, 2, 4, 8, 11, 6

Β: 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6

α) Για το σύνολο Α, να υπολογίσετε:

i. το εύρος,

ii. τη μέση τιμή $\bar{x}$,

iii. τη διάμεσο δ.

(Μονάδες 15)

β) Να συγκρίνετε τα σύνολα Α και Β, ως προς το εύρος και τη μέση τιμή.

(Μονάδες 10)

66. ΘΕΜΑ 4 36520 2.4

Τα βάρη των αβγών, σε γραμμάρια, που παράγονται σε μία φάρμα, ακολουθούν την κανονική κατανομή. Τα αβγά πωλούνται σε τέσσερα μεγέθη:

- μικρό μέγεθος: με βάρος μικρότερο από 53 γραμμάρια
- μεσαίο μέγεθος: με βάρος από 53 έως 63 γραμμάρια
- μεγάλο μέγεθος: με βάρος από 63 έως 73 γραμμάρια
- πολύ μεγάλο μέγεθος: με βάρος μεγαλύτερο από 73 γραμμάρια

Έχει παρατηρηθεί, ότι μικρού μεγέθους είναι το $2,5\%$ των αβγών και πολύ μεγάλου μεγέθους είναι επίσης το $2,5\%$ των αβγών.

α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή της κατανομής είναι 63 και η τυπική απόκλιση 5.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τα ποσοστά των αβγών που αναμένονται, σε καθένα από τα τέσσερα μεγέθη.

(Μονάδες 10)

γ) Να συγκρίνετε το ποσοστό των αβγών που έχουν βάρος μεγαλύτερο από 50 γραμμάρια με το ποσοστό των αβγών που έχουν βάρος μικρότερο από 70 γραμμάρια.

(Μονάδες 7)

67. ΘΕΜΑ 2 36755 2.5

Στα κυλικεία δύο σχολείων, ενός γυμνασίου και ενός λυκείου, καταγράφηκαν οι πωλήσεις ατομικών συσκευασιών του ίδιου τύπου χυμού, ως προς τη γεύση, πορτοκάλι ή ροδάκινο. Συνολικά καταγράφηκαν οι πωλήσεις 360 συσκευασιών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας:

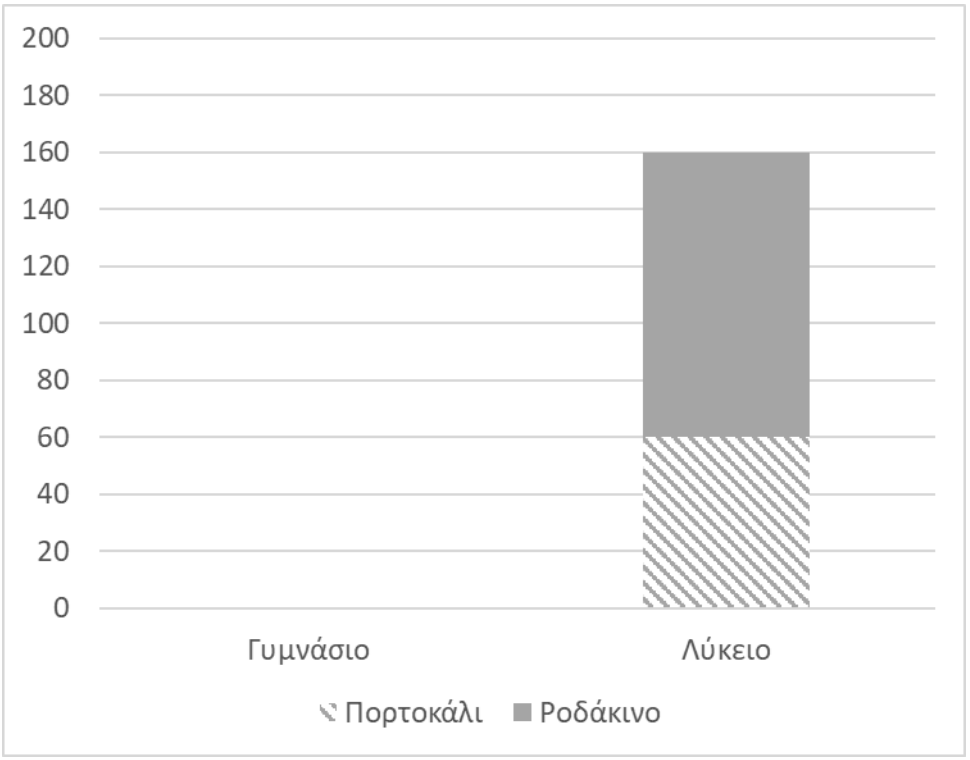
		Προτίμηση σε γεύση χυμού		
		Πορτοκάλι	Ροδάκινο	Σύνολο
Σχολεία	Γυμνάσιο	120	80	

	Λύκειο	60	100	
	Σύνολο			

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα συνάφειας.

(Μονάδες 15)

β) Να συμπληρώσετε το παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα, με τη βοήθεια του παραπάνω πίνακα. (Μονάδες 10)



68. ΘΕΜΑ 4 36378 1.2 – 1.3 – 1.4

Ο Πέτρος έχει στην τσέπη του 5 διαφορετικά κέρματα: 3 κέρματα αξίας 1 ευρώ το καθένα, από την Ελλάδα, την Αυστρία και την Ιταλία και 2 κέρματα αξίας 2 ευρώ το καθένα, από την Ελλάδα και την Αυστρία.



Ο Πέτρος βγάζει τυχαία ένα κέρμα, το καταγράφει και το ξαναβάζει στην τσέπη του. Στη συνέχεια βγάζει τυχαία ένα δεύτερο κέρμα από την τσέπη του και το καταγράφει.

α) Να αποδείξετε ότι υπάρχουν 25 διαφορετικοί τρόποι που μπορεί ο Πέτρος να βγάλει τα δύο κέρματα από την τσέπη του. (Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

iii. Α: «το πρώτο κέρμα έχει αξία 1 ευρώ και το δεύτερο έχει αξία 2 ευρώ»,

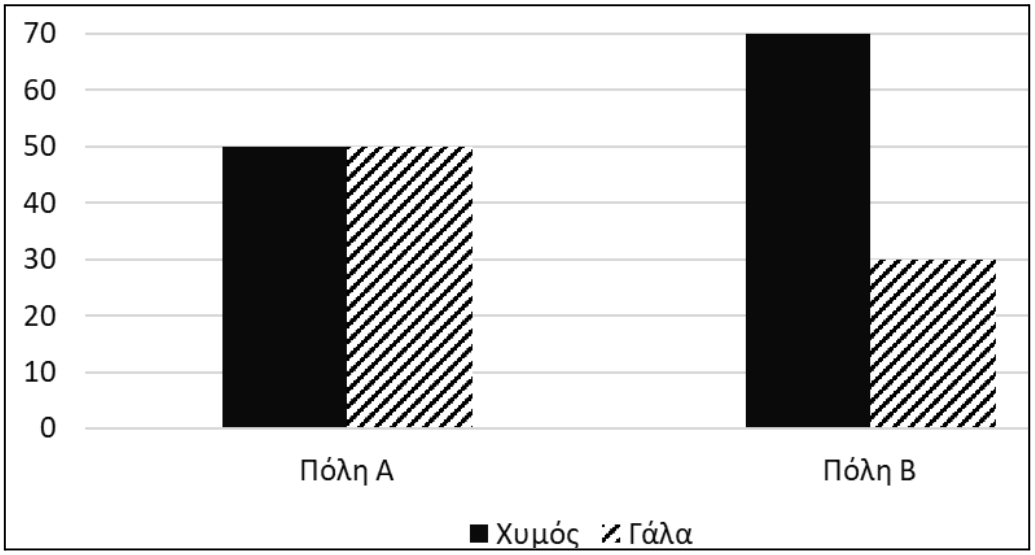
iv. Β: «τα δύο κέρματα έχουν διαφορετική αξία»,

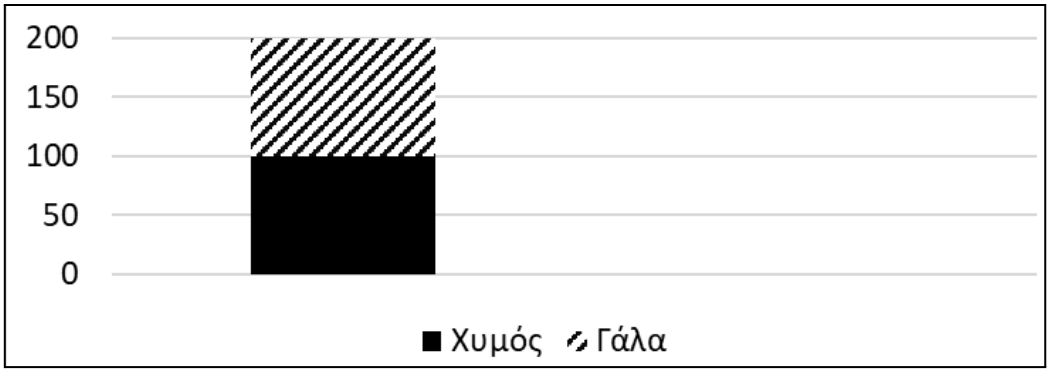
v. Γ: «τα δύο κέρματα έχουν την ίδια αξία».

(Μονάδες 18)

69. ΘΕΜΑ 4 36775 2.5

Σε δύο πόλεις, Α και Β έγινε έρευνα για το πρωινό ρόφημα που προτιμούν τα παιδιά ηλικίας από 5 έως 12 ετών. Τα αποτελέσματα καταγράφονται στην παρακάτω εικόνα (στο επάνω μέρος) στο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, επί τοις εκατό.





Στην εικόνα, στο κάτω μέρος φαίνεται μια από τις δύο ράβδους στοιβαγμένου ραβδογράμματος που αντιστοιχεί στα αποτελέσματα της ίδιας έρευνας.

α) Στην πόλη Α, ποιο ποσοστό των παιδιών που συμμετείχαν στην έρευνα προτιμούν γάλα; (Μονάδες 5)

β) Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνεται να υπάρχει σχέση ανάμεσα στην προτίμηση των παιδιών 5-12 ετών σε χυμό ή γάλα και στην πόλη;
(Μονάδες 8)

γ) Σε ποια πόλη αντιστοιχεί η ράβδος που φαίνεται στο στοιβαγμένο ραβδόγραμμα και γιατί; (Μονάδες 7)

δ) Αν γνωρίζετε ότι συνολικά (στις δύο πόλεις) στην έρευνα απάντησαν 700 παιδιά 5-12 ετών, να μεταφέρετε στην κόλλα σας το παραπάνω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα και να σχεδιάσετε τη ράβδο που λείπει. (Μονάδες 5)

70. ΘΕΜΑ 4 36380 1.1 – 1.2 – 1.3

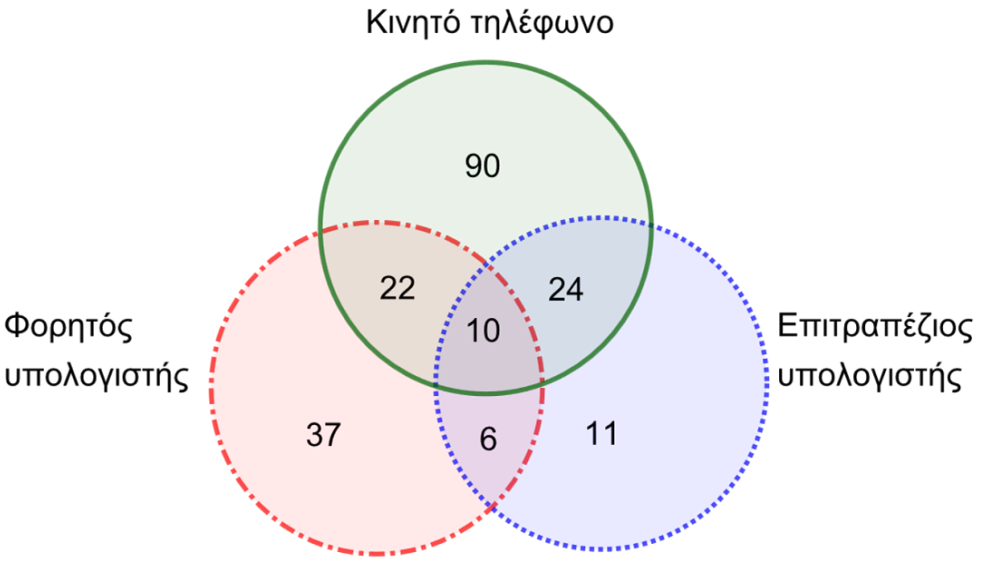
Σε μία έρευνα συμμετείχαν 200 άτομα, τα οποία συνδέθηκαν τουλάχιστον μία φορά την προηγούμενη εβδομάδα στο διαδίκτυο. Η ερώτηση της έρευνας αφορούσε τη συσκευή ή τις συσκευές με τις οποίες συνδέθηκαν. Το παρακάτω διάγραμμα Venn για τα άτομα που συνδέθηκαν με κινητό τηλέφωνο, με φορητό υπολογιστή ή με επιτραπέζιο υπολογιστή δείχνει τα αποτελέσματα της έρευνας.

α) Πόσα από τα άτομα που συμμετείχαν στην έρευνα, κατά τη διάρκεια της εβδομάδας:

vi. συνδέθηκαν με κινητό τηλέφωνο, (Μονάδες 3)
vii. συνδέθηκαν μόνο με κινητό τηλέφωνο, (Μονάδες 3)
viii. συνδέθηκαν με κινητό τηλέφωνο αλλά όχι με επιτραπέζιο υπολογιστή; (Μονάδες 4)

β) Ένα από τα άτομα που συμμετείχαν στην έρευνα, επιλέγεται τυχαία. Να βρείτε την πιθανότητα το άτομο αυτό κατά τη διάρκεια της εβδομάδας:

i. να συνδέθηκε με κινητό τηλέφωνο, (Μονάδες 5)
ii. να συνδέθηκε τουλάχιστον με δύο τρόπους, (Μονάδες 5)
iii. να συνδέθηκε ακριβώς με έναν από τους τρεις τρόπους. (Μονάδες 5)



71. ΘΕΜΑ 2 36396 2.1 – 2.5

Τα αποτελέσματα μιας έρευνας, σχετικά με την κατανομή των φοιτητών/τριών ανά φύλο σε τρεις τομείς της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης, παρουσιάζονται στο παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, ως προς τον τομέα εκπαίδευσης.

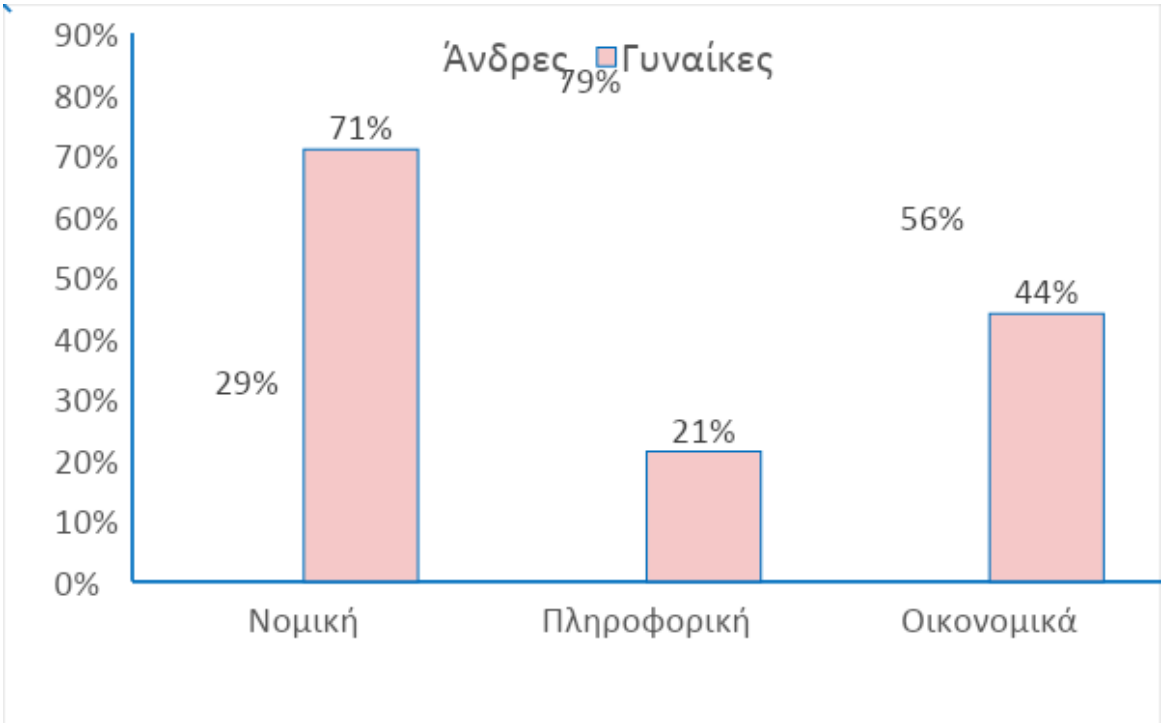
α) Ποιες είναι οι μεταβλητές και ποιο είναι το είδος τους; (Μονάδες 6)

β) Στο σύνολο των ατόμων που σπουδάζουν Νομική, ποιο είναι το ποσοστό των γυναικών και ποιο είναι το ποσοστό των ανδρών; (Μονάδες 6)

γ) Σε ποιον τομέα υπάρχει η μεγαλύτερη εκπροσώπηση γυναικών και σε ποιον η μικρότερη;

(Μονάδες 6)

δ) Δίνεται ότι από τους παραπάνω φοιτητές/φοιτήτριες, σπουδάζουν Οικονομικά 16000 και Πληροφορική 10000. Να συγκρίνετε τον αριθμό των ανδρών που σπουδάζουν Οικονομικά με τον αριθμό των ανδρών που σπουδάζουν Πληροφορική. (Μονάδες 7)



72. ΘΕΜΑ 4 36400 1.2 – 1.3 – 2.5

Σε δείγμα 100 ατόμων τέθηκε το ερώτημα αν συνδέθηκαν μια συγκεκριμένη μέρα στα δυο μέσα κοινωνικής δικτύωσης, Facebook ή YouTube. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω:

		YouTube		
		Ναι	Όχι	Σύνολο
Facebook	Ναι	32	30	62
	Όχι	12	26	38
	Σύνολο	44	56	100

Ένα από τα παραπάνω 100 άτομα επιλέγεται τυχαία. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ώστε το άτομο αυτό:

α) να μη συνδέθηκε στο Facebook,

β) να μη συνδέθηκε στο Facebook ούτε στο YouTube,

γ) να συνδέθηκε στο YouTube και να μη συνδέθηκε στο Facebook,

δ) να συνδέθηκε το πολύ σε ένα από τα δύο μέσα κοινωνικής δικτύωσης,

ε) να συνδέθηκε τουλάχιστον σε ένα από τα δύο μέσα κοινωνικής δικτύωσης.

(Μονάδες 25)

73. ΘΕΜΑ 2 36469 1.1 – 1.2 – 1.3

Σ' ένα δείγμα 3000 φορολογούμενων πολιτών, οι 600 έχουν ελεγχθεί από την Ανεξάρτητη Αρχή Δημοσίων Εσόδων (ΑΑΔΕ) τουλάχιστον μία φορά κατά το παρελθόν. Κατά το τρέχον έτος, η ΑΑΔΕ επιλέγει για έλεγχο, τυχαία, έναν από τους παραπάνω 3000 φορολογούμενους. Έστω το ενδεχόμενο, Α: «ο φορολογούμενος έχει ελεγχθεί τουλάχιστον μία φορά κατά το παρελθόν» και το συμπληρωματικό ενδεχόμενο Α' του Α.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου Α. (Μονάδες 9)

β) Να διατυπώσετε λεκτικά το ενδεχόμενο Α'. (Μονάδες 7)

γ) Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου Α'. (Μονάδες 9)

74. ΘΕΜΑ 2 36472 2.4

Υποθέτουμε ότι η διάρκεια της ανθρώπινης κύησης, σε ημέρες, ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 266 και τυπική απόκλιση 16. Θεωρούμε ένα μεγάλο δείγμα κυήσεων.

α) Να υπολογίσετε προσεγγιστικά το ποσοστό εκείνων που θα διαρκέσουν:

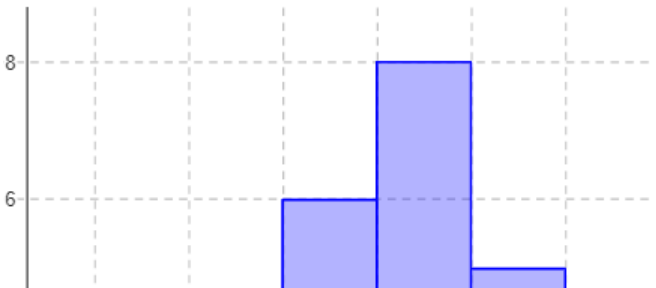
i. το πολύ 266 ημέρες, (Μονάδες 6)
ii. τουλάχιστον 282 ημέρες, (Μονάδες 6)
iii. περισσότερο από 298 ή λιγότερο από 234 ημέρες. (Μονάδες 7)

β) Να γράψετε ένα διάστημα στο οποίο ανήκει η διάρκεια σε ημέρες του 95% των κυήσεων.

(Μονάδες 6)

75. ΘΕΜΑ 2 31054 2.2

Ρωτήσαμε μαθητές ενός τμήματος «πόσο χρόνο χρειάζονται για την



διαδρομή από το σπίτι τους μέχρι το σχολείο» και οι απαντήσεις που πήραμε φαίνονται στο διπλανό ιστόγραμμα συχνοτήτων. Όπου ο οριζόντιος άξονας παριστάνει χρόνο σε λεπτά και ο κατακόρυφος μαθητές.

Κλάσεις με χρόνους (min)	Συχνότητα (μαθητές)
$[0, 5)$	
$[5, 10)$	
$[10, 15)$	
$[15, 20)$	
$[20, 25)$	
Σύνολο	

α) Να αντιγράψετε τον επόμενο πίνακα συχνοτήτων στο γραπτό σας και να τον συμπληρώσετε. (Μονάδες 5)

β) Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα με τις σχετικές συχνότητες (f_i, $f_i\%$).

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που αφιερώνουν τουλάχιστον 15 λεπτά για αυτήν τη διαδρομή. (Μονάδες 5)

δ) Να μεταφέρετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε το πολύγωνο συχνοτήτων. (Μονάδες 7)

76. ΘΕΜΑ 4 36473 2.4

Μια εταιρεία επεξεργασίας ρυζιού χρησιμοποιεί ένα αυτόματο μηχάνημα για να συσκευάσει χύμα ρύζι σε σακούλες ετικέτας 1000 γραμμαρίων. Η ποσότητα γέμισης, σε γραμμάρια, που διανέμεται από το μηχάνημα σε κάθε σακούλα ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 1010 και τυπική απόκλιση 10.

α) Παίρνουμε ένα μεγάλο δείγμα των παραπάνω συσκευασιών. Να εκτιμήσετε το ποσοστό των συσκευασιών του δείγματος με βάρος ρυζιού:

i. μικρότερο από 1000 γραμμάρια, (Μονάδες 9)
ii. μεταξύ 990 και 1010 γραμμαρίων. (Μονάδες 9)

β) Στην εταιρεία θα επιβληθεί πρόστιμο, αν περισσότερο από το $2,5\%$ των συσκευασιών έχει βάρος ρυζιού μικρότερο από 1000 γραμμάρια η καθεμία. Ωστόσο το αυτόματο μηχάνημα έχει τη δυνατότητα να ρυθμίσει τη μέση τιμή της ποσότητας γέμισης που διανέμει στις σακούλες. Ποια νέα μέση τιμή θα πρέπει να επιλέξουν στην εταιρεία (διατηρώντας την τυπική απόκλιση 10) ώστε να μην τους επιβληθεί πρόστιμο; (Μονάδες 7)

77. ΘΕΜΑ 2 39694 2.3

Ένας μαθητής στις γραπτές δοκιμασίες στο μάθημα των Μαθηματικών, κατά τη διάρκεια μιας χρονιάς, πήρε τις ακόλουθες βαθμολογίες :

$$10 , 14 , 9 , 15 , 14 , 12 , 18 , 13 , 13 , 13$$

α) Να βρείτε τη διάμεσο και τα τεταρτημόρια Q_1 και Q_3. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε το εύρος της βαθμολογίας του καθώς και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος Q. (Μονάδες 8)

γ) Να σχεδιάσετε το θηκόγραμμα. (Μονάδες 7)

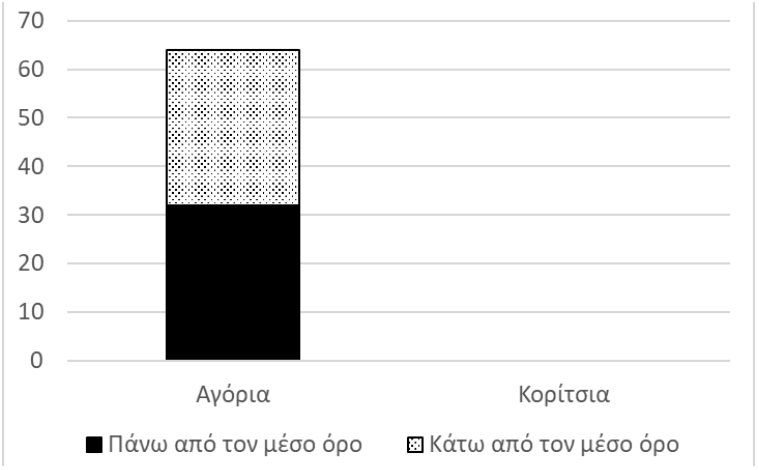
78. ΘΕΜΑ 4 36783 2.5

Τα παιδιά της Β΄ τάξης ενός γυμνασίου έγραψαν διαγώνισμα στα Μαθηματικά. Ο καθηγητής βαθμολόγησε τα διαγωνίσματα και υπολόγισε τον μέσο όρο όλων των βαθμών. Στον παρακάτω πίνακα συνάφειας καταγράφονται οι συχνότητες του φύλου των παιδιών που έγραψαν διαγώνισμα και του βαθμού στο διαγώνισμα, σε σύγκριση με τον μέσο όρο.

		Βαθμός στο διαγώνισμα		
		Πάνω από τον μέσο όρο	Κάτω από τον μέσο όρο	Σύνολο
Φύλο	Αγόρια	32	32	
	Κορίτσια	32	20	
	Σύνολο			

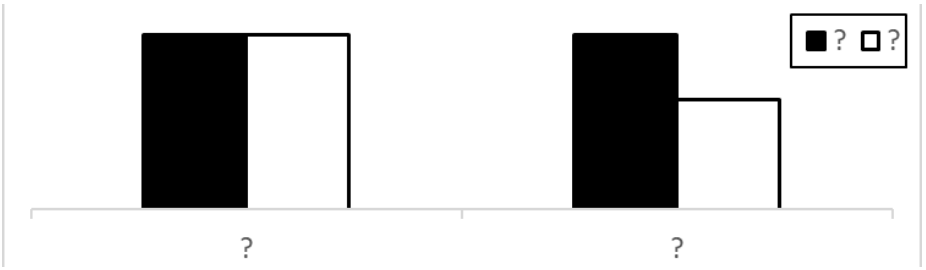
α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα. (Μονάδες 10)

β) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε το παρακάτω στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων φύλου και βαθμού, που αντιστοιχεί στον παραπάνω πίνακα.



(Μονάδες 10)

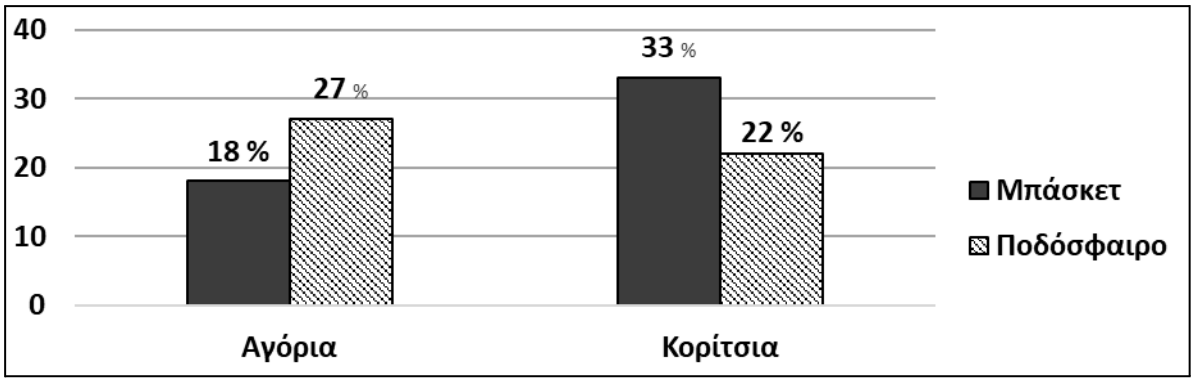
γ) Δίνεται το παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, για τα παραπάνω δεδομένα, στο οποίο δεν φαίνεται πού αντιστοιχεί η κάθε ράβδος. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι σίγουρα οι άχρωμες ράβδοι αντιστοιχούν στην κατηγορία «βαθμός κάτω από τον μέσο όρο». Συμφωνείτε μαζί του;



(Μονάδες 5)

79. ΘΕΜΑ 4 36784 2.5

Στο παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων φαίνεται το ποσοστό των αγοριών και κοριτσιών της Γ΄ τάξης ενός γυμνασίου που επιλέγουν μπάσκετ ή ποδόσφαιρο.



Δίνεται ότι κάθε παιδί της Γ΄ τάξης επιλέγει ένα ακριβώς άθλημα.

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων.

		Άθλημα		
		Μπάσκετ	Ποδόσφαιρο	Σύνολο
Φύλο	Αγόρια			
	Κορίτσια			
	Σύνολο			

(Μονάδες 9)

β) Ποιο ποσοστό των παιδιών του σχολείου επέλεξαν μπάσκετ; (Μονάδες 6)

γ) Αν τα αγόρια του σχολείου που επέλεξαν μπάσκετ είναι 36, πόσα είναι τα παιδιά που επέλεξαν ποδόσφαιρο; (Μονάδες 6)

δ) Χωρίς να γνωρίζετε το πλήθος των παιδιών του σχολείου, να αποδείξετε ότι τα αγόρια που επέλεξαν μπάσκετ είναι τα $\frac{2}{5}$ των αγοριών του σχολείου. (Μονάδες 4)

80. ΘΕΜΑ 3 36786 2.5

Ένα εστιατόριο κατέγραψε τις προτιμήσεις όλων των πελατών που το επισκέφτηκαν το τελευταίο Σαββατοκύριακο. Έτσι προέκυψε ο παρακάτω πίνακας συνάφειας:

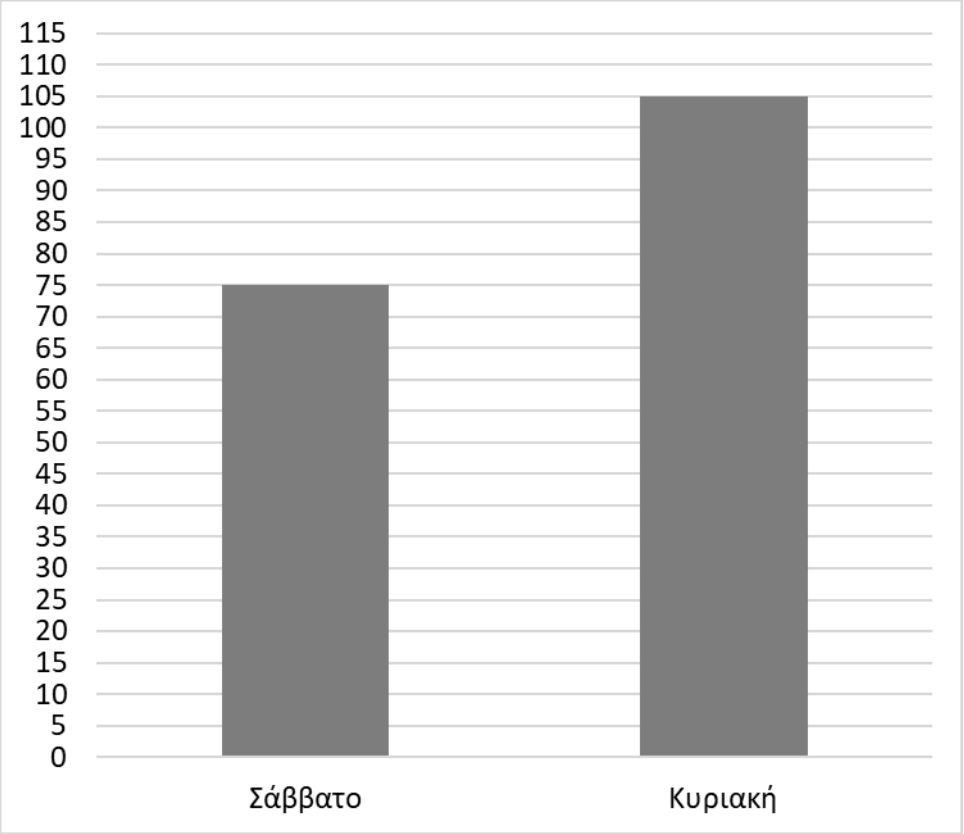
		Μενού προτίμησης		
		Χορτοφαγικό μενού	Συνηθισμένο μενού	Σύνολο
Ημέρα	Σάββατο	15		75
	Κυριακή	20		
	Σύνολο			180

α) Σύμφωνα με τον πίνακα:

i. Πόσοι πελάτες προτίμησαν χορτοφαγικό ή συνηθισμένο μενού στο εστιατόριο την Κυριακή; (Μονάδες 5)

ii. Πόσοι πελάτες του εστιατορίου προτίμησαν συνηθισμένο μενού τις δύο ημέρες, συνολικά; (Μονάδες 10)

β) Γιατί το παρακάτω ραβδόγραμμα δεν είναι στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων που αντιστοιχεί στον παραπάνω πίνακα συνάφειας; (Μονάδες 5)



γ) Να σχεδιάσετε το στοιβαγμένο ραβδόγραμμα συχνοτήτων ημέρας και μενού, δηλαδή το αντίστοιχο με το ερώτημα β), για τον παραπάνω πίνακα συνάφειας.

(Μονάδες 5)

81. ΘΕΜΑ 1 36841 1.1 – 1.2 – 1.3

α) Έστω ένα πείραμα τύχης με ν ισοπίθανα αποτελέσματα. Με $P(A)$ συμβολίζουμε την πιθανότητα ενός ενδεχομένου A που περιέχει κ τέτοια αποτελέσματα.

Να αντιγράψετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε την παρακάτω πρόταση:

«Η πιθανότητα του ενδεχομένου A, σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό πιθανότητας, είναι ίση με .... ».

(Μονάδες 6)

β) Έστω A ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου Ω. Αν A' είναι το συμπληρωματικό ή αντίθετο ενδεχόμενο του A:

i. Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα Venn στο οποίο να φαίνονται τα A και A'. (Μονάδες 8)

ii. Να εξηγήσετε, με τη βοήθεια του διαγράμματος Venn, γιατί ισχύει $A \cup A' = \Omega$.

(Μονάδες 3)

iii. Να εξηγήσετε, γιατί τα A και A' είναι ασυμβίβαστα. (Μονάδες 3)

iv. Να αποδείξετε ότι $P(A') = 1 - P(A)$, όπου $P(A)$ και $P(A')$ είναι οι πιθανότητες των A και A', αντίστοιχα. (Μονάδες 5)

82. ΘΕΜΑ 2 36471 2.1 – 2.2 – 2.3

Το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα μιας έρευνας, σχετικά με τον τρόπο πληρωμής των πελατών σ' ένα εστιατόριο, έναν συγκεκριμένο μήνα.

α) Ποια είναι η μεταβλητή που εξετάζεται στην έρευνα;

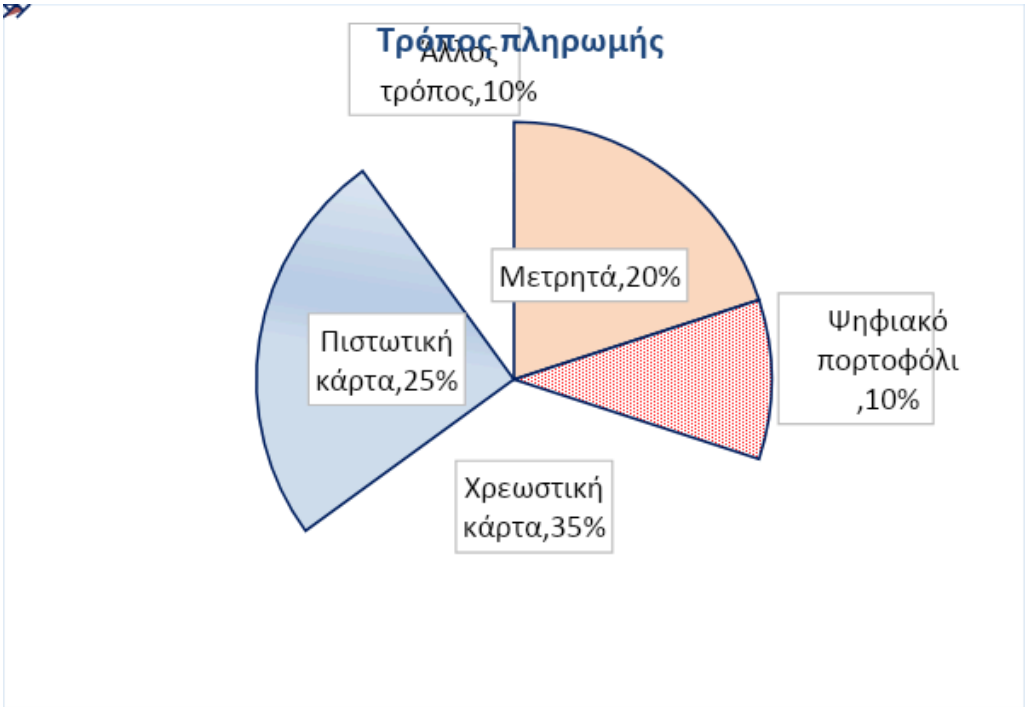
β) Ποιο είναι το είδος της μεταβλητής;

γ) Ποιες είναι οι τιμές της μεταβλητής;

δ) Ποιες είναι οι σχετικές συχνότητες %, των τιμών της μεταβλητής;

ε) Ποια είναι η επικρατούσα τιμή;

(Μονάδες 25)



83. ΘΕΜΑ 2_36762_2.5

Έγινε μια έρευνα σε παραγωγούς μελιού, στα Δωδεκάνησα και στις Κυκλάδες, ως προς το είδος μελιού που παρήγαγαν το προηγούμενο έτος (ανθέων – θυμαρίσιο). Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων, ως προς την περιοχή παραγωγής μελιού (η παραγωγή μετρήθηκε σε βάρος).

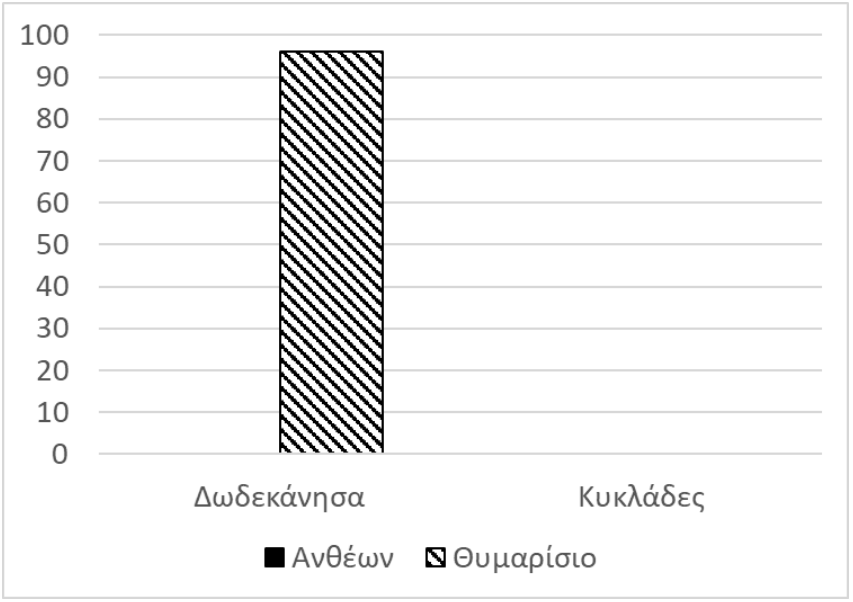
		Παραγωγή μελιού ως προς το είδος		
		Ανθέων	Θυμαρίσιο	Σύνολο
Περιοχές	Δωδεκάνησα	4 %	96 %	100 %
	Κυκλάδες	16 %	84 %	100 %
	Σύνολο			

α) Ποιο ήταν το ποσοστό της παραγωγής μελιού ανθέων των συγκεκριμένων παραγωγών της έρευνας, ανά περιοχή;

(Μονάδες 6)

β) Ποια ήταν τα ποσοστά ανά είδος μελιού στα Δωδεκάνησα, για τους παραγωγούς της έρευνας; (Μονάδες 7)

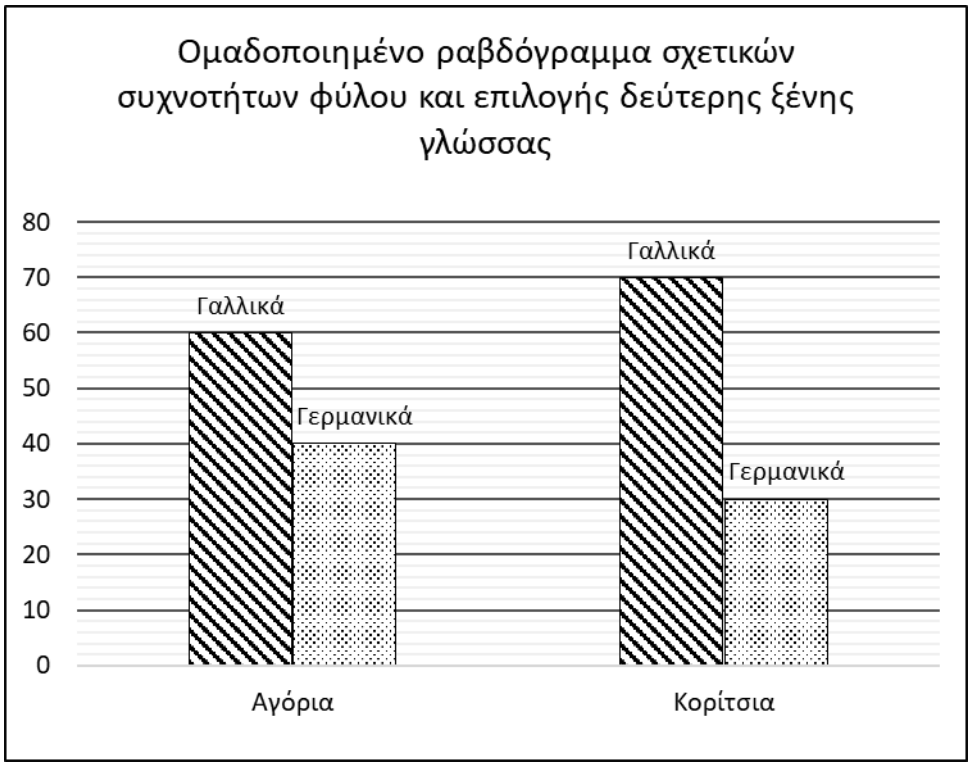
γ) Στο ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, ως προς την περιοχή παραγωγής μελιού, το οποίο αντιστοιχεί στον παραπάνω πίνακα συνάφειας φαίνεται μόνο η μία ράβδος. Να γράψετε σε τι αντιστοιχεί η ράβδος αυτή και να συμπληρώσετε το ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα με τις τρεις ράβδους που λείπουν, αφού το μεταφέρετε στην κόλλα σας.



(Μονάδες 12)

84. ΘΕΜΑ 2_36763_2.5

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της Α΄ τάξης ενός γυμνασίου διδάσκονται Αγγλικά ως πρώτη ξένη γλώσσα, ενώ ως δεύτερη ξένη γλώσσα επιλέγουν είτε τα Γαλλικά, είτε τα Γερμανικά. Στο παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων φαίνεται το ποσοστό των παιδιών της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει ως δεύτερη ξένη γλώσσα τα Γαλλικά ή τα Γερμανικά, ως προς το φύλο.



α) Ποιο είναι το ποσοστό των αγοριών που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά;

(Μονάδες 5)

β) Ποιο είναι το ποσοστό των κοριτσιών που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά;

(Μονάδες 5)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

i. Τα αγόρια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά είναι λιγότερα από τα αγόρια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γερμανικά.

ii. Τα κορίτσια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά είναι περισσότερα από τα κορίτσια της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γερμανικά.

iii. Τα παιδιά της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γαλλικά είναι περισσότερα από τα παιδιά της Α΄ τάξης που έχουν επιλέξει τα Γερμανικά.

(Μονάδες 15)

85. ΘΕΜΑ 2_36765_2.5

Σε ένα πορθμείο της Αττικής μετακινούνται μοτοσυκλέτες και αυτοκίνητα. Οι διελεύσεις οχημάτων της τελευταίας εβδομάδας καταγράφονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας.

		Είδος οχήματος		
		Μοτοσυκλέτες	Αυτοκίνητα	Σύνολο
Λόγος μετακίνησης	Δουλειά	75 %	45 %	
	Ψυχαγωγία	25 %	55 %	
	Σύνολο	100 %	100 %	

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα συνάφειας:

α) Οι περισσότερες διελεύσεις με μοτοσυκλέτα έγιναν για δουλειά ή για ψυχαγωγία, την προηγούμενη εβδομάδα; (Μονάδες 6)

β) Τι ποσοστό των αυτοκινήτων που μετακινήθηκαν μέσω του πορθμείου είχαν ως λόγο μετακίνησης την ψυχαγωγία; (Μονάδες 6)

γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το παρακάτω σχήμα, στο οποίο να σχεδιάσετε το ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα, ως προς το είδος οχήματος χρησιμοποιώντας τα ποσοστά του παραπάνω πίνακα.

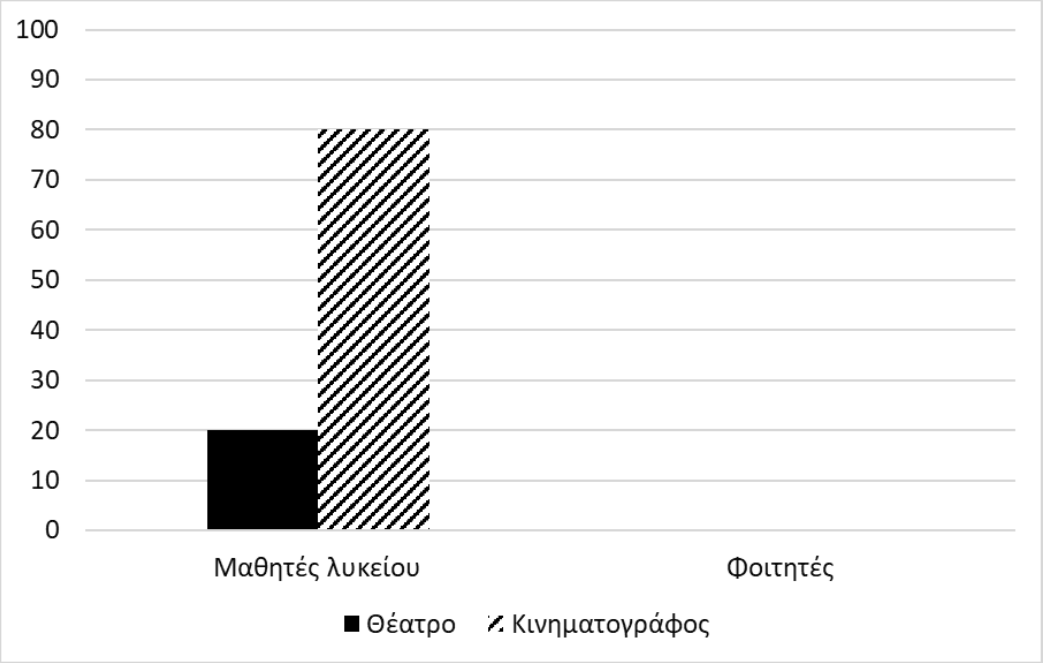


(Μονάδες 13)

86. ΘΕΜΑ 4 36776 2.5

Σε μια έρευνα μαθητές λυκείου και φοιτητές ερωτήθηκαν και απάντησαν αν προτιμούν κινηματογράφο ή θέατρο. Ένας ερευνητής, με τις απαντήσεις τους συμπλήρωσε μερικά κελιά του πίνακα συνάφειας συχνοτήτων και σχεδίασε το ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, ως προς τη βαθμίδα εκπαίδευσης που φαίνεται παρακάτω, αλλά δεν τελείωσε.

		Επιλογή τρόπου ψυχαγωγίας		
		Θέατρο	Κινηματογράφος	Σύνολο
Βαθμίδα εκπαίδευσης	Μαθητές λυκείου	60		
	Φοιτητές	60	140	
	Σύνολο			



α) Ποιο ποσοστό των φοιτητών απάντησαν ότι προτιμούν θέατρο; (Μονάδες 6)

β) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε:

i. το παραπάνω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα, (Μονάδες 8)

ii. τον παραπάνω πίνακα συνάφειας. (Μονάδες 6)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) την παρακάτω πρόταση, αιτιολογώντας την απάντησή σας:

«Δεν παρατηρείται κάποια διαφορά μεταξύ μαθητών λυκείου και φοιτητών της έρευνας, όσο αφορά την απάντηση ‘θέατρο’, καθώς αυτή δόθηκε από τόσους φοιτητές όσους και μαθητές λυκείου (60).» (Μονάδες 5)

87. ΘΕΜΑ 2 36757 2.6

Για τις ανάγκες μιας έρευνας, ρωτήθηκαν παιδιά για το κατοικίδιο που προτιμούν. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα συνάφειας, ως προς το φύλο τους.

		Προτίμηση σε κατοικίδιο		
		Γάτα	Σκύλος	Σύνολο
Φύλο	Κορίτσι	30	60	
	Αγόρι	25	50	
	Σύνολο			

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα συνάφειας.

(Μονάδες 10)

β) Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα συνάφειας:

i. Πόσα παιδιά απάντησαν στην ερώτηση της έρευνας; (Μονάδες 4)

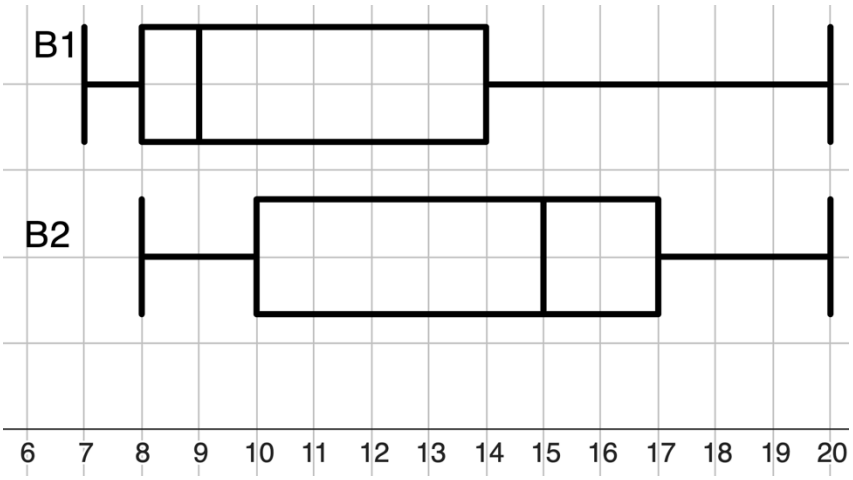
ii. Πόσα από τα παιδιά που απάντησαν ήταν κορίτσια; (Μονάδες 4)

iii. Πόσα από τα παιδιά απάντησαν ότι προτιμούν σκύλο; (Μονάδες 4)

iv. Τι μέρος των παιδιών που απάντησαν ότι προτιμούν σκύλο ήταν κορίτσια; Να το γράψετε ως κλάσμα. (Μονάδες 3)

88. ΘΕΜΑ 4 34160 2.3 – 2.6

Τα τμήματα Β1 και Β2 ενός σχολείου έγραψαν ένα διαγώνισμα στα μαθηματικά, με τα ίδια θέματα. Στα παρακάτω θηκογράμματα παρουσιάζονται οι βαθμοί των μαθητών (σε κανένα τμήμα δεν έχουμε ακραίες τιμές).



α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με βάση τα δύο θηκογράμματα.

	Τμήμα Β1	Τμήμα Β2
Q_1		
δ		
Q_3		
x_{min}		
x_{max}		

(Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε το ενδοτεταρτημοριακό εύρος καθώς και το εύρος των βαθμών των δύο τμημάτων, στο διαγώνισμα.

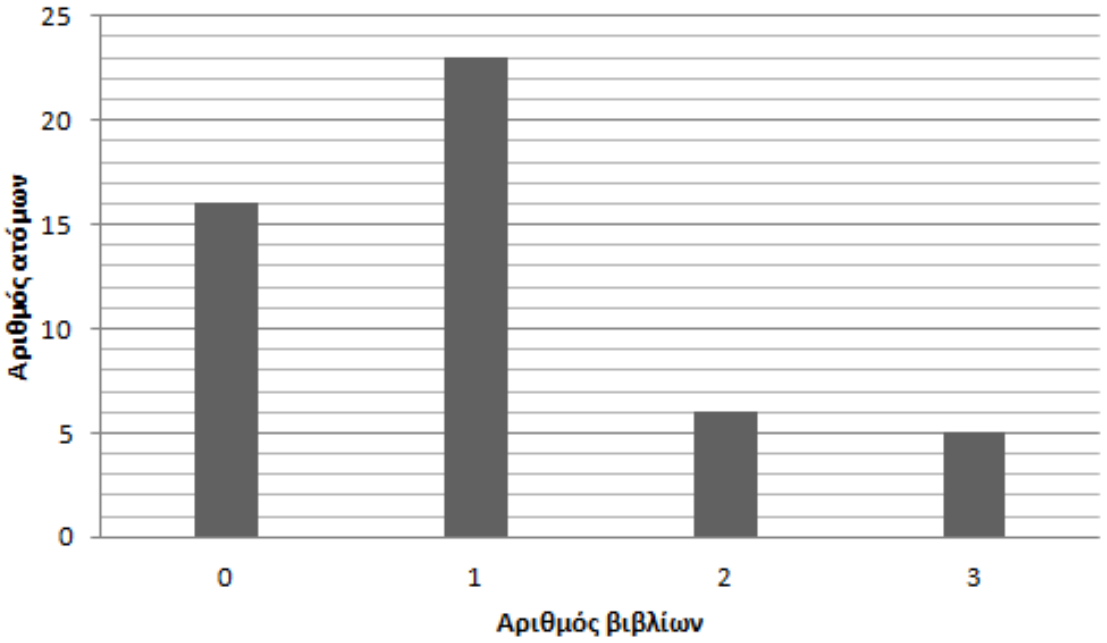
(Μονάδες 7)

γ) Ο καθηγητής αποφάσισε να δώσει ένα βραβείο στο 25% των μαθητών του κάθε τμήματος, οι οποίοι πήραν τη μεγαλύτερη βαθμολογία. Ο Δημήτρης πήρε 16 στο διαγώνισμα και πήρε βραβείο. Σε ποιο από τα δύο τμήματα είναι ο Δημήτρης;

(Μονάδες 6)

89. ΘΕΜΑ 2 29912 2.2 – 2.3

Έγινε μια έρευνα σε ένα δείγμα ενηλίκων που αφορούσε τον αριθμό βιβλίων που διάβασαν κατά την διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών τους. Τα ευρήματα παρουσιάζονται στο ακόλουθο ραβδόγραμμα συχνοτήτων.



α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον πίνακα συχνοτήτων που ακολουθεί.

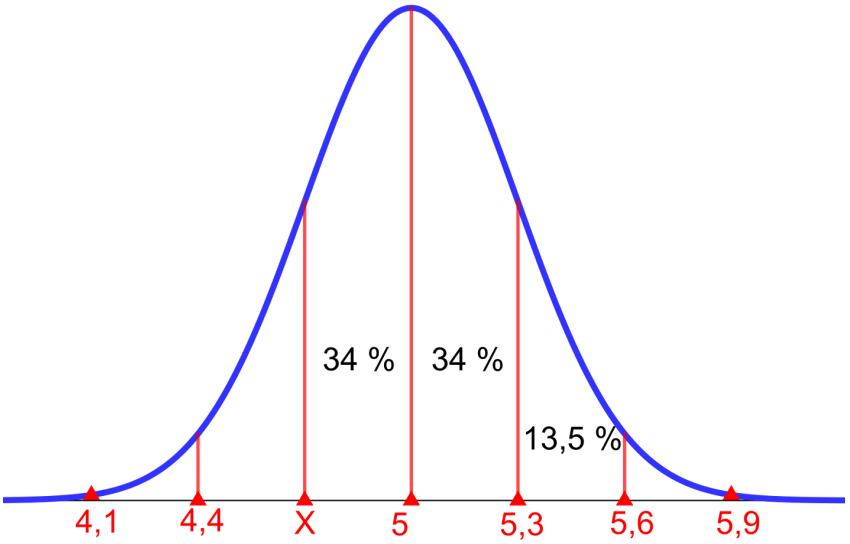
Αριθμός βιβλίων	Αριθμός ατόμων
Σύνολο	

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε την μέση τιμή του αριθμού των βιβλίων, που διάβασαν κατά τη διάρκεια των διακοπών τους, τα άτομα που συμμετείχαν στην έρευνα. (Μονάδες 15)

90. ΘΕΜΑ 4_36782_2.4

Υποθέτουμε ότι η τιμή, σε ευρώ ανά λίτρο, του ελαιόλαδου στις επιχειρήσεις μιας ευρωπαϊκής χώρας Α ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 5$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δίνεται ότι η πιθανότητα η τιμή του ελαιόλαδου σε τυχαία επιχείρηση της χώρας Α να είναι στο διάστημα $(5,\ \ 5,6)$ είναι $0,475$ περίπου.

α) Με T συμβολίζουμε την τιμή του ελαιόλαδου, μιας τυχαίας επιχείρησης στην χώρα Α, σε ευρώ ανά λίτρο.

Να υπολογίσετε προσεγγιστικά:

i. την πιθανότητα το T να είναι μεγαλύτερο του 5. (Μονάδες 6)

ii. την πιθανότητα να ισχύει $\mathrm{T} > 5,6$. (Μονάδες 6)

iii. την τυπική απόκλιση σ της παραπάνω κανονικής κατανομής. (Μονάδες 6)

β) Δίνεται ότι η πιθανότητα η τιμή του ελαιόλαδου, στην τυχαία επιχείρηση της χώρας Α, να ανήκει στο διάστημα $(X,\ \ 5)$ είναι $0,34$.

Να υπολογίσετε προσεγγιστικά την τιμή του X. (Μονάδες 7)

91. ΘΕΜΑ 2 36761 2.1 – 2.3

Κάναμε μια έρευνα με στόχο να μελετηθούν συγκεκριμένα χαρακτηριστικά των ατόμων με ηλικίες 10 έως 19 ετών, μιας περιφέρειας της Ελλάδας, τα οποία ήταν 57.579, συνολικά.

Τα χαρακτηριστικά που μελετήθηκαν ήταν:

- το ύψος τους, σε εκατοστά,
- η ηλικία τους, σε έτη,
- η αγαπημένη τους αθλητική δραστηριότητα,
- η ημέρα γέννησής τους (Δευτέρα, Τρίτη, κτλ.).

Επιλέξαμε, αντιπροσωπευτικά, 1.000 άτομα από αυτά και υπολογίσαμε τη μέση τιμή της ηλικίας τους, σε έτη, η οποία ήταν $16,5$ και τη μέση τιμή του ύψους τους, σε εκατοστά, η οποία ήταν 155.

α) Ποιο είναι το μέγεθος του πληθυσμού της έρευνας και ποιο του δείγματος που επιλέξαμε;

(Μονάδες 5)

β) Ποια από τα χαρακτηριστικά που μελέτησε η έρευνα ήταν ποσοτικά και ποια ποιοτικά; (Μονάδες 8)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

i. Η μέση τιμή της ηλικίας, σε έτη, των ατόμων του δείγματος ήταν $16,5$.

ii. Η μέση τιμή της ηλικίας, σε έτη, όλων των κατοίκων της περιφέρειας ήταν $16,5$.

iii. Η μέση τιμή και η διάμεσος της ηλικίας, σε έτη, των ατόμων του δείγματος ήταν $16,5$.

iv. Έχουμε ενδείξεις ότι η μέση τιμή του ύψους, σε εκατοστά, όλων των ατόμων της περιφέρειας με ηλικίες, σε έτη, 10 έως 19 ήταν 155 περίπου. (Μονάδες 12)

92. ΘΕΜΑ 4 36478 1.2

Η τράπουλα αποτελείται από 52 φύλλα, 26 κόκκινα και 26 μαύρα. Τα κόκκινα φύλλα χωρίζονται σε δυο φυλές, τις κούπες και τα καρό, και τα μαύρα επίσης σε δύο, τα μπαστούνια και τα σπαθιά. Κάθε φυλή αποτελείται από:

- εννέα αριθμούς: $2, 3,..., 10$
- τρεις φιγούρες: βαλές, ντάμα, ρήγας
- έναν άσο.

α) Η Μαρία τράβηξε τυχαία ένα φύλλο από μια τράπουλα. Να βρείτε τις πιθανότητες:

ix. το φύλλο να είναι η ντάμα κούπα, (Μονάδες 9)

x. το φύλλο να είναι κόκκινο και φιγούρα. (Μονάδες 9)

β) Η Μαρία αφαίρεσε από την αρχική τράπουλα τα φύλλα με τους αριθμούς και τράβηξε τυχαία ένα φύλλο. Πόσες φορές αυξήθηκαν οι πιθανότητες του προηγούμενου ερωτήματος;

(Μονάδες 7)

93. ΘΕΜΑ 4 36881 2.3

Ο Λευτέρης αγωνίζεται σε μία ομάδα ποδοσφαίρου. Κατά τη διάρκεια του τελευταίου πρωταθλήματος η ομάδα του έδωσε 20 αγώνες, στους οποίους ο Λευτέρης σε έναν αγώνα δεν πέτυχε γκολ, σε έναν αγώνα πέτυχε 2 γκολ και στους υπόλοιπους δεκαοχτώ αγώνες πέτυχε 1 γκολ στον καθένα από αυτούς.

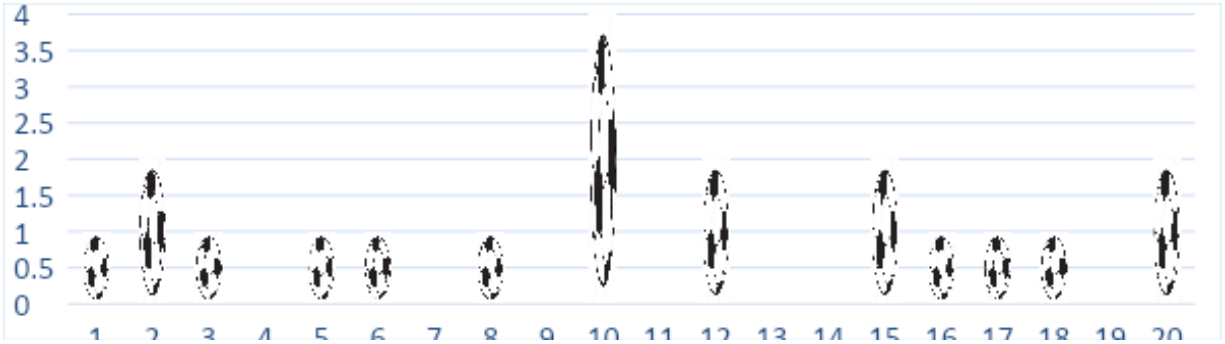
α) Να αποδείξετε ότι:

i. ο Λευτέρης πέτυχε κατά μέσο όρο 1 γκολ ανά αγώνα, (Μονάδες 5)

ii. η τυπική απόκλιση των γκολ που πέτυχε ο Λευτέρης είναι $\sqrt{0,1}$. (Μονάδες 5)

β) Το παρακάτω εικονόγραμμα παρουσιάζει τον αριθμό των γκολ που πέτυχε ο Παύλος, σε κάθε αγώνα, κατά τη διάρκεια του ίδιου πρωταθλήματος. Να υπολογίσετε τον μέσο όρο των γκολ ανά αγώνα, που πέτυχε ο Παύλος, καθώς και την τυπική απόκλιση των γκολ.

(Μονάδες 10)



γ) Ο προπονητής μιας ποδοσφαιρικής ομάδας ενδιαφέρεται για την απόκτηση ενός ποδοσφαιριστή που θα βοηθήσει την ομάδα στο σκοράρισμα στο νέο πρωτάθλημα. Έχει να διαλέξει ανάμεσα στον Λευτέρη και στον Παύλο. Αν τα κριτήρια είναι η συχνότητα και η σταθερότητα στο σκοράρισμα, ποιον θα του προτείνατε με βάση τα παραπάνω δεδομένα;

(Μονάδες 5)

94. ΘΕΜΑ 4 36882 1.2 – 2.5

Ένα οπωροπωλείο προμηθεύεται το 60% των μήλων του από το Πήλιο και τα υπόλοιπα από την Καστοριά. Τα $\frac{4}{5}$ των μήλων που προμηθεύεται από το Πήλιο είναι κόκκινα και τα $\frac{3}{5}$ των μήλων που προμηθεύεται από την Καστοριά είναι επίσης κόκκινα.

α) Να αποδείξετε ότι, στο σύνολο όλων των μήλων του οπωροπωλείου:

i. το ποσοστό εκείνων που είναι κόκκινα και προέρχονται από το Πήλιο είναι 48%,
ii. το ποσοστό εκείνων που είναι κόκκινα και προέρχονται από την Καστοριά είναι 24%.

(Μονάδες 12)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα συνάφειας σχετικών συχνοτήτων:

		Κόκκινα μήλα		
		Ναι	Όχι	Σύνολο
Περιοχή	Καστοριά			
	Πήλιο			
	Σύνολο			

(Μονάδες 6)

γ) Ένα μήλο επιλέγεται τυχαία από το σύνολο όλων των μήλων του οπωροπωλείου. Να βρείτε την πιθανότητα το μήλο αυτό «να έχει κόκκινο χρώμα ή να προέρχεται από την Καστοριά».

(Μονάδες 7)

95. ΘΕΜΑ 2 36901 2.5

Μια εταιρεία λιανικής πώλησης αθλητικών ειδών κατέγραψε το περασμένο έτος τις πωλήσεις των προϊόντων της: παπούτσια , ρούχα, αξεσουάρ, ανά κατηγορία: ανδρικά, γυναικεία, παιδικά. Τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν με το παρακάτω ομαδοποιημένο ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων, κατηγορίας και προϊόντων ως προς το σύνολο των παρατηρήσεων του δείγματος.

α) Από τα ανδρικά προϊόντα, σε ποιο καταγράφηκαν οι περισσότερες πωλήσεις;

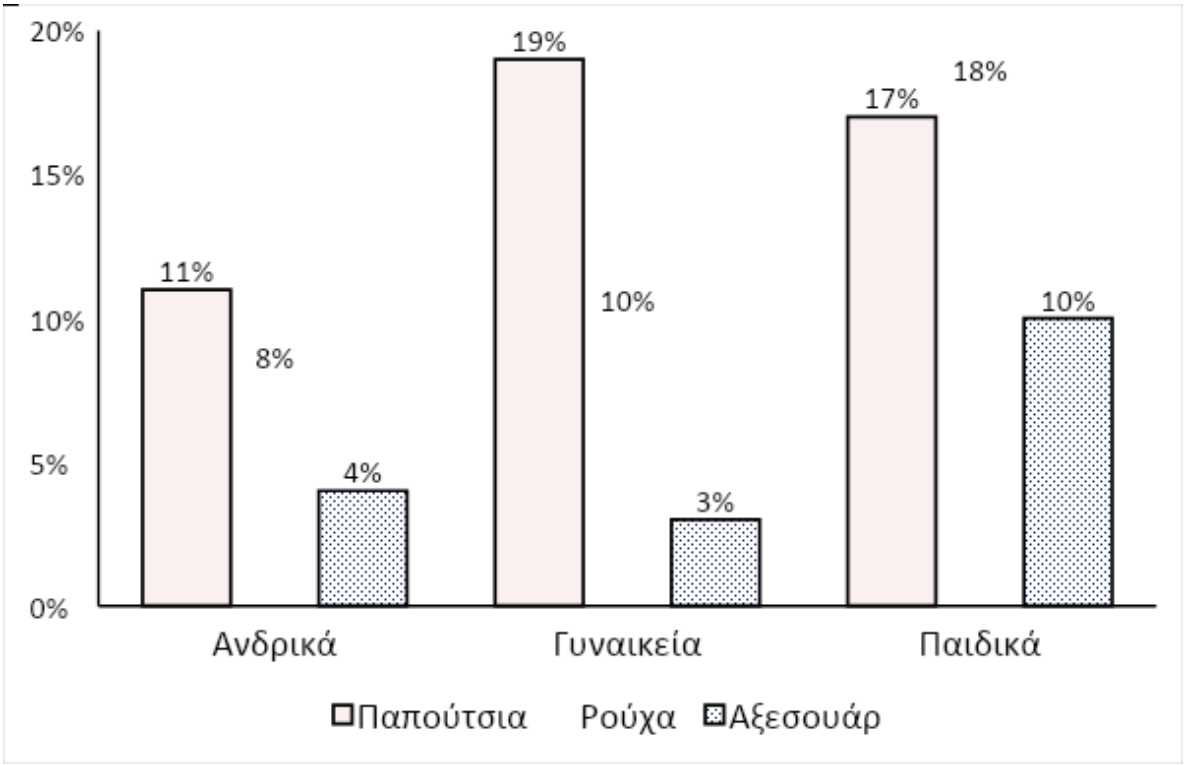
β) Ποιο είναι το συνολικό ποσοστό των ανδρικών προϊόντων στο δείγμα;

γ) Ποιο είναι το συνολικό ποσοστό των ρούχων στο δείγμα;

δ) Σε ποιο από τα προϊόντα (παπούτσια , ρούχα ή αξεσουάρ), καταγράφηκαν συνολικά οι λιγότερες πωλήσεις;

ε) Σε ποια κατηγορία (ανδρικά γυναικεία ή παιδικά), καταγράφηκαν συνολικά οι περισσότερες πωλήσεις;

(Μονάδες 25)



96. ΘΕΜΑ 4 35536 2.4

Η ημερήσια ζήτηση κρέατος, σε κιλά, στην Κεντρική Αγορά Αθηνών (Κ.Α.Α), υποθέτουμε ότι ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή μ και τυπική απόκλιση $\sigma = 300$. Γνωρίζουμε ακόμη ότι η πιθανότητα να ζητηθούν μία τυχαία μέρα έως 5000 κιλά κρέας είναι $0,5$.

α) Να δικαιολογήσετε ότι η μέση τιμή της κατανομής είναι $\mu = 5000$. (Μονάδες7)

β) Αν κάποια μέρα η Κ.Α.Α εφοδιαστεί με 5300 κιλά κρέας τότε ποια είναι η πιθανότητα να πουληθεί όλη αυτή η ποσότητα αυτή τη μέρα; (Μονάδες 9)

γ) Ποια ποσότητα κρέατος πρέπει να εφοδιαστεί η Κ.Α.Α σε κάποια μέρα έτσι ώστε με πιθανότητα $0,9985$ η ποσότητα αυτή να είναι επαρκής για να εξυπηρετήσει την ημερήσια ζήτηση; (Μονάδες 9)

97. ΘΕΜΑ 2 27230 1.2

Σε ένα κουτί υπάρχουν συνολικά 25 σοκολατάκια από τα οποία 12 σοκολατάκια περιέχουν μόνο αμύγδαλο, 8 σοκολατάκια μόνο φουντούκι και 5 σοκολατάκια μόνο κεράσι .

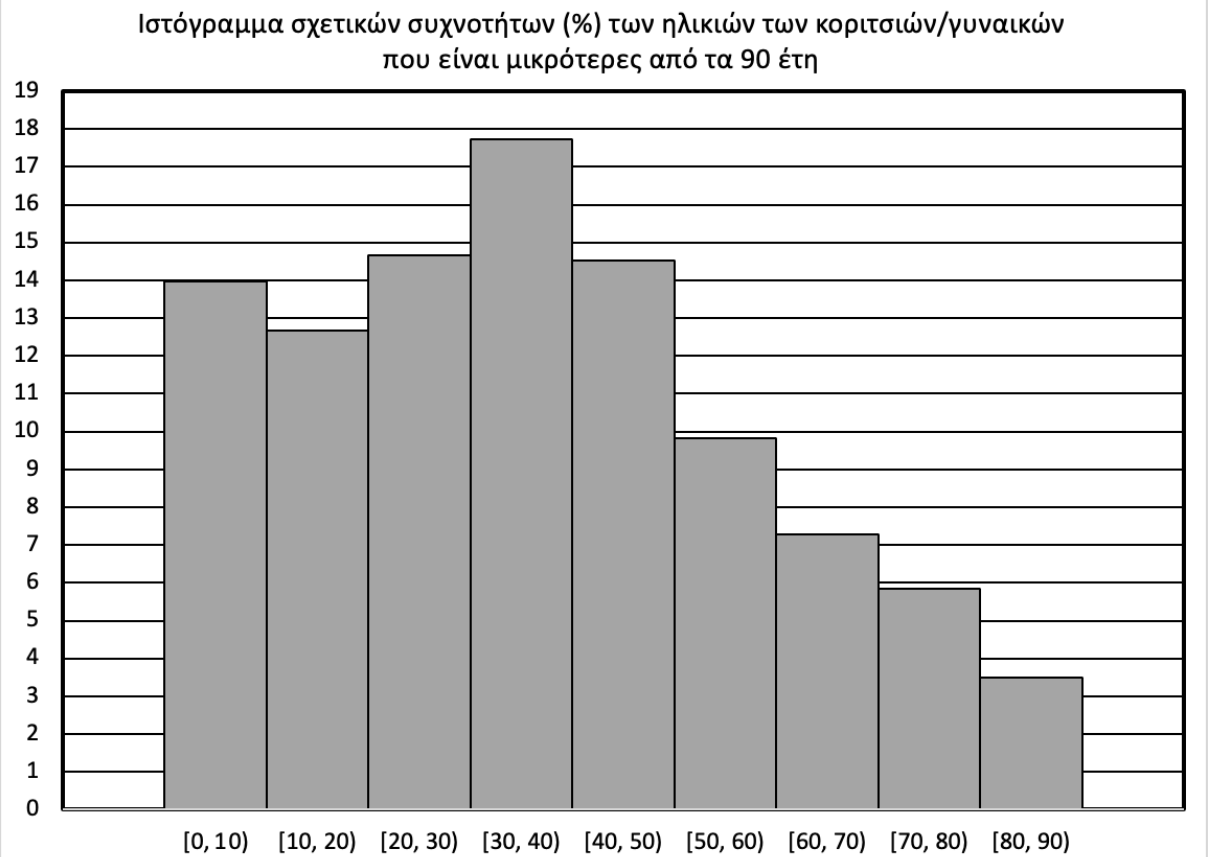
α) Επιλέγουμε τυχαία ένα σοκολατάκι από το κουτί. Να υπολογίσετε την πιθανότητα το σοκολατάκι αυτό:

i. να περιέχει αμύγδαλο, (Μονάδες 6)
ii. να μην περιέχει φουντούκι, (Μονάδες 6)
iii. να περιέχει αμύγδαλο ή φουντούκι. (Μονάδες 6)

β) Από το κουτί φάγαμε 3 σοκολατάκια με αμύγδαλο και 2 σοκολατάκια με φουντούκι. Αν στη συνέχεια, επιλέξουμε τυχαία ένα σοκολατάκι από το κουτί, να υπολογίσετε την πιθανότητα το σοκολατάκι αυτό να περιέχει κεράσι. (Μονάδες 7)

98. ΘΕΜΑ 2 36758 2.1 – 2.2

Στο παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων (%) παρουσιάζονται ομαδοποιημένες σε κλάσεις οι ηλικίες, σε έτη, ενός αντιπροσωπευτικού δείγματος 10.000 κοριτσιών ή γυναικών που είναι μικρότερες από τα 90 έτη, μιας γεωγραφικής περιοχής της Ελλάδας. Όλα τα κορίτσια και οι γυναίκες της γεωγραφικής περιοχής ήταν περίπου 1 εκατομμύριο.



Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας:

α) Ποια ήταν η κλάση με τις λιγότερες παρατηρήσεις; (Μονάδες 5)

β) Το ορθογώνιο που αντιστοιχεί στην κλάση $[10,\ 20)$ έχει ύψος λίγο μικρότερο από 13. Πώς το ερμηνεύετε; (Μονάδες 5)

γ) Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

i. Το δείγμα της έρευνας είχε πλήθος περίπου 1 εκατομμύριο.

ii. Η κλάση των κοριτσιών/γυναικών με τις μικρότερες ηλικίες, σε έτη, είναι η $[80,\ 90)$.

iii. Οι κάτοικοι (άνδρες και γυναίκες) της γεωγραφικής περιοχής, με ηλικία, σε έτη, που ανήκει στην κλάση $[30,\ 40)$ είναι λίγο λιγότεροι από το 18%, όλου του πληθυσμού της περιοχής.

iv. Υπάρχει κλάση που να αντιστοιχεί στο 10%, περίπου, των παρατηρήσεων του δείγματος.

v. Λίγο περισσότερο από το 3% του δείγματος της έρευνας είχαν ηλικία, σε έτη, μεγαλύτερη ή ίση με 80 και μικρότερη από 90. (Μονάδες 15)

Τελευταία ενημέρωση: 21/4/2023 lisari.blogspot.com